



"sonho", 2012, José Mário.

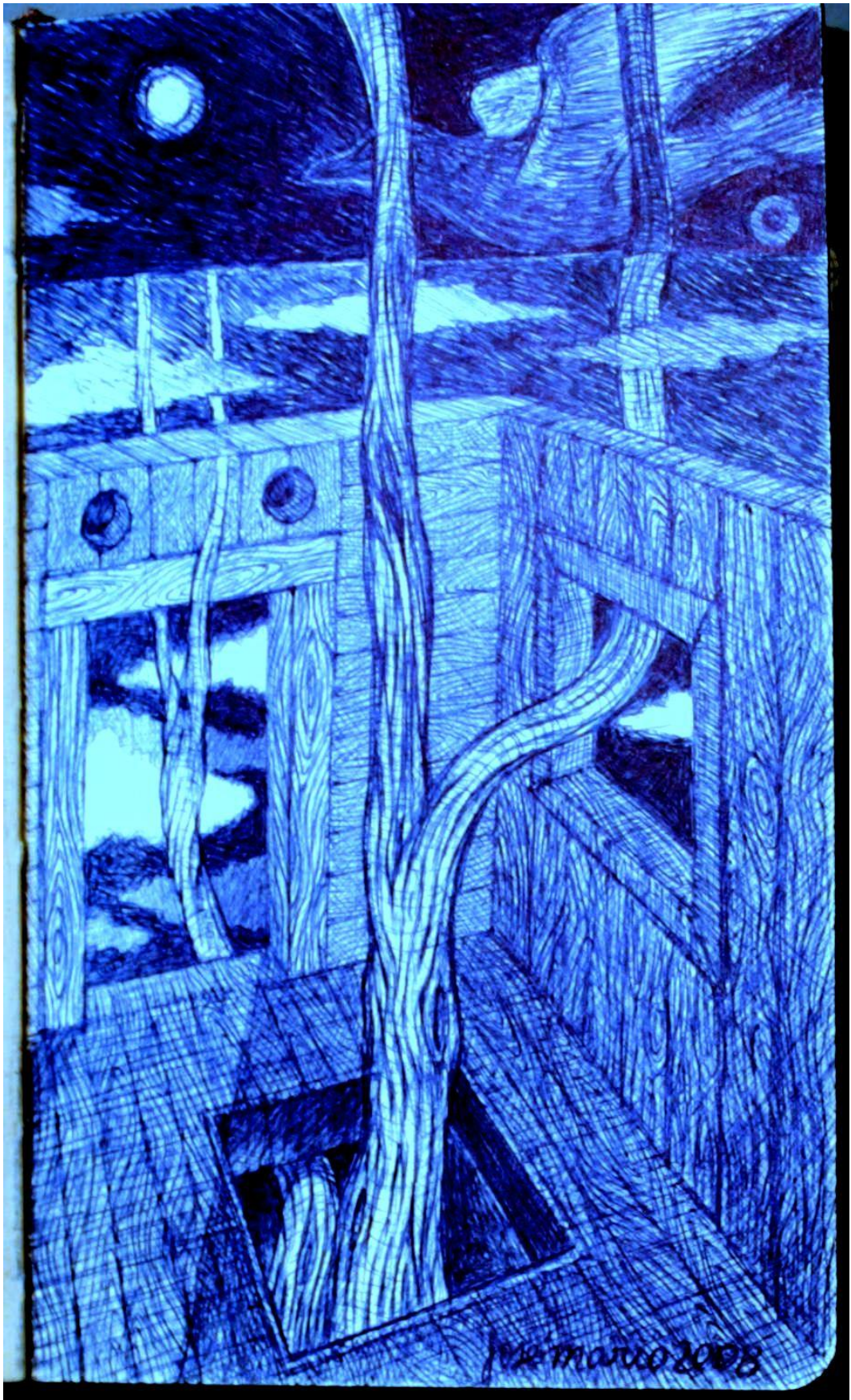
ESCOLA SUPERIOR DE ARTES E DESIGN

José Mário Fernandes dos Santos

Manual de instruções para a construção de um livro de geometria

Dissertação apresentada à Escola Superior de Artes e Design para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Design, especialização de Produto, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor José António Simões, Professor Associado com Agregação da Universidade de Aveiro e Diretor da Escola Superior de Artes e Design

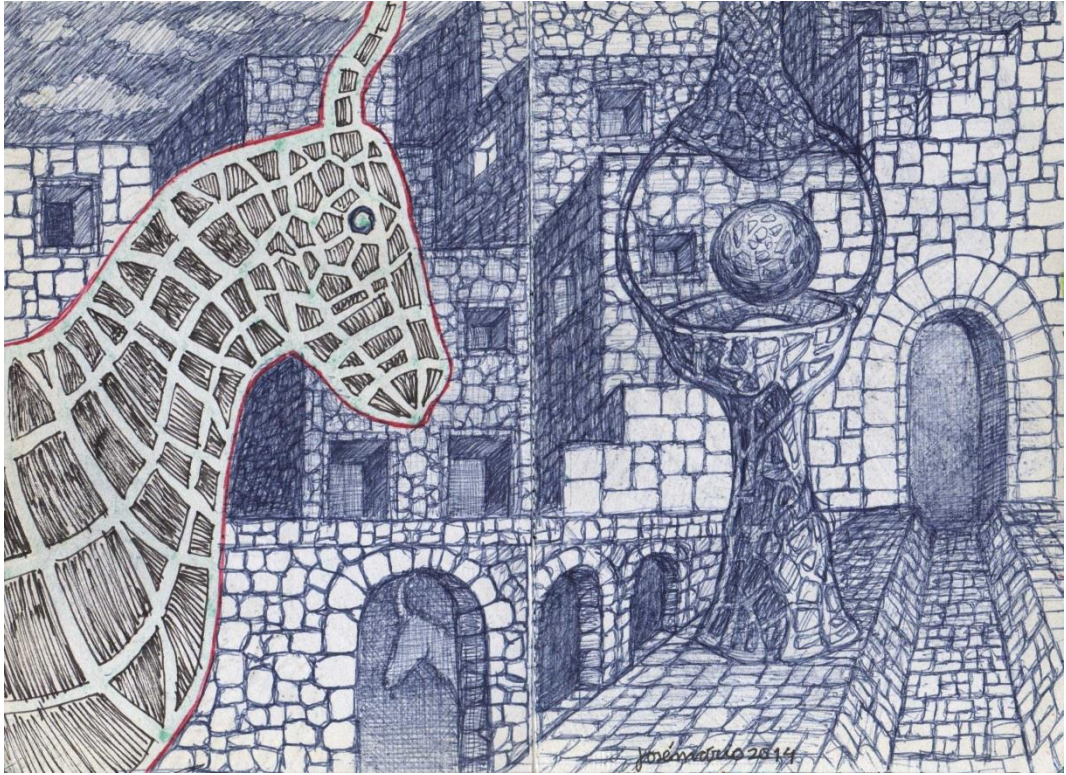
Janeiro 2015



"feeling blue", 2008, José Mário.

Dedicatória

Quero dedicar este trabalho à memória da minha mãe a quem eu devo quase tudo o que sou.



"o grande feiticeiro", 2014, José Mário.

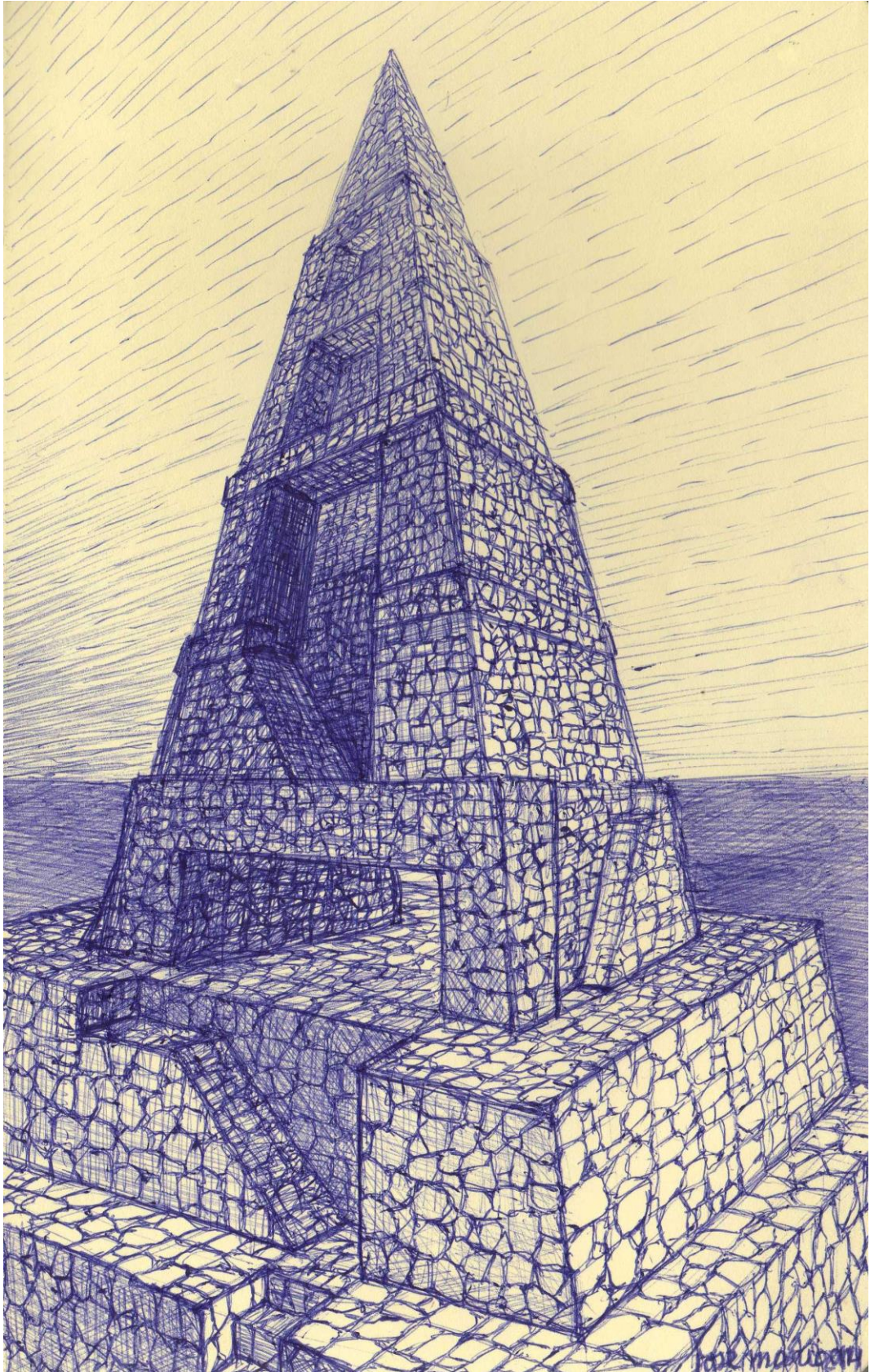
Agradecimentos

Quero começar por agradecer à minha mulher e aos meus filhos por todo o apoio que me deram e pela paciência e compreensão que tiveram pelo tempo que não lhes dediquei.

Quero agradecer ao Professor Doutor Coelho dos Santos pela confiança que em mim depositou convidando-me para dar aulas na ESAD, e a todos os atuais elementos da direção do CIFAD, Leonilda Santos, Jorge Afonso, Carlos Marques e Albano Pires por me terem dado as condições que me permitiram elaborar este trabalho.

Quero agradecer ao Professor Doutor José Simões pela sua amizade, por aceitar ser meu orientador, pelo modo tolerante como sempre encarou a minha extraordinária incapacidade para cumprir prazos, pelo seu constante incentivo, pelos sábios conselhos e pelo enorme apoio incondicional em todos os aspetos e fases deste projeto. Sem a sua preciosa ajuda este trabalho nunca estaria acabado.

José Mário



"a tese", 2014, José Mário.

Resumo

Na sua essência este trabalho é o registo de um processo de estudo/aprendizagem da disciplina de geometria baseado no programa que foi elaborado e apurado ao longo dos anos.

Este programa foi pensado de modo a que os seus conteúdos não sejam um vasto rol de enunciados meramente teóricos e académicos, completamente afastados de qualquer interesse ligado à prática projectual, mas que, pelo contrário possam ser uma seleção de conhecimentos realmente úteis, verdadeiras ferramentas de trabalho e pesquisa.

Pretendemos, ao seleccionar estes conteúdos e respetivas aplicações, preparar os estudantes com as competências que os venham a ajudar a resolver alguns dos inúmeros problemas que acabam sempre por surgir na elaboração e execução de um projeto.

Pretendemos fundamentalmente que os estudantes possam entender a geometria descritiva como uma ciência de enorme aplicação prática, pois investiga e fornece as bases para a sistematização dos diversos métodos de representação rigorosa em linguagem visual normalizada, e o seu estudo e entendimento permite a representação, sobre um suporte bidimensional, de qualquer objeto ou espaço, real ou imaginário de natureza bidimensional ou tridimensional. Pretendemos como tal, que todos entendam a importância que tem em todo o processo construtivo projectual, desde o esboço à representação final.

Este trabalho foi dividido em capítulos, cada um dedicado a um tema específico. Estes por sua vez foram divididos em lições que foram estruturadas no sentido de começarem por expor as características gerais e as bases teóricas dos vários temas abordados já que a sua falta tem como consequência uma deficiente aquisição de competências processuais que se vem posteriormente a manifestar na prática.

À introdução teórica seguem-se exemplificações e exercícios de aplicação prática, cujo objetivo é o de proporcionar aos estudantes os meios que lhes permitam desenvolver as capacidades de visualização espacial, de conhecimento, leitura, interpretação, entendimento e execução de representações gráficas normalizadas em projeção ortográfica, em perspectiva cilíndrica, em perspectiva cónica linear e em várias técnicas e operações auxiliares que fazem parte do programa, de os aplicar não só no contexto da unidade curricular mas também em outras situações inter e extra disciplinares.

Pretende-se desenvolver nos estudantes as capacidades de memorizar, entender e aplicar conceitos, de ler e compreender enunciados e propostas sem correr o risco de não ter interpretado corretamente o que neles é pretendido, e de os pôr em prática segundo os métodos e normas de representação estudados.

O primeiro capítulo funciona unicamente como uma breve introdução aos conteúdos programáticos da unidade curricular. No segundo capítulo dedicado à perspectiva cilíndrica, em exercícios com perspectiva isométrica, perspectiva dimétrica, perspectiva trimétrica, perspectiva cavaleira e perspectiva militar, e no terceiro capítulo dedicado aos métodos de projeção ortográfica em exercícios em dupla e tripla projeção ortogonal, método europeu e americano é dado seguimento a estas matérias lecionadas no ensino secundário, dando-lhe um sentido mais prático e certamente mais interessante.

É no contexto de dar um sentido mais prático aos conteúdos estudados que foram pensados os vários tipos de exercícios, primeiro, uns de carácter mais geral e abrangente com peças que de algum modo sintetizem qualquer tipo de forma possível de ser projetada; outros de carácter mais particular, concretizando aquilo que possam ser peças cujas formas nos remetam para o universo dos objetos utilitários de uso diário, e outros ainda assumidos como jogos mentais realizados com objetos de tipo lúdico.

No quarto capítulo passamos ao estudo e entendimento dos métodos e procedimentos auxiliares tais como cortes e secções, perspectiva explodida, planificações, rotações, interseções, sombras e reflexos, muitas das vezes aplicados sobre desenhos já realizados durante os estudos precedentes. Em algumas das propostas são analisadas situações em que a sua aplicação é imprescindível.

O quinto e último capítulo é exclusivamente dedicadas ao estudo e aplicação da perspectiva

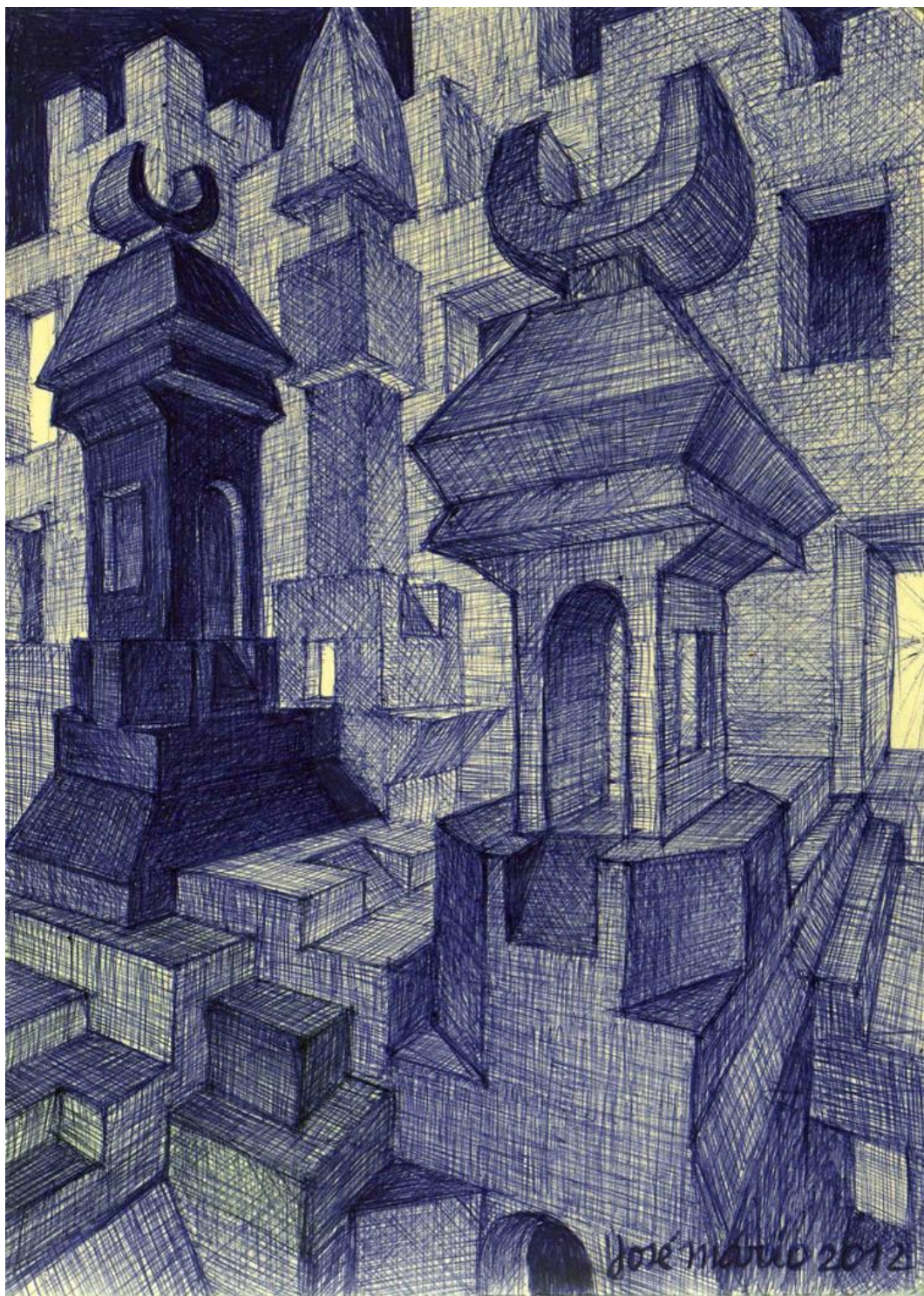
linear nas suas variantes de quadro vertical, horizontal e inclinado, sendo de referir a sua primordial importância não só no entendimento dos espaços, das profundidades, dos volumes de um modo geral, do mundo visível, mas também muito concretamente na própria reflexão e evolução, quanto às formas e funções, dos objetos ainda a criar. Para esta matéria também foram pensados dois tipos de exercícios, uns de carácter mais lúdico que pretendem desenvolver o lado mais construtivo, num processo criativo lógico-dedutivo; outros mais voltados para representação de espaços e objetos imaginados, similares a espaços e objetos reais.

O programa desta unidade curricular aqui compilado tem como principal finalidade a de colaborar na formação dos estudantes dos cursos de artes e de design, colocando ao seu dispor aqueles que se pensam ser os saberes teóricos e práticos específicos desta área do conhecimento, os quais são de grande importância para quem pretende vir a trabalhar na projeção de objetos, particularmente na criação de objetos ditos da área das artes e do design, em que é necessário saber transportar com precisão ideias para o papel, efetuar cálculos e refletir sobre o desenho /projeto, reavaliar forma e função, modificar com sentido crítico, e voltar a representar, num processo construtivo, fundamentado e rigoroso.

É baseado no presente registo dos conteúdos e temas que preencheram as aulas de geometria do candidato, que se pretende concretizar o objetivo de realizar um livro de geometria adaptado às necessidades e interesses dos estudantes da ESAD.

Palavras Chave

Geometria Descritiva, Projeção cilíndrica, Projeção ortográfica, Métodos auxiliares, Projeção cónica



"as duas torres", 2012, José Mário.

Abstract

This work is a description of a learning case study relatively to the Descriptive Geometry course that has been developed over the past years.

This program was designed so that the contents are not merely theoretical and/or academic statements, completely away from student's interests and is linked to project-practice. It can be faced as a selection of real useful knowledge, working tool for research.

We selected the contents and applications in order to prepare students with skills that will help them to solve problems that can arise and end up with the preparation and development of a project.

It is our intention that students can understand that descriptive geometry is a practical application science for researches and provides the basis for the systematization of several methods for rigorous representations and as a standard visual language. Its study and understanding allows the representation on a two-dimensional medium of an object or space, real or imaginary, of two-dimensional or three-dimensional nature. It is important that every student understands how relevant descriptive geometry is for the project-construction process, from sketching to final representation.

This work was divided into chapters, each dedicated to a specific theme. These in turn were divided into lessons that have been structured in order to expose general characteristics and the theoretical foundations of the topics covered. Its absence would result in poor acquisition of procedural skills that are important for project practice.

Theoretical introduction is followed by exemplifications and practical application exercises, whose objective is to provide students with means to develop spatial visualization skills, knowledge, reading, interpretation, understanding and implementation of standard graphical representations in orthographic projection of cylindrical perspective, linear perspective and conical perspective. Various technical and auxiliary methods that are part of the program are applied in the context of the course and in other situations.

The aim is to develop student's memorization capacity, understand and apply concepts, to read and understand statements and proposals without running the risk of not having correctly interpreted them as desired, and to implement according to methods and standardization representations studied.

In the first chapter we make a brief introduction to the syllabus of the course. The second chapter is dedicated to cylindrical perspective with the representation of isometric perspective, dimetric perspective, trimetric perspective and military perspective drawings. The third chapter is dedicated to orthographic projection methods, presenting double and triple orthogonal projection exercises. The European and American methods are presented.

It is in the context of giving a more practical sense to the contents studied that various types of exercises were designed and are presented. First, some general and comprehensive nature parts that somehow synthesize any possible way to be designed are presented; other more specific parts of utilitarian objects of daily use and others for mental exercises are also presented.

In the fourth chapter we developed auxiliary methods and procedures such as cuts and sections, exploded perspective, rotations, intersections, shadows and reflections, which are often applied to designs made during previous studies.

The fifth chapter is dedicated exclusively to the study and application of the linear perspective in its vertical, horizontal and inclined frame. We also refer to its primary importance, not only for the understanding of spaces, depths, volumes of the visible world, but also very specifically in their own reflection and evolution, for the forms and functions, creating objects. For this purpose we also designed two types of exercises, some of more playful character aiming the development of a more constructive side, a logical-deductive creative process; other more focused on the representation of spaces and objects similar to real objects.

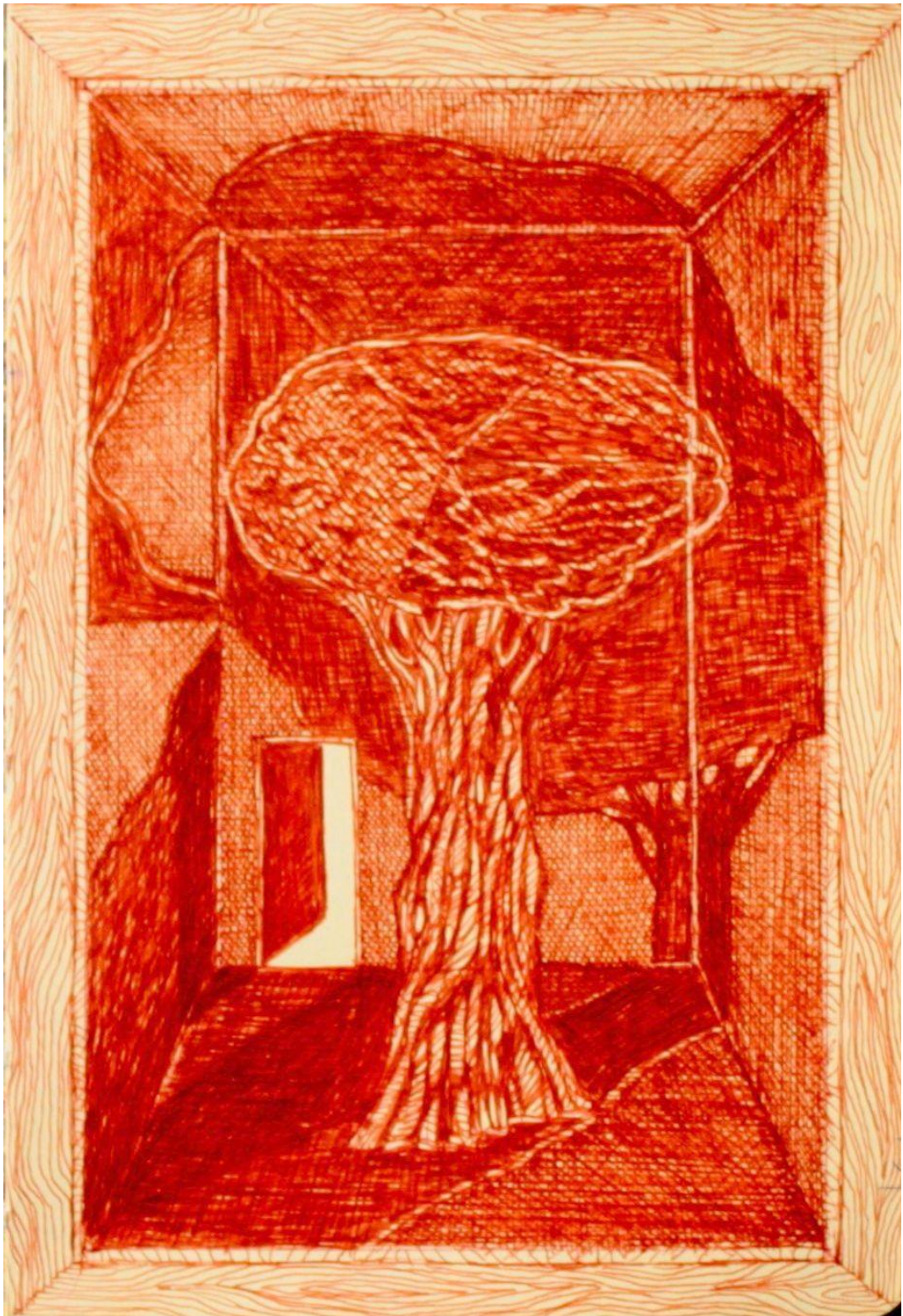
The program of the course here compiled in this document aims for the training of students of art and design courses. Specific theoretical and practical knowledge in this area are of great importance for those who want to design objects and spaces, specifically for the creation

process and to know accurately how to convey ideas to paper, perform calculations and reflect on the project, reassess form and function, modify with critical sense, and represent a constructive, reasoned and rigorous process.

Based on this project, it is our intention to design a geometry book adapted to the needs and interests of students of ESAD – College of Art and Design.

Keywords

Descriptive Geometry, Cylindrical projection, Orthographic projection, Auxiliary methods, Conical projection



"claustrophobia", 2008, José Mário.

ÍNDICE

001 Introdução

007 Capítulo 1 - Introdução à unidade curricular

009 *Lição nº1-Apresentação da unidade curricular*

010_1.1. Nota prévia

010_1.2. Conteúdos programáticos

012_1.3. Um brevíssimo resumo histórico

015 *Lição nº2-A linguagem*

016_2.1. A linguagem verbal

016_2.2. A linguagem gráfica. Representar

019 *Lição nº3-Sistemas de projeção e métodos de representação*

020_3.1. Os sistemas de projeção

020_3.2. Os métodos de representação

023 *Lição nº4-Organização dos métodos de representação*

024_4.1. Nota prévia

024_4.2. Sistema de projeção cilíndrica

024_4.2.1. Perspetiva cilíndrica

024_4.2.2. Métodos de representação ortográfica ou de representação ortogonal por vistas

024_4.2.3. Métodos auxiliares de representação

025_4.3. Sistema de projeção cónica

025_4.3.1. Perspetiva cónica linear

025_4.3.2. Perspetiva cónica atmosférica

027 Capítulo 2- A perspetiva cilíndrica

029 *Lição nº 5-Perspetiva cilíndrica/perspetiva axonométrica*

030_5.1. Nota prévia

030_5.2. Generalidades. Caraterísticas

032_5.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva cilíndrica

037 *Lição nº 6-Perspetiva cilíndrica ortogonal*

038_6.1. Introdução

039_6.2. Generalidades. Caraterísticas

041 *Lição nº 7-Perspetiva isométrica*

042_7.1. Nota prévia

043_7.2. Generalidades. Caraterísticas.

046_7.3. Perspetiva isométrica prática/perspetiva isométrica normalizada

051_7.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva isométrica

057 *Lição nº 8-Perspetiva dimétrica*

058_8.1. Nota prévia

058_8.2. Generalidades. Caraterísticas

059_8.3. Perspetiva dimétrica prática / perspetiva dimétrica normalizada

063_8.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em

perspetiva dimétrica

o67 ***Lição nº 9-Perspetiva trimétrica***

o68_9.1. Nota prévia

o68_9.2. Generalidades. Caraterísticas

o68_9.3. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em
perspetiva trimétrica

o69 ***Lição nº 10-A perspetiva cilíndrica clinogonal***

o70_10.1. Nota prévia

o70_10.2. Generalidades. Caraterísticas

o71 ***Lição nº 11-A perspetiva cavaleira***

o72_11.1. Nota prévia

o72_11.2. Generalidades. Caraterísticas

o75_11.3. Perspetiva cavaleira prática / perspetiva cavaleira normalizada

o79_11.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em
perspetiva cavaleira

o83 ***Lição nº 12-Perspetiva militar***

o84_12.1. Nota prévia

o84_12.2. Generalidades. Caraterísticas

o86_12.3. Perspetiva militar prática / perspetiva militar normalizada

o90_12.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em
perspetiva militar

o93 ***Lição nº 13-Perspetiva isocavaleira***

o94_13.1. Nota prévia

o94_13.2. Generalidades. Caraterísticas

o94_13.3. Perspetiva isocavaleira prática / perspetiva isocavaleira normalizada

o98_13.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em
perspetiva isocavaleira

101_13.5. Nota final de capítulo

105 **Capítulo 3- A projeção ortográfica**

107 ***Lição nº 14-Métodos de representação por vistas***

108_14.1. Nota prévia

108_14.2. Generalidades. Caraterísticas

109_14.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos nos métodos de
representação por vistas

111 ***Lição nº15-Métodos fundamentais de projeção ortogonal***

112_15.1. Generalidades. Caraterísticas

113 ***Lição nº16-Método diédrico***

114_16.1. Nota prévia

114_16.2. Generalidades. Caraterísticas

115_16.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos no método diédrico

118_16.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método
diédrico

123 ***Lição nº17-Método das projeções cotadas***

124_17.1. Generalidades

127 ***Lição nº18-Métodos de múltipla projeção ortogonal***

128_18.1. Nota prévia

128_18.2. Generalidades. Caraterísticas gerais

129 ***Lição nº 19-Método triédrico***

130_19.1. Nota prévia

130_19.2. Generalidades. Caraterísticas

131_19.3. Leitura e interpretação de desenhos no método triédrico

133_19.4. Execução de desenhos no método triédrico

135_19.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método triédrico

139 ***Lição nº 20-O método europeu ou método do 1º diedro***

140_20.1. Nota prévia

140_20.2. Generalidades. Caraterísticas

140_20.3. Leitura e interpretação de desenhos no método europeu

141_20.4. Execução de desenhos no método europeu

142_20.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método europeu

145 ***Lição nº 21-O método americano ou método do 3º diedro***

146_21.1. Nota prévia

146_21.2. Generalidades. Caraterísticas

146_21.3. Leitura e interpretação de desenhos no método americano

146_21.4. Execução de desenhos no método americano

148_21.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método americano

151 ***Lição nº 22-Método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas***

152_22.1. Nota prévia

152_22.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

152_22.3. Leitura e interpretação de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

152_22.4. Execução de desenhos método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

152_22.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

156_22.6. Nota final de capítulo

157 **Capítulo 4 - Métodos auxiliares**

159 ***Lição nº23-Métodos auxiliares***

160_23.1. Introdução

161 ***Lição nº24-Cortes e secções***

162_24.1. Nota prévia

162_24.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

164_24.3. Leitura e interpretação de desenhos de cortes e secções

164_24.4. Execução de desenhos de cortes e secções

168_24.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de cortes e secções

176_24.6. Cortes. Nota final

177 ***Lição nº25-Perspetiva explodida***

- 178_25.1. Nota prévia
- 178_25.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas
- 179_25.3. Leitura e interpretação de desenhos em perspetiva explodida
- 179_25.4. Representação em perspetiva explodida
- 180_25.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de perspetiva explodida
- 187_25.6. Perspetiva explodida. Notas finais

189 ***Lição nº26-Rotações em perspetiva cilíndrica***

- 190_26.1. Nota prévia
- 190_26.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas
- 190_26.3. Leitura e interpretação de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica
- 193_26.4. Execução de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica
- 194_26.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica
- 199_26.6. Rotações. Nota final

201 ***Lição nº27-Reflexos em espelhos planos***

- 202_27.1. Nota prévia
- 202_27.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas
- 202_27.3. Leitura e interpretação de desenhos de reflexos em perspetiva cilíndrica
- 204_27.4. Execução de desenhos de reflexos em perspetiva cilíndrica
- 207_27.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de reflexos em perspetiva cilíndrica
- 209_27.6. Reflexos. Nota final

211 ***Lição nº28-Interseções e reuniões***

- 212_28.1. Nota prévia
- 212_28.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas
- 215_28.3. Leitura e interpretação de desenhos de interseções e reuniões de polígonos opacos em perspetiva cilíndrica
- 215_28.4. Leitura e interpretação de desenhos de interseções e reuniões de polígonos opacos com sólidos em perspetiva cilíndrica
- 216_28.5. Leitura e interpretação de desenhos de interseções e reuniões de sólidos em perspetiva cilíndrica
- 216_28.6. Execução de desenhos de interseções e reuniões de polígonos opacos em perspetiva cilíndrica
- 217_28.7. Execução de desenhos de interseções e reuniões de polígonos opacos com sólidos em perspetiva cilíndrica
- 220_28.8. Execução de desenhos de interseções e reuniões de sólidos em perspetiva cilíndrica
- 222_28.9. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de interseções e reuniões em perspetiva cilíndrica
- 226_28.10. Interseções. Nota final

227 ***Lição nº29-Planificações***

- 228_29.1. Nota prévia
- 228_29.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas
- 228_29.3. Leitura e interpretação e execução de desenhos de planificações
- 229_29.4. Execução de desenhos de planificações
- 231_29.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de planificações
- 232_29.6. Planificações. Nota final

233 ***Lição nº30-Sombras em perspectiva cilíndrica***

234_30.1. Nota prévia

234_30.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

235_30.3. Leitura e interpretação de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

236_30.4. Execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

242_30.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

247_30.6. Sombras em perspectiva cilíndrica. Nota final

249 **Capítulo 5 - A projeção cónica**

251 ***Lição nº 31-A projeção cónica***

252_31.1. Introdução. Caraterísticas gerais

252_31.2. A perspectiva atmosférica

252_31.3. A perspectiva linear

255 ***Lição nº32-Perspetiva cónica linear de quadro vertical***

256_32.1. Nota prévia

256_32.2. Breve nota histórica

260_32.3. Caraterísticas gerais

262_32.4. O perspetógrafo

264_32.5. Ponto de fuga

267_32.6. Ponto de nascença

267_32.7. Objeto e espaço

267_32.8. Objeto e quadro

267_32.9. A perspectiva central

268_32.10. A perspectiva oblíqua

269_32.11. A perspectiva di-oblíqua

270_32.12. Leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical

270_32.13. Execução de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical

273 ***Lição nº33-Métodos resolventes***

274_33.1.introdução

274_33.2. Os métodos

277 ***Lição nº34-Método dos raios visuais***

278_34.1. Generalidades

279_34.2. Perspetivar um objeto

280_34.3. Perspetiva cónica linear central pelo método dos raios visuais em planta e alçado lateral

284_34.4. O método dos raios visuais em planta

284_34.5. Escala de alturas

287_34.6. Perspetiva cónica linear central pelo método dos raios visuais em planta

291 ***Lição nº35-O método das três coordenadas ou método geral***

292_35.1. Generalidades

292_35.2. Aplicação geral. Perspetivar um ponto

294_35.3. Perspetivar um objeto

294_35.4. Perspetiva cónica linear central pelo método geral

300_35.5. Perspetiva cónica linear oblíqua pelo método geral

305 ***Lição nº36-O método expedito ou método dos pontos de fuga***

- 306_36.1. Generalidades
- 306_36.2. Perspetiva cónica linear oblíqua pelo método expedito

313 ***Lição nº37-Métodos mistos***

- 314_37.1. Generalidades
- 314_37.2. Perspetiva cónica linear oblíqua pelo método misto ponto de fuga/raios visuais
- 318_37.3. Perspetiva cónica linear central pelo método misto ponto de fuga/raios visuais

323 ***Lição nº38-A translação do plano do quadro***

- 324_38.1. Nota prévia
- 324_38.2. Processo de translação do plano do quadro

327 ***Lição nº39-O método expedito com translação do plano do quadro***

- 328_39.1. Introdução
- 328_39.2. Processo resolutivo do método expedito com translação do plano do quadro

339 ***Lição nº40-Método misto com translação do plano do quadro***

- 340_40.1. Introdução
- 340_40.2. Processo resolutivo do método misto com translação do plano do quadro
- 365_40.3. Perspetiva cónica linear do quadro vertical. Nota final

367 ***Lição nº41-Perspetiva cónica linear de quadro horizontal***

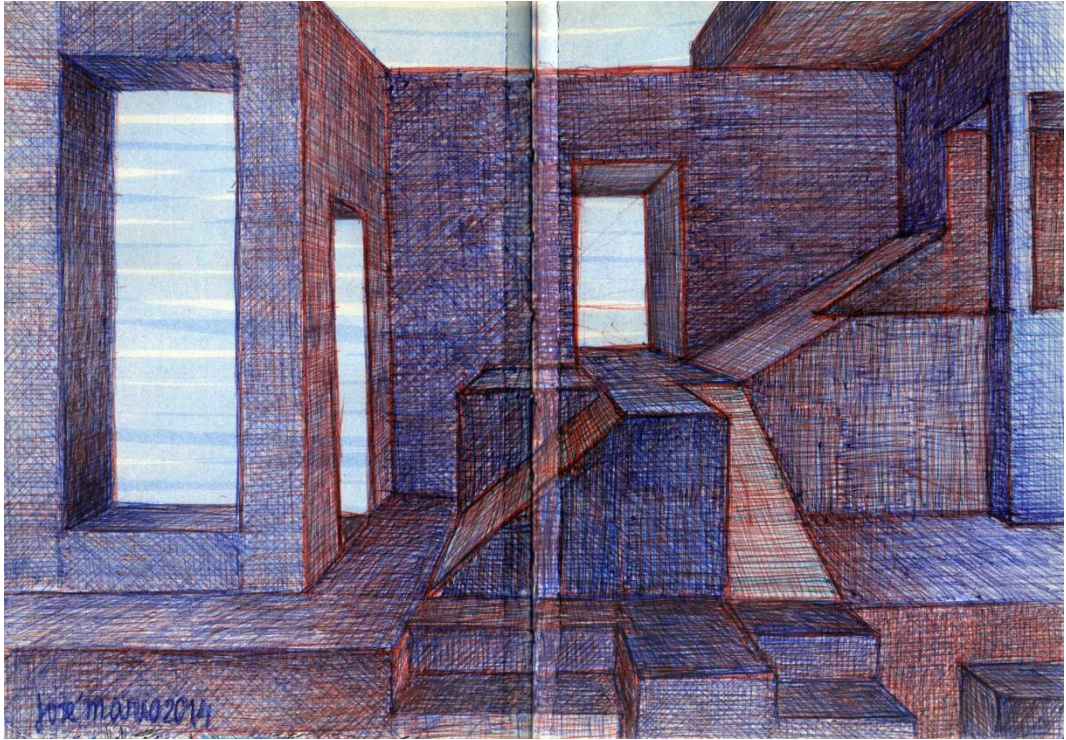
- 368_41.1. Introdução. Generalidades. Características
- 368_41.2. O perspetógrafo
- 368_41.3. Objeto e espaço
- 369_41.4. Objeto e quadro
- 369_41.5. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva cónica linear de quadro horizontal
- 369_41.6. Perspetiva cónica linear de quadro horizontal pelo método dos raios visuais em planta e alçado
- 370_41.7. Perspetiva cónica linear de quadro horizontal pelo método dos raios visuais em planta e alçado
- 373_41.8. Perspetiva cónica linear de quadro horizontal. Nota final.

375 ***Lição nº 42-Perspetiva cónica linear de quadro inclinado***

- 376_42.1. Generalidades. Características
- 376_42.2. O perspetógrafo
- 376_42.3. Objeto e espaço
- 379_42.4. Objeto e quadro
- 379_42.5. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva cónica linear de quadro inclinado
- 380_42.6. Perspetiva cónica linear de quadro oblíquo, “olho de pássaro”, pelo método misto
- 384_42.7. Perspetiva cónica linear de quadro oblíquo, “olho de rã”, pelo método misto
- 389_42.8. Perspetiva cónica linear de quadro inclinado. Nota final

391 ***Notas conclusivas***

396 ***Bibliografia***



"céus infinitos", 2014, José Mário.

Índice das figuras

“sonho”, 2012, José Mário.
“feeling blue”, 2008, José Mário.
“o grande feiticeiro”, 2014, José Mário.
“a tese”, 2014, José Mário.
“as duas torres”, 2012, José Mário.
“claustrophobia”, 0000, José Mário.
“céus infinitos”, 2014, José Mário.
“jardim clos”, 2012, José Mário.

Figura 1: “a ideia de”, 2008, José Mário.
Figura 2: “A grande viagem”, 2003, José Mário.
Figura 3: “vad sâger du?”, 1990, José Mário.
Figura 4: “o estranho universo do senhor ësøj”, 2000, José Mário.
Figura 5: “sono desordenado”, 2000, José Mário.
Figura 6: Projeção cilíndrica ortogonal.
Figura 7: Projeção cilíndrica oblíqua.
Figura 8: $a'b'c'd'$ é uma projeção cônica de $abcd$.
Figura 9: “fábrica de ilusões”, 2013, José Mário.
Figura 10: “mapa mental”, 2005, José Mário.
Figura 11: O triedro trirretângulo.
Figura 12: Projeção real e projeções prévias de um ponto P.
Figuras 13 e 14: Aplicação de uma grelha para representar um objeto oblíquo em isometria.
Figura 15: Modelo de grelha para a resolução da circunferência.
Figura 16: Transformação da grelha real em grelha isométrica.
Figura 17: “jogo”, 1993, José Mário.
Figura 18: “Optimal-grinding engine model”, William Farish. Paper “On Isometrical Perspective”, In: Cambridge Philosophical Transactions (1822).
Figura 19: “le grand joueur”, 1998, José Mário.
Figura 20: Perspetiva isométrica de um objeto realizada através do método dos cortes, partindo da sua dupla projeção ortogonal.
Figura 21: Perspetiva isométrica de um objeto realizada em perspetiva isométrica normalizada.
Figura 22: O triedro trirretângulo em perspetiva isométrica.
Figura 23: Aos três planos do triedro acrescenta-se o plano do quadro (α).
Figura 24: Projeção axonométrica direta ou real, e as três projeções prévias do ponto P.
Figura 25: Partindo das projeções prévias é possível desenhar a sua perspetiva direta.
Figura 26: Perspetiva isométrica: os ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são iguais, o triângulo fundamental é equilátero.
Figura 27: Mudança de triedro, fase 1.
Figura 28: Mudança de triedro, fase 2.
Figura 29: Mudança de triedro, fase 3.
Figura 30: Mudança de triedro, fase 4.
Figura 31: Representação em perspetiva isométrica prática normalizada, fase 1.
Figura 32: Representação em perspetiva isométrica prática normalizada, fase 2.
Figura 33: Representação em perspetiva isométrica prática normalizada, fase 3.
Figura 34: Representação em perspetiva isométrica prática normalizada, fase 4.
Figura 35: Representação em perspetiva isométrica prática normalizada, fase 5.
Figura 36: Representação da circunferência pelo método da oval de quatro centros.
Figura 37: Mesa 1.
Figura 38: Cadeira 1.
Figura 39: Cadeira 2.
Figura 40: Mesa 2.
Figura 41: Mesa 3.
Figura 42: Cadeira 3.
Figura 43: Objeto lúdico 1.
Figura 44: Objeto lúdico 2.
Figura 45: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.
Figura 46: Cadeira representada em perspetiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 47: Objeto de tipo lúdico representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 48: Objeto de tipo lúdico representado em perspetiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 49: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 50: Objeto de tipo comum representado em perspetiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 51: “mundus obscurus”, 2004, José Mário.

Figura 52: Perspetiva dimétrica: dois dos ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são iguais (α e β), o outro é diferente. O triângulo fundamental é isósceles.

Figura 53: Perspetiva dimétrica de uma pirâmide de base quadrangular assente no plano frontal, executada pelo método dos cortes.

Figura 54: Mudança de triedro, fase 1.

Figura 55: Mudança de triedro, fase 2.

Figura 56: Mudança de triedro, fase 3.

Figura 57: Mudança de triedro, fase 4.

Figura 58: Representação em perspetiva dimétrica normalizada, fase 1.

Figura 59: Representação em perspetiva dimétrica normalizada, fase 2.

Figura 60: Representação em perspetiva dimétrica normalizada, fase 3.

Figura 61: Representação em perspetiva dimétrica normalizada, fase 4.

Figura 62: Representação em perspetiva dimétrica normalizada, fase 5.

Figura 63: Churrasqueira.

Figura 64: Cadeira.

Figura 65: Objeto lúdico.

Figura 66: Objeto lúdico.

Figura 67: Objeto de tipo lúdico representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 68: Objeto de tipo lúdico representado em perspetiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 69: Objeto de tipo lúdico representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 70: Objeto de tipo lúdico representado em perspetiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 71: “auto-observação da autoausência”, 2002, José Mário.

Figura 72: Perspetiva trimétrica: os ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são diferentes. O triângulo fundamental é escaleno.

Figura 73: “microjogos-macrocósmicos”, 2003, José Mário.

Figura 74: “no exato centro de lado nenhum”, 2003, José Mário.

Figura 75: Fortificações em perspetiva cavaleira (Cyclopaedia vol. 1, 1728).

Figura 76: Perspetiva cavaleira de um cubo. A perspetiva cavaleira é uma projeção oblíqua sobre um plano frontal.

Figura 77: Perspetiva cavaleira de um prisma hexagonal de bases contidas em planos de perfil.

Figura 78: Mudança de triedro, fase 1.

Figura 79: Mudança de triedro, fase 2.

Figura 80: Mudança de triedro, fase 3.

Figura 81: Mudança de triedro, fase 4.

Figura 82: Representação em perspetiva cavaleira normalizada, fase 1.

Figura 83: Representação em perspetiva cavaleira normalizada, fase 2.

Figura 84: Representação em perspetiva cavaleira normalizada, fase 3.

Figura 85: Representação em perspetiva cavaleira normalizada, fase 4.

Figura 86: Representação em perspetiva cavaleira normalizada, fase 5.

Figura 87: Cadeira.

Figura 88: Cadeira.

Figura 89: Mesa.

Figura 90: Cadeira.

Figura 91: Mesa.

Figura 92: Objeto lúdico.

Figura 93: Objeto lúdico.

Figura 94: Objeto lúdico.

Figura 95: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 96: Objeto de tipo comum representado em perspetiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Figura 97: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 98: Objeto de tipo comum representado em perspetiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Figura 99: “flight by night”, 2011, José Mário.

Figura 100: Perspetiva militar de um cubo - a perspetiva militar é uma projeção oblíqua sobre um plano horizontal.

Figura 101: perspetiva militar de um objeto resultante da interseção de dois prismas triangulares.

Figura 102: Mudança de triedro, fase 1.

Figura 103: Mudança de triedro, fase 2.

Figura 104: Mudança de triedro, fase 3.

Figura 105: Mudança de triedro, fase 4.

Figura 106: Representação em perspetiva militar normalizada, fase 1.

Figura 107: Representação em perspetiva militar normalizada, fase 2.

Figura 108: Representação em perspetiva militar normalizada, fase 3.

Figura 109: Representação em perspetiva militar normalizada, fase 4.

Figura 110: Representação em perspetiva militar normalizada, fase 5.

Figura 111: Cadeira.

Figura 112: Cadeira.

Figura 113: Objeto lúdico.

Figura 114: Objeto lúdico.

Figura 115: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 116: Objeto de tipo comum representado em perspetiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Figura 117: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

Figura 118: Objeto de tipo comum representado em perspetiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Figura 119: “s”, 2006, José Mário.

Figura 120: Perspetiva isocavaleira de um cilindro.

Figura 121: Mudança de triedro, fase 1.

Figura 122: Mudança de triedro, fase 2.

Figura 123: Mudança de triedro, fase 3.

Figura 124: Mudança de triedro, fase 4.

Figura 125: Representação em perspetiva isocavaleira normalizada, fase 1.

Figura 126: Representação em perspetiva isocavaleira normalizada, fase 2.

Figura 127: Representação em perspetiva isocavaleira normalizada, fase 3.

Figura 128: Representação em perspetiva isocavaleira normalizada, fase 4.

Figura 129: Representação em perspetiva isocavaleira normalizada, fase 5.

Figura 130: Mesa.

Figura 131: Mesa.

Figura 132: Mesa.

Figura 133: Objeto lúdico.

Figura 134: Objeto lúdico.

Figura 135: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada.

Figura 136: Objeto de tipo comum representado em perspetiva isocavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Figura 137: Perspetiva isométrica.

Figura 138: Perspetiva dimétrica.

Figura 139: Perspetiva cavaleira.

Figura 140: Perspetiva militar.

Figura 141: Perspetiva isocavaleira.

Figura 142: “o estranho visionário”, 2001, José Mário.

Figura 143: “universo pluridiverso”, 2004, José Mário.

Figura 144: “labirinto”, 2010, José Mário.

Figura 145: “o eterno segredo”, 2008, José Mário.

Figura 146: Objeto dado em perspetiva cavaleira.

Figura 147: Representação diédrica fase 1.

Figura 148: Representação diédrica fase 2.

Figura 149: Representação diédrica fase 3.

Figura 150: Representação diédrica fase 4.
 Figura 151: Representação diédrica fase 5.
 Figura 152: a1.
 Figura 153: b1.
 Figura 154: c1.
 Figura 155: d1.
 Figura 156: e1.
 Figura 157: f1.
 Figura 158: a2.
 Figura 159: b2.
 Figura 160: c2.
 Figura 161: d2.
 Figura 162: e2.
 Figura 163: f2.
 Figura 164: Objeto de tipo lúdico representado em perspectiva isométrica.
 Figura 165: Objeto de tipo lúdico representado em método diédrico (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 166: “a janela”, 1987, José Mário.
 Figura 167: “a quadratura do caos”, 2005, José Mário.
 Figura 168: “o pé, a pegada”, 2001, José Mário.
 Figura 169: Três vistas no 1º diedro.
 Figura 170: Três vistas no 1º diedro.
 Figura 171: Três vistas no 3º diedro.
 Figura 172: Três vistas no 3º diedro.
 Figura 173: Objeto lúdico representado em tripla projeção ortogonal.
 Figura 174: Eixos axonométricos.
 Figura 175: Eixos axonométricos.
 Figura 176: Representação da planta.
 Figura 177: Atribuição de cotas.
 Figura 178: Estrutura linear tridimensional.
 Figura 179: Eliminação de linhas de construção.
 Figura 180: Objeto lúdico representado em perspectiva cavaleira.
 Figura 181: Projeção frontal do objeto dado.
 Figura 182: Tripla projeção do objeto dado.
 Figura 183: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro.
 Figura 184: O objeto dado representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 185: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro.
 Figura 186: Perspetiva isométrica.
 Figura 187: Perspetiva dimétrica.
 Figura 188: Perspetiva cavaleira.
 Figura 189: Perspetiva isocavaleira.
 Figura 190: Objeto representado em perspectiva dimétrica.
 Figura 191: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 192: Objeto representado em perspectiva isométrica.
 Figura 193: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 194: “psicografia do delírio”, 2003, José Mário.
 Figura 195: Distribuição das seis vistas em método europeu.
 Figura 196: Vista frontal.
 Figura 197: As seis projeções em método europeu.
 Figura 198: Objeto representado em método europeu.
 Figura 199: Perspetiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 200: Perspetiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 201: Perspetiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 202: Perspetiva isocavaleira (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 203: Objeto representado em perspectiva cavaleira.
 Figura 204: Objeto dado representado em método europeu (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 205: “upsidedown”, 2007, José Mário.
 Figura 206: Distribuição das vistas em método americano.
 Figura 207: Vista de frente do objeto dado.
 Figura 208: Objeto representado pelas suas seis vistas em método americano.

Figura 209: Objeto representado em método americano.

Figura 210: Objeto dado representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Figura 211: Objeto representado em perspectiva isométrica.

Figura 212: Objeto representado pelas suas seis vistas em método americano (resolução apresentada por um estudante).

Figura 213: “trás-os-montes”, 1997, José Mário.

Figura 214a: Objeto representado pelo método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas.

Figura 214b: Objeto representado pelo método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas.

Figura 215: O mesmo objeto representado em perspectiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Figura 216: Objeto representado em perspectiva isométrica.

Figura 217: Objeto representado no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas (resolução apresentada por um estudante).

Figura 218: “psico”, 2007, José Mário.

Figura 219: “bipolar”, 2014, José Mário.

Figura 220: “metamorfose”, 2007, José Mário.

Figura 221: Xilogravura de Georgius Agricola, 1556.

Figura 222: Secção cónica. Albrecht Dürer.

Figura 223: Objeto dado em perspectiva cavaleira.

Figura 224: Determinação dos pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante com as projeções horizontais das arestas do objeto.

Figura 225: A secção produzida no objeto pelo plano secante.

Figura 226: O corte.

Figura 227: Representação das três vistas do objeto e do traço horizontal do plano secante.

Figura 228: Determinação dos pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante com as projeções horizontais das arestas do objeto.

Figura 229: O corte. A figura de secção está preenchida com uma trama.

Figura 230: Corte em perspectiva isométrica.

Figura 231: O mesmo corte em perspectiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Figura 232: Corte em método diédrico.

Figura 233: O mesmo corte em método diédrico (resolução apresentada por um estudante).

Figura 234: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

Figura 235: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 236: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

Figura 237: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 238: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

Figura 239: A figura de secção.

Figura 240: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 241: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação dos dois tipos de planos secantes.

Figura 242: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 243: Objeto representado em método triédrico com indicação dos dois planos secantes.

Figura 244: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 245: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação dos três tipos de planos secantes.

Figura 246: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 247: Objeto representado em método diédrico com indicação do tipo de plano secante.

Figura 248: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 249: Objeto representado em método diédrico com indicação do tipo de plano secante.

Figura 250: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 251: Objeto representado em método triédrico com indicação dos dois tipos de planos secantes.

Figura 252: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Figura 253: “fragmentação”, 1983, José Mário.

Figura 254: Perspetiva explodida. Leonardo da Vinci.
 Figura 255 e Figura 256: Montagem de um objeto a partir do esquema em perspetiva explodida.
 Figura 257: Perspetiva explodida de uma cadeira constituída por 7 peças.
 Figura 258: Perspetiva explodida.
 Figura 259: Objeto montado (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 260: Perspetiva explodida.
 Figura 261: Objeto montado (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 262: Objeto montado.
 Figura 263: Perspetiva explodida desse objeto (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 264: Objeto montado.
 Figura 265: Perspetiva explodida do mesmo objeto (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 266: Objeto montado.
 Figura 267: Perspetiva explodida do mesmo objeto (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 268: “o sonâmbulo”, 2005, José Mário.
 Figura 269: posição inicial 1.
 Figura 270: posição final 3.
 Figura 271: Posição 2. Esta é uma das duas posições intermédias possíveis.
 Figura 272: Posição inicial 1.
 Figura 273: Posição intermédia 2.
 Figura 274: Posição final 3.
 Figura 275: Posição 1.
 Figura 276: Posição 2.
 Figura 277: Posição 3.
 Figura 278: Objeto dado representado em método triédrico.
 Figura 279:
 Figura 280:
 Figura 281: Posição 1.
 Figura 282: Posição 2.
 Figura 283: Posição 3.
 Figura 284: Posição inicial 1.
 Figura 285: Posição final 3.
 Figura 286: Posição intermédia 2 (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 287: Posição 1.
 Figura 288: Posição 2.
 Figura 289: Objeto dado representado em método triédrico (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 290: Objeto na sua posição inicial.
 Figura 291: Objeto na sua posição final (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 292: Objeto na sua posição inicial.
 Figura 293: Após a 1ª rotação.
 Figura 294: Após a 2ª rotação (resolução apresentada por um estudante).
 Figura 295: Após a 3ª rotação.
 Figura 296: “gargalhada”, 2006, José Mário.
 Figura 297: Mesa representada em perspetiva cavaleira.
 Figura 298: Mesa e respetivo reflexo num espelho horizontal.
 Figura 299: A mesma mesa representada em método diédrico.
 Figura 300: Objeto e espelho de perfil.
 Figura 301: O objeto e o seu reflexo.
 Figura 302: Objeto assente num espelho de nível.
 Figura 303: Objeto e o seu reflexo.
 Figura 304:
 Figura 305: Objeto e o seu reflexo num espelho frontal.
 Figura 306: Reflexo de um ponto num plano de perfil.
 Figura 307: Objeto e o seu reflexo num espelho de perfil.
 Figura 308: Reflexo de um ponto.
 Figura 309: Objeto e o seu reflexo.
 Figura 310: Objeto e espelho frontal.
 Figura 311: O mesmo objeto representado em método triédrico (resolução dada por um estudante).
 Figura 312: Objeto e espelho frontal.
 Figura 313: Objeto e o seu reflexo num espelho frontal (resolução dada por um estudante).

Figura 314: “o alienígena”, 2011, José Mário.
 Figura 315: Mordedura.
 Figura 316: Penetração.
 Figura 317: Beijamento simples.
 Figura 318: Ajustamento.
 Figura 319: Imagem dada.
 Figura 320: Resolução.
 Figura 321: Imagem dada.
 Figura 322: Resolução.
 Figura 323: Imagem dada.
 Figura 324: Resolução.
 Figura 325: O plano de topo α e o triângulo [ABC] nele contido.
 Figura 326: O plano de rampa β e o triângulo [DEF] nele contido.
 Figura 327: A reta i de interseção dos dois planos.
 Figura 328: O resultado final.
 Figura 329: O plano de topo α , o triângulo [abc] e o prisma com base de perfil.
 Figura 330: Determinação da secção [1 2 3 4 5] produzida pelo plano no prisma.
 Figura 331: Os pontos de entrada e saída dos lados do triângulo na secção.
 Figura 332: Resultado final da reunião do polígono com o prisma.
 Figura 333: Resultado final com a exclusão de todas as letras usadas no processo.
 Figura 334: Dados iniciais do exercício.
 Figura 335: Secções, linhas de interseção e pontos de entrada e saída.
 Figura 336: Secções, linhas de interseção e pontos de entrada e saída.
 Figura 337: Últimas linhas de interseção.
 Figura 338: Resultado final.
 Figura 339: Dados.
 Figura 340: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 341: Dados.
 Figura 342: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 343: Dados.
 Figura 344: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 345: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 346: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 347: Resolução (apresentada por um estudante).
 Figura 348: “uma realidade descontínua”, 2004, José Mário.
 Figura 349: Objeto planificado.
 Figura 350: Objeto perspectivado.
 Figura 351: Perspetiva cavaleira de uma pirâmide quadrangular.
 Figura 352 e Figura 353: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.
 Figura 354: Pirâmide planificada.
 Figura 355: Pirâmide planificada com as abas de colagem.
 Figura 356: Enunciado: objeto planificado.
 Figura 357: Resolução: perspetiva dimétrica do objeto.
 Figura 358: Perspetiva cavaleira de um objeto.
 Figura 359: Objeto planificado (resolução apresentada por um aluno).
 Figura 360: “mais um fim de dia”, 2012, José Mário.
 Figura 361: Sombra de uma linha poligonal fechada definida por três pontos a, b e c. Foco luminoso a distância infinita / direção luminosa. Caso se tratasse de um triângulo, a área [as.bs.cs] deveria estar preenchida com uma mancha de sombra.
 Figura 362: Sombra de uma linha poligonal fechada definida por três pontos a, b e c. Foco luminoso a distância finita / ponto de luz. Caso se tratasse de um triângulo, a área [as.bs.cs] deveria estar preenchida com uma mancha de sombra.
 Figura 363: Dados: o ponto a, a sua projeção horizontal a', e a sua sombra as.
 Figura 364: O raio luminoso l e a sua projeção horizontal l'.
 Figura 365: O objeto que produz a sombra.
 Figura 366: Objeto dado.
 Figura 367: Direção luminosa.
 Figura 368: Sombra própria e projetada sobre o plano coordenado horizontal.
 Figura 369: Sombra própria de um ponto a projetada sobre o plano coordenado horizontal.
 Figura 370: Sombra própria de um ponto a projetada sobre um plano frontal.
 Figura 371: Sombra própria de um segmento de reta [ab] que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano frontal.
 Figura 372: Sombra própria de um segmento de reta [ab] que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano de rampa.

Figura 373: Sombra própria de um segmento de reta [ab] que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano de rampa.

Figura 374: Objeto composto escolhido para o exercício.

Figura 375: Determinação das sombras dos pontos projetadas sobre o plano horizontal.

Figura 376: Preenchimento das faces com sombras próprias. Preenchimento das zonas de sombras projetadas sobre o plano horizontal.

Figura 377: Cálculos necessários à determinação das sombras projetadas sobre o próprio objeto.

Figura 378: Preenchimento das zonas de zona projetada sobre o próprio objeto.

Figura 379: Enunciado: dada a sombra do objeto.

Figura 380: Resolução: o objeto (resolução apresentada por um estudante).

Figura 381: Direção luminosa.

Figura 382: Objeto dado.

Figura 383: Objeto e respectivas sombra própria e projetada.

Figura 384: Dados.

Figura 385: Resolução (apresentada por um estudante).

Figura 386: Direção luminosa: raio luminoso a cor de laranja. Projeção horizontal a azul.

Figura 387: Dados. O objeto.

Figura 388: Resolução (apresentada por um estudante).

Figura 389: "Passion-raison", 2008, José Mário.

Figura 390: "jogos inacabados", 2008, José Mário.

Figura 391: "paisagem quase real", 2001, José Mário.

Figura 392: Albrecht Dürer. Sportello. Xilogravura, 1520. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

Figura 393: Albrecht Dürer. Dispositivo de keser/dürer. Xilogravura, c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

Figura 394: Albrecht Dürer. Desenhador realizando um retrato com o mé-todo do vidro, xilo-gravura, c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

Figura 395: Albrecht Dürer. Quadrícula, xilo-gravura c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

Figura 396: "Chegada de Cristo a Jerusalém" pintura afresco de igreja em Assis - Pietro Lorenzetti pintor pré-renascentista italiano (c.1280-1348)

Figura 397: "A cidade ideal" (1475). Quadro atribuído a Piero della Francesca. Galleria Nazionale. Urbino.

Figura 398: Imagem tridimensional do perspetógrafo.

Figura 399: Imagem tridimensional do perspetógrafo simplificado.

Figura 400: Processo de rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

Figura 401: O perspetógrafo após rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

Figura 402: O perspetógrafo. Representação dos pontos de distância.

Figura 403: Reta horizontal a dada pelas suas projeções frontal e horizontal.

Figura 404: Determinação do ponto de fuga da reta a.

Figura 405: Reta de topo a.

Figura 406: Determinação do ponto e fuga da reta de topo a.

Figura 407: Reta fronto-horizontal a.

Figura 408: Esta reta não tem ponto de fuga por ser paralela ao quadro.

Figura 409: Determinação do ponto de nascer da reta a.

Figura 410: Imagem com 1 ponto de fuga.

Figura 411: Imagem com 2 pontos de fuga.

Figura 412: Perspetiva "olho de pássaro".

Figura 413: Perspetiva "olho de rã".

Figura 414: "A vulkanik", 2000, José Mário.

Figura 415: "abismo", 2006, José Mário.

Figura 416: "Costruzione Legittima". Figura extraída de « La perspective en Jeu » de Philippe Comar.

Figura 417: "Costruzione Legittima".

Figura 418: Nesta configuração, a construção é feita a partir das projeções. horizontais e frontais do objeto e do observador. O plano do quadro está de perfil relativamente ao desenhador.

Figura 419: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e frontais do objeto e do observador. O plano do quadro está de perfil relativamente ao desenhador.

Figura 420: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e laterais do objeto e do observador. O plano do quadro está frontal relativamente ao desenhador.

Figura 421: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e laterais do objeto e do observador. O plano do quadro está frontal relativamente ao desenhador.

Figura 422: Objeto inicialmente representado em tripla projeção ortogonal.

Figura 423: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.

Figura 424: Colocação do plano do quadro e do observador relativamente ao objeto.

Figura 425: Traçado dos raios visuais em projeção horizontal e lateral.

Figura 426: Traçado das perpendiculares relativas às duas coordenadas largura e altura.

Figura 427: Determinação dos pontos de interseção das linhas das larguras com as linhas das alturas.

Figura 428: o objeto que surge como resultado da interseção das linhas das larguras e das alturas.

Figura 429: Na representação final, para uma leitura e compreensão mais eficaz retiram-se todas as linhas que possam causar algum ruído.

Figura 430: Apesar de mais direta, a opção por uma combinação de projeções na qual se inclua a projeção frontal torna o desenho mais confuso.

Figura 431: Prospettiva di pozzo dal de Prospettiva Pingendi di Piero della Francesca.

Figura 432: Traçado do perspetógrafo e da régua da escala de alturas.

Figura 433: Traçado das três retas horizontais contidas no mesmo plano perpendicular ao plano horizontal.

Figura 434: Representação de pontos contidos nas retas horizontais à cota pretendida.

Figura 435: Representação de pontos com dois e cinco de altura, exteriores ao plano vertical que contém a escala de alturas.

Figura 436: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.

Figura 437: Representação do perspetógrafo.

Figura 438: Representação da planta do objeto e respetiva projeção frontal segundo um dado enunciado.

Figura 439: Traçado da projeção frontal dos raios visuais.

Figura 440: Determinação da perspetiva da planta.

Figura 441: Aplicação de uma escala de alturas para construir a estrutura tridimensional do objeto.

Figura 442: Desenho final com definição das arestas visíveis e invisíveis.

Figura 443: “le jardin lunaire”, 2008, José Mário.

Figura 444: Perspetiva de um octógono realizada com I Punti Distanza.

Figura 445: Visão panorâmica do perspetógrafo.

Figura 446: Traçado da projeção horizontal da reta t perpendicular ao plano do quadro e da sua perspetiva.

Figura 447: Traçado da projeção horizontal da reta horizontal a 45° e da sua perspetiva.

Figura 448: Representação do ponto A à sua respetiva altura recorrendo a uma escala de alturas.

Figura 449: Representação de um objeto em dupla projeção ortogonal.

Figura 450: Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador.

Figura 451: Marcação dos pontos de distância que definem a distância do observador ao plano do quadro, e representação da planta do objeto.

Figura 452: Traçado das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro.

Figura 453: Traçado das perspetivas das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro.

Figura 454: Traçado das projeções horizontais das retas horizontais a 45° com o plano do quadro.

Figura 455: Traçado das perspetivas das projeções horizontais das retas horizontais a 45° com o plano do quadro.

Figura 456: Representação da perspetiva da planta do objeto.

Figura 457: Aplicação de duas escalas de alturas para representação do objeto.

Figura 458: Início do processo de “levantamento” dos pontos do objeto.

Figura 459: Definem-se as primeiras arestas.

Figura 460: Continuação do processo construtivo.

Figura 461: Conclusão do processo construtivo.

Figura 462: Redefinição dos traçados indicando quais as arestas visíveis e quais as invisíveis.

Figura 463: Na representação final basta a perspetiva do objeto, a linha do horizonte, e a linha de terra.

Figura 464: Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador.

Figura 465: Marcação dos pontos de distância que definem a distância do observador ao plano do quadro, e representação da planta do objeto.

Figura 466: Traçado das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro e das respectivas perspectivas.

Figura 467: Traçado das projeções horizontais das retas de nível a 45° com o plano do quadro e das respectivas perspectivas.

Figura 468: Representação da perspectiva da planta do objeto.

Figura 469: Primeiro momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

Figura 470: Segundo momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

Figura 471: Terceiro momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

Figura 472: Perspetiva da estrutura tridimensional do objeto.

Figura 473: Definição das arestas visíveis e invisíveis.

Figura 474: Desenho final deixando unicamente a perspetiva do objeto e o perspetógrafo.

Figura 475: “a última fronteira”, 2008, José Mário.

Figura 476: Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador e da sua distância ao plano do quadro.

Figura 477: Colocação da planta.

Figura 478: Determinação dos pontos de fuga.

Figura 479: Determinação dos pontos de nasença.

Figura 480: Determinação da perspetiva da planta.

Figura 481: Representação da escala de alturas.

Figura 482: Representação dos pontos contidos no plano vertical da escala de alturas.

Figura 483: Traçado das retas horizontais para determinar os outros vértices do objeto.

Figura 484: Determinação dos outros vértices do objeto.

Figura 485: Definição da estrutura básica do objeto.

Figura 486: Reduzir a estrutura do objeto às suas arestas.

Figura 487: Definir arestas visíveis e arestas invisíveis.

Figura 488: Resumir o desenho ao perspetógrafo e à imagem do objeto.

Figura 489: “Puzzlemaniac”, 2009, José Mário.

Figura 490: Perspetógrafo e projeção horizontal do cubo.

Figura 491: Determinação de um dos pontos de fuga das arestas do sólido.

Figura 492: Representação das perspetiva h' e m' das retas h e m .

Figura 493: Determinação das perspetivas B' , C' e D' dos pontos B , C e D .

Figura 494: Definição da perspetiva da base do sólido.

Figura 495: Obtenção dos quatro pontos da face superior do cubo.

Figura 496: Representação da estrutura linear do cubo.

Figura 497: Representação final do cubo.

Figura 498: O objeto dado.

Figura 499: Representação do perspetógrafo.

Figura 500:

Figura 501:

Figura 502:

Figura 503:

Figura 504: Definição da estrutura linear tridimensional do objeto com recurso a uma escala de alturas.

Figura 505: Definição das arestas visíveis e invisíveis.

Figura 506: Representação final do objeto.

Figura 507: “Distorção espaço-temporal”, 2000, José Mário.

Figura 508: Fase 1, a representação do perspetógrafo.

Figura 509: Fase dois, translação do quadro e representação do quadro duplo.

Figura 510: Fase três, simplificação dos traçados ao essencial.

Figura 511: Fase quatro, rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

Figura 512: Fase cinco, o plano de terra rebatido sobre o plano do quadro.

Figura 513: “O sonho de Anúbis”, 1985, José Mário.

Figura 514: Objeto dado em tripla projeção ortogonal.

Figura 515: Representação do plano visual principal e do plano do quadro.

Figura 516: Conclusão da representação do perspetógrafo com a colocação da planta do objeto.

Figura 517: Determinação dos pontos de fuga.

Figura 518: Determinação dos pontos de nasença.
Figura 519: Determinação da perspectiva da planta
Figura 520: Recorrendo a uma escala de altura inicia-se o processo de representar a estrutura tridimensional do objeto.
Figura 521: Construção da estrutura tridimensional do objeto.
Figura 522: Colocar em destaque a estrutura do objeto.
Figura 523: Definir arestas visíveis e arestas invisíveis.
Figura 524: Representação final do objeto.
Figura 525: Objeto dado em dupla projeção ortogonal.
Figura 526: Representação do perspetógrafo.
Figura 527: Determinação dos pontos de fuga.
Figura 528: Determinação dos pontos de nasença das retas que contêm as arestas do objeto.
Figura 529: Representação da planta perspectivada.
Figura 530: Construção da estrutura tridimensional do objeto.
Figura 531: Representação da totalidade da estrutura do objeto.
Figura 532: Representação final.
Figura 533: "O templo", 2013, José Mário.
Figura 534: Representação triédrica do objeto.
Figura 535: Perspetógrafo e planta do objeto.
Figura 536: Traçado das retas perpendiculares ao plano do quadro e das respetivas perspetivas.
Figura 537: Traçado dos raios visuais para perspetivar pontos guias.
Figura 538: Determinação da perspectiva da planta.
Figura 539: Aplicação de uma escala de alturas.
Figura 540: Conclusão da estrutura tridimensional do objeto.
Figura 541: Definição das arestas visíveis e das arestas invisíveis.
Figura 542: Representação final do objeto.
Figura 543: Representação triédrica do objeto.
Figura 544: Representação do perspetógrafo e da planta do objeto.
Figura 545: Representação das retas perpendiculares ao plano do quadro e respetivas perspetivas.
Figura 546: Perspetivação de pontos-guia com recurso a raios visuais.
Figura 547: Representação de uma escala de alturas auxiliar.
Figura 548: Com o auxílio da escala de alturas inicia-se o processo de construção da estrutura tridimensional do objeto.
Figura 549: Conclusão da construção da estrutura do objeto e definição das suas arestas visíveis e invisíveis.
Figura 550: Representação final do objeto.
Figura 551: Representação dos dados.
Figura 552: Reversão do processo (resolução apresentada por um estudante).
Figura 553: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 554: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 555: O perspetógrafo com a planta do objeto.
Figura 556: representação do objeto em perspetiva (resolução apresentada por um estudante).
Figura 557: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 558: Representação do objeto em perspetiva com exibição dos traçados cnstrutivos (resolução apresentada por um estudante).
Figura 559: Representação do objeto em perspetiva com ocultação dos traçados construtivos.
Figura 560: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 561: Representação do objeto em perspetiva (resolução apresentada por um estudante).
Figura 562: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 563: Representação do objeto em perspetiva (resolução apresentada por um estudante).
Figura 564: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.
Figura 565: Representação do objeto em perspetiva (resolução apresentada por um estudante).
Figura 566: Representação do espaço em tripla projeção ortogonal.
Figura 567: Representação do perspetógrafo com a planta do espaço arquitetónico.
Figura 568: Exibição do processo construtivo da estrutura linear tridimensional em perspetiva.

Figura 569: Representação final do espaço arquitetônico.
 Figura 570: “Nefelibata”, 2000, José Mário.
 Figura 571: O perspetógrafo.
 Figura 572: O perspetógrafo simplificado.
 Figura 573: Pequena sala em tripla projeção ortogonal.
 Figura 574: O perspetógrafo, o alçado frontal e a planta do pequeno espaço.
 Figura 575: Traçado dos raios visuais em projeção frontal.
 Figura 576: Traçado dos raios visuais em projeção horizontal. Determinação da perspetiva da sala.
 Figura 577: Definição da estrutura linear do espaço.
 Figura 578: Representação final.
 Figura 579: Perspetógrafo e dupla projeção ortogonal de um espaço arquitetônico.
 Figura 580: O mesmo espaço em perspetiva cônica linear de quadro horizontal.
 Figura 581: “vision”, 2000, José Mário.
 Figura 582: Visão panorâmica do perspetógrafo.
 Figura 583: O rebatimento do plano lateral auxiliar.
 Figura 584: O perspetógrafo.
 Figura 585: O perspetógrafo, o objeto e as suas projeções, horizontal e lateral.
 Figura 586: O perspetógrafo, o objeto e as suas projeções, horizontal e lateral.
 Figura 587: O perspetógrafo e as projeções horizontal e lateral do objeto.
 Figura 588: O perspetógrafo e o objeto.
 Figura 589: Determinação dos pontos de fuga em projeção horizontal e projeção lateral.
 Figura 590: Rebatimento do plano do quadro sobre o plano do desenho.
 Figura 591: Determinação da perspetiva de dois pontos em projeção horizontal e lateral recorrendo ao traçado dos raios visuais em projeção horizontal e lateral.
 Figura 592: Determinação da perspetiva desses dois pontos após rebatimento do plano do quadro.
 Figura 593: Recorrendo aos pontos de fuga das retas horizontais obtêm-se as perspetivas dos outros dois pontos da face superior do objeto.
 Figura 594: Recorrendo ao ponto de fuga das retas verticais e ao raio visual que passa por um dos vértices da face inferior, é possível perspetivar todos os outros pontos dessa face.
 Figura 595: Definição das arestas visíveis e invisíveis do objeto.
 Figura 596: Representação final do objeto.
 Figura 597: O perspetógrafo e o objeto.
 Figura 598: Determinação das projeções prévias dos pontos de fuga.
 Figura 599: Determinação dos pontos de fuga e das perspetivas prévias A' e A'''.
 Figura 600: Obtenção das perspetivas A e C da face inferior do objeto.
 Figura 601: Perspetiva da face inferior do objeto.
 Figura 602: Determinação da perspetiva E da face superior do objeto.
 Figura 603: Determinação da estrutura tridimensional do objeto e definição das suas arestas visíveis e invisíveis.
 Figura 604: O objeto em perspetiva.
 Figura 605: O perspetógrafo e o objeto.
 Figura 606: O objeto em perspetiva.

“juzee maarihu”, 2010, José Mário.

“ciclo”, 2013, José Mário.

“a queda”, 2012, José Mário.

Introdução

Este trabalho tem dois objetivos, o primeiro visa documentar aquilo que foi, e é, a história da disciplina de geometria na ESAD, desde a sua abertura no ano letivo de 1989/1990, até à presente data, baseado na recolha, seleção e organização por ordem temática, dos vários pequenos textos, apontamentos, enunciados e notas, aos quais se juntaram esboços e desenhos rigorosos que lhes estão diretamente associados, usados na ilustração e exemplificação dos conteúdos programáticos, que serviram de apoio teórico e prático às aulas, durante estes vinte e quatro anos de docência do candidato.

O segundo objetivo, o da criação de um modelo de equipamento didático, mais concretamente de um livro de geometria para os estudantes da escola superior de artes e design (ESAD), apesar de em ideia e em termos abstratos já existir há muito tempo, só ganhou forma concreta posteriormente, aproveitando o trabalho de recolha e compilação já efetuado.

A ideia de projetar um modelo de livro de geometria especialmente pensado para estudantes da ESAD, quando no mercado já há tantos livros da especialidade, deve-se ao facto de a maioria disponível estar vocacionada para dar resposta aos programas do ensino secundário, cujos conteúdos não são propriamente os do nosso interesse mais específico. De facto, o tipo de temas, exercícios e objetos, não são os mais adequados aos interesses e objetivos desta unidade curricular.

A questão é que, podendo considera-los a todos, ou quase todos, bons ou até muito bons manuais de geometria descritiva, nenhum deles reúne no seu conjunto as características pretendidas. Não queremos com isto dizer que devam ser ignorados, por vezes a sua consulta pode ser mesmo necessária e de interesse pedagógico.

Há ainda outros livros de excelente qualidade, mas certamente mais direcionados para as áreas da arquitetura e das engenharias civil ou mecânica, e cuja complexidade ultrapassa as necessidades do programa.

Foi atendendo a estas razões que, paralelamente ao objetivo de registar e catalogar os conteúdos programáticos estudados que já dura há mais de vinte anos, também se deu seguimento à ideia de procura e construção de um modelo de livro didático, especificamente dirigido aos estudantes desta escola, com o intuito de melhorar os resultados do processo de ensino/aprendizagem desta unidade curricular.

O uso do termo construção pode parecer excessivo, mas, de facto, atendendo ao modo como o processo se desenrolou, trata-se mesmo de uma construção.¹

A geometria é uma disciplina cuja linguagem e conteúdos são incontornáveis no contexto dos cursos de uma escola de design, como é o caso da ESAD, em que não saber estruturar e projetar é impensável. Para além dos aspetos mais práticos e imediatos, o desenvolvimento de raciocínios de tipo lógico-dedutivos propostos pela disciplina de geometria, pode vir a ser útil na resolução de outro tipo de questões não relacionadas diretamente com questões de ordem geométrica, mas em que uma abordagem metódica aos problemas é necessária.

O programa de geometria e projeção da ESAD foi desde as suas primeiras versões no início da década de 90 do século passado, pensado e por diversas vezes remodelado de modo a evitar que os seus conteúdos não fossem mais que um vasto rol de enunciados meramente académicos, completamente afastados de qualquer interesse ligado à prática projetual, mas que, pelo contrário pudessem ser uma seleção de conhecimentos realmente úteis, ferramentas de trabalho e pesquisa, e que por conseguinte pudessem ajudar a resolver alguns dos inúmeros problemas que acabam sempre por surgir na elaboração e execução de um projeto.

Neste documento descrevem-se os conteúdos que fazem parte do programa atual, o seu suposto interesse no contexto dos cursos da ESAD, a sua aplicabilidade e os processos de solucionar alguns problemas que de algum modo simulam, a montante e de modo

¹ Originalmente o termo utilizado na frase precedente era *elaboração*, mas no final deste trabalho, após mais de 200 versões, decidimos alterar esse termo para *construção*, pois em nosso entender é o que melhor se adequa às circunstâncias.

generalista, problemas reais que podem eventualmente surgir ligados à prática projectual em design.

Apesar de ter havido sempre essa preocupação de direccionar os exercícios para questões mais práticas e concretas, especialmente na representação de objetos em perspectiva cilíndrica e em múltipla projeção ortogonal, aplicando métodos auxiliares tais como o dos cortes e da perspectiva explodida, o programa nunca excluiu algumas das questões básicas da geometria descritiva de carácter dito mais abstrato, que lidam com pontos, retas e planos. Esses conhecimentos estão na base de algumas das competências que permitem recolher, entender e processar dados, e sem os quais não seria possível a construção dos raciocínios lógico-dedutivos que levam à resolução dos problemas ditos práticos e concretos.

Relativamente aos conteúdos e respectivas anotações, exposições teóricas e práticas processuais, figuras ilustrativas e todo o tipo de apontamentos que foram por nós utilizados ao longo destes anos, uns mais, outros menos, uns remodelados e outros abandonados, a sua contínua seleção resultou sempre da experiência quase diária de contacto com os estudantes, das suas dificuldades, das suas necessidades e interesses. Na organização dos exercícios relativos aos diferentes conteúdos, sempre que necessário e possível, obedeceu-se a um programa de complexidade progressiva, pois nesta disciplina em particular, há uma interligação e lógica de precedência entre conteúdos, que o entendimento dos níveis superiores é praticamente impossível sem o entendimento prévio dos níveis inferiores.

Todos os objetos ilustrativos escolhidos, quer para a introdução e exposição das matérias, quer para exercícios de treino dos estudantes, foram idealizados de modo a que as imagens resultantes exemplificassem do modo mais claro e inequívoco possível os conteúdos aos quais se referiam. A maior preocupação foi sempre a de apresentar aquilo a que, à falta de melhor denominação, chamamos de “objetos virtuais didáticos”. Virtuais porque não têm existência física, didáticos porque a sua função é mesmo essa: participar no processo de ensino/aprendizagem.

Dentro do possível, estive quase sempre presente o inevitável cuidado de carácter estético de modo a que as representações conseguidas não fossem grosseiras, desequilibradas ou desagradáveis. A questão formal destes objetos virtuais foi sempre condicionada pela sua função primordial de objetos com função didática, de exemplos claros, inteligíveis e inequívocos, proporcionando imagens elegantes, equilibradas e de leitura agradável. Nesse sentido muito peculiar, é quase possível denominá-los por “objetos de design didático”, isto é, objetos projetados propositadamente para servirem de recurso didático no processo de ensino/aprendizagem.

Durante desenvolvimento deste trabalho, mostram-se algumas das imagens dos objetos que fizeram parte das séries de exercícios específicos para os diversos conteúdos programáticos. Para além da questão dos objetos, há ainda a considerar a questão das linguagens.

Sendo a geometria uma ciência exata, a linguagem verbal que explica os seus conteúdos tem também de ser sempre clara, rigorosa e exata, correndo inclusive o risco de se tornar ora complexa ora redundante no seu intuito de não deixar por explicar com precisão qualquer um dos assuntos que aborde.

Contudo, como sabemos, nesta área, a linguagem verbal, por muito rica e elaborada que seja, não é suficiente no que aos estudos processuais diz respeito se não for acompanhada de imagens que permitam visualizar a operação em curso. De facto, só recorrendo à descrição gráfica é que se consegue mostrar e entender a maior parte desses procedimentos. É por essa razão que para se conseguirem explicar convenientemente os métodos a aplicar na resolução de problemas, realizamos sempre muitos desenhos no quadro durante as aulas, e é por essa mesma razão que todos os livros de geometria são profusamente ilustrados.

Sabemos pela nossa experiência docente que os nossos estudantes, vocacionados para a área das artes visuais, têm na sua maioria uma natural tendência para o que é prático e figurável, e revelam um intuitivo, e especial interesse por assuntos que possam ser maioritariamente explicados por imagens, assuntos em que a imagem quase fale por si, em

que o texto possa ser entendido como um complemento da imagem, quase como uma legenda, e nunca o contrário.

O desenho é portanto a linguagem que neste ambiente escolar, e mais especificamente nesta unidade curricular melhor funciona como veículo de transmissão de conhecimentos, é aquela que os estudantes preferem pois é a que naturalmente os atrai, e que como tal, a que melhor entendem. No caso desta disciplina, pela necessidade do rigor, é o desenho operativo técnico em particular que se destaca, mas não só, pois em muitas ocasiões utilizamos um tipo de desenho esquemático, à mão levantada, o esquisso, para explicar determinados assuntos ou como meio prévio auxiliar na visualização e concretização de imagens que posteriormente poderão se representadas com rigor.

Durante todos estes anos, todas as etapas do percurso pelos diversos conteúdos programáticos foram ilustradas quer com desenhos de boa qualidade técnica, quer com outros mais expressivos, alguns dos quais estiveram na origem desses desenhos mais rigorosos.

Neste documento, tal como já mencionamos, mostraremos alguns desses desenhos, alguns dos quais serão aproveitados para figurar no futuro livro.

Nas aulas de geometria descritiva dedicamo-nos ao estudo e sistematização dos métodos de representação técnica normalizada, e à aplicação desses estudos em exercícios cujo objetivo é essencialmente representar e descrever rigorosamente, sem ambiguidades, figuras bidimensionais e tridimensionais sobre um suporte bidimensional. Por essa razão, sempre que usamos a linguagem verbal, para explicar determinado projeto, para nomear as operações a executar, ou para expressar corretamente os passos a dar nos processos e aplicações geométricas, esforçamo-nos para que sejam o mais precisas possível para que nunca haja deturpações da mensagem que estamos a passar.

Quando usamos a linguagem gráfica descritiva para ilustrar e tornar visíveis essas operações, processos e aplicações, nas ilustrações que imaginamos e realizamos para as várias séries exercícios de aplicação prática dos conteúdos teóricos do programa, temos sempre o cuidado para que estas sejam graficamente rigorosas, e de significado único não passíveis de múltiplas interpretações conforme a subjetividade de cada um, de tal modo que nunca possa haver qualquer tipo de confusão na leitura e interpretação das mesmas.

Pretendemos que este documento possa refletir essa nossa preocupação com o rigor científico e que possa portanto servir de ponto de partida para a elaboração de um modelo de livro didático para esta unidade curricular. Quando pensamos num modelo de livro de geometria não nos podemos esquecer que este não pode ser unicamente tomado como um veículo de conhecimento, mas que também deve de ser projetado como objeto em si, como uma coisa física, como um corpo, e isto levanta várias outras interrogações que devem ser levadas em conta. Assim, no projeto de construção desse objeto, para além das questões relativas à exposição dos conteúdos programáticos, é necessário pensar as questões de ordem formal, isto é, no seu aspeto mais visível e mais tátil, no seu aspeto gráfico, na sua estratégia de comunicação. Estas questões são parte integrante e muito importante deste projeto, talvez mesmo aquela que o personaliza.

Relativamente à parte gráfica e formal selecionamos algumas questões para analisar e sobre as quais vale a pena refletir, mas certamente outras tantas poderiam ter sido selecionadas e acrescentadas. Pensamos que seriam da maior importância em todo este processo, pois delas poderia depender grande parte da eficácia ou falta dela, deste objeto didático. Para nos ajudar a ajuizar sobre as decisões a tomar pensamos em realizar um inquérito aos estudantes para que pudessem expressar livremente a sua opinião relativamente à forma de um hipotético livro de geometria, ao formato e à dimensão das folhas, à sua total espessura, ao tipo e tamanho da fonte, ao corpo de texto, ao enquadramento das imagens, ao tipo de capa,...etc., e mesmo a outras questões que entretanto no decurso deste trabalho pudessem surgir.

Quanto à estratégia de comunicação, o desafio que se colocou foi o de imaginar um modelo de manual de geometria que fosse, como é regra e provável que sejam todos os livros de geometria, cientificamente rigoroso na sua linguagem e exemplificações, seguindo obrigatoriamente os objetivos de um programa específico, mas que ao mesmo tempo pudesse causar alguma estranheza pelo modo como em certos aspetos ou pormenores se

desvia da norma daquilo que supostamente se poderia esperar encontrar num livro de geometria, tendo em mente que estamos a focar-nos especialmente nos estudantes da ESAD, estudantes da área das artes.

Para concretizar esta ideia, pensamos num tipo de exposição, especialmente ilustrativo, que paralelamente aos conteúdos teóricos e práticos fundamentais, contenha alguns elementos visuais cuja função seja simplesmente o de criar um pouco de entropia, ou seja, elementos, cuja improbabilidade de fazerem parte de um livro de geometria possa em nosso entender, pela sua suposta originalidade, acrescentar informação e despertar uma inesperada atenção de um estudante de artes e design. Convém reforçar esta ideia de que este livro é especialmente dirigido a estudantes de artes e design.

Se imaginarmos dois livros de geometria, sabemos que os seus discursos sobre os seus temas e conteúdos científicos são muito semelhantes quanto ao significado, não há como escapar a isso, mas pela sua imprevisibilidade, por alguma desorganização que num deles foi introduzida, ou, dito de outra maneira, pela suposta originalidade na sua organização, um deles, nesse sentido, contém mais informação² do que o outro.

Sendo o livro dedicado à geometria, e sabendo nós da grande resistência que muitos dos estudantes oferecem à leitura de temas relacionados com esta disciplina, esperamos que todas as ilustrações estranhas à matéria, assim como algumas das ilustrações exemplificativas que venham a figurar no futuro livro, possam criar pela sua improbabilidade, a tal “desordem”, que de algum modo venha a favorecer o interesse pela sua leitura em geral³.

É neste terreno um pouco instável, entre, por um lado, criar mensagens de grande significado e grande capacidade de comunicação, e, por outro lado, acrescentar outras de improvável presença, que decidimos jogar este jogo, que no fundo, como qualquer jogo, comporta alguns riscos e proporciona algum prazer.

Neste documento são já utilizadas algumas dessas imagens como separadores que foram retiradas de fotografias de pinturas e também de desenhos de alguns diários gráficos da autoria do candidato. Todas as outras imagens com as quais pretendemos aqui expor e ilustrar o que se tem passado durante estes anos de aulas de geometria, algumas são da autoria do candidato e outras foram realizadas por estudantes. Algumas foram realizadas em computador, mas há outras que foram realizadas manualmente e por pessoas diferentes, sendo portanto natural que apresentem características expressivas diferentes revelando um pouco o cunho pessoal de cada um.

Tal como já mencionamos, são duas as ideias que orientam este trabalho, por um lado o registo do programa de geometria, por outro lado um projeto de criação de um modelo que após a devida formatação e adequação se possa tornar num livro, num manual para estudo e acompanhamento da disciplina de geometria e projeção. Enquanto manual terá como principal função a de proceder à introdução, exposição, desenvolvimento e ilustração das matérias previstas, sugestões quanto ao tipo de exercícios práticos tipificados mais adequados explicação das mesmas, oferecendo aos estudantes um apoio que se pretende eficaz no processo de ensino aprendizagem desta unidade curricular. Poderá ainda, visto tratar-se de um objeto de consulta, funcionar também como um apoio a que os estudantes podem recorrer, como ajuda, ao apontar soluções para alguns dos problemas que possam surgir das propostas de trabalho das disciplinas de projeto, de desenho, de *rendering* manual e de desenho técnico, devido à evidente aplicabilidade de alguns dos conhecimentos específicos da área da geometria nessas outras disciplinas.

É a partir deste universo que se foi construindo de reflexões sobre as matérias específicas desta área do conhecimento, que se vai fazer emergir, num processo de cariz quase arqueológico, uma reconstrução sintetizada dos temas, metodologias e exercícios mais relevantes usados no processo de ensino/aprendizagem da unidade curricular nesta escola, ao longo destes 25 anos.

² Quanto mais provável é uma mensagem, mais significado possui, maior é a sua capacidade de comunicação, mas, pela sua previsibilidade não acrescenta novidade. Pelo contrário a utilização de algo improvável e inesperado acaba obviamente por comunicar algo de novo. In Eco, Umberto. “*Opera Aperta*”, 1962. Gruppo Editoriale Fabbri, Bompiani, Sonzogono, Etas, S.p.A. Tradução de João Rodrigo Narciso Furtado.

³ Esta ideia de criar um livro nestes moldes foi influenciada pela leitura do livro de Umberto Eco, “*Opera Aperta*”.

A ordem pela qual os conteúdos programáticos são neste trabalho apresentados corresponde àquela que é atualmente seguida. Mas nem sempre foi esta. Durante todo este tempo por algumas vezes alteramos essa ordem, com avanços e recuos, cortes e acrescentos, no sentido de procurar aquela que em nosso entender fosse a mais adequada e lógica. Nem todos os conteúdos expostos têm ultimamente feito parte do programa em vigor. Alguns foram abandonados por se acharem menos interessantes, outros tiveram que ser postos de lado quando a unidade curricular sofreu uma diminuição de 30 horas.

Após várias hesitações, reflexões, dúvidas e alterações optamos por dividir este trabalho em cinco capítulos, e cada capítulo em pequenas unidades temáticas a que resolvemos chamar lições. A cada uma destas lições não corresponde exatamente uma aula, entendida como tempo letivo de 90 minutos. Uma lição é aqui entendida como um conjunto de ensinamentos interligados e inseparáveis relacionados com um dado tema. É uma unidade temática que normalmente se prolonga por mais de uma aula.

O primeiro capítulo “introdução à unidade curricular” é constituído por quatro lições nas quais se abordam de um modo geral os assuntos a ser posteriormente desenvolvidos individualmente.

O segundo capítulo “a perspectiva cilíndrica” distribui-se por nove lições. Expõem-se e explicam-se as suas características e as suas variantes e os seus processos de representação. São ainda apresentados alguns exercícios de aplicação dos conhecimentos teóricos e processuais adquiridos.

O terceiro capítulo “métodos de projeção ortográfica” é constituído por nove lições nas quais se estudam as características gerais destes métodos de projeção ortogonal por vistas e as pequenas diferenças que os distinguem entre si. Apresentam-se ainda alguns exercícios de aplicação dos conhecimentos teóricos e processuais adquiridos.

O quarto capítulo “métodos auxiliares” é composto por oito lições, cada uma delas dedicada a um desses métodos ou técnicas: cortes e secções, perspectiva explodida, rotações, reflexos, interseções, planificações e sombras. Expõem-se e explicam-se as características e aplicabilidade de cada um deles bem como os seus processos de execução. São também apresentados para cada um desses métodos alguns exercícios de aplicação dos conhecimentos teóricos e processuais adquiridos.

O quinto capítulo “perspectiva cónica”, compõe-se de doze lições nas quais se estudam a perspectiva linear de quadro vertical, perspectiva linear de quadro horizontal e perspectiva linear de quadro oblíquo. Abordam-se as características gerais, as variantes e os vários métodos resolventes. A resolução de exercícios de aplicação dos conhecimentos teóricos e processuais adquiridos encerram este capítulo.

Capítulo 1

Introdução à unidade curricular



Figura 1: "a ideia de", 2008, José Mário.

Lição nº1
Apresentação da unidade curricular



Figura 2: "A grande viagem", 2003, José Mário.

1.1. Nota prévia

A grande maioria dos estudantes que ingressa na ESAD frequentou a área das artes no ensino secundário, e como tal, já teve contacto com as matérias da disciplina de geometria descritiva.

Temos constatado ao longo do tempo que os conhecimentos teóricos que delas têm são vagos, imprecisos ou pouco fundamentados. Verificamos ainda que este problema se agravou em anos recentes desde que o programa deixou de ser lecionado em três anos e passou a ser lecionado em dois anos.

Dar uma definição correta ou explicar um processo de resolução é algo quase impossível para uma boa parte dos estudantes. Pensamos que isso se possa dever a algum tipo de imaturidade e consequente desinteresse aquando da aquisição desses conhecimentos. Desconhecemos se há algum estudo no sentido de saber se um estudante com 15 ou 16 anos, idade em que contacta com a geometria descritiva, tem maturidade suficiente para entender o discurso próprio desta disciplina. Seria um estudo interessante a fazer, de modo a adequar a aquisição de um certo tipo de conhecimentos à sua idade.

Resumidamente, daqui deriva que, por alguma razão passada, muitos dos nossos estudantes mantêm algum preconceito em relação a esta disciplina, e apesar de mais velhos e de já frequentarem o ensino superior continuam simplesmente a querer “despachar” as matérias sem se preocuparem muito em as compreender. Leva-los a querer mudar de atitude e a revelar um maior interesse em conhecer e compreender, foi desde sempre um dos nossos objetivos.

1.2. Conteúdos programáticos

A geometria descritiva é, muito resumidamente, a disciplina que investiga e fornece as bases para a sistematização dos diversos métodos de representação rigorosa em linguagem visual normalizada.

É grande o número de ramificações e saberes abrangidos por esta ciência, e as suas aplicações técnicas e industriais são inúmeras. Enquanto ciência pura, podemos entendê-la como um jogo, com as suas regras muito próprias.

Os elementos deste jogo são os pontos, as retas e os planos, que apesar de abstratos, são definidos de um modo rigorosíssimo. Se desconhecemos as suas definições não conseguimos entrar no jogo, pois não saberemos como jogá-lo. O objetivo do nosso jogo é o de descrever, representar de forma rigorosa, clara e universal qualquer tipo de imagem, objeto, construção ou espaço. E esta opção não é arbitrária, é baseada nas necessidades daqueles que profissionalmente vão ter que lidar com o mundo do desenho técnico, e da representação visual convencionada.

São vastos os conteúdos da geometria descritiva, de modo que desde o início dos cursos da ESAD tivemos que fazer opções pelos que apresentam maior aplicabilidade e pertinência no âmbito da formação dos estudantes em design, em artes digitais e multimédia ou em joalheria. Da análise ao problema, e já que se trata de dar formação a estudantes enquadráveis numa vasta área que podemos denominar por área das artes visuais, decidimos que os critérios de seleção fundamentais para a hierarquização dos conteúdos-base deveriam ser obviamente o seu interesse no contexto do curso, e o poder comunicativo das suas imagens.

Como poder comunicativo, referimo-nos ao impacto visual de certas imagens, à sua capacidade para descrever e ainda ao seu aspeto estético, ou seja, à facilidade de explicar aliada à agradabilidade da imagem. Da nossa experiência docente, das muitas representações efetuadas ao longo de 24 anos, facilmente concluímos que as representações em perspetiva axonométrica, são aquelas que, neste contexto de escola, possuem o mais elevado grau de poder comunicativo, pois são de fácil compreensão e oferecem ao leitor uma visão muito próxima da realidade do modelo representado, acrescentando a isso uma enorme facilidade no entendimento das suas medidas.

Por estas razões este conteúdo sempre foi o mais divulgado, aplicado e aprofundado. Foram executadas uma enorme variedade de representações, desde as mais simples às mais complexas em todos os tipos de perspetiva axonométrica ou perspetiva cilíndrica.

A perspetiva cónica linear é também um método com um grande poder comunicativo, mas se por um lado a sua utilização permite um naturalismo ainda mais acentuado na representação obtida, por outro lado não permite uma percepção tão evidente e direta das medidas reais do modelo representado. A deformação ótica funciona em dois sentidos opostos, acrescenta realismo à representação, mas dificulta a compreensão imediata das dimensões. A perspetiva cónica nunca teve nesta unidade curricular o mesmo peso da perspetiva cilíndrica, mas foi sempre estudada. A sua aplicabilidade está contudo restrita a um determinado tipo de exercícios mais específicos em que a visão espacial ou panorâmica deve ser privilegiada, é um conteúdo cujo interesse e aplicabilidade nas disciplinas de desenho e de *sketching* é sem dúvida relevante.

Se na perspetiva cónica, o tipo de imagem obtido apesar de ser facilmente entendível pela sua qualidade realística, não nos permite obter de modo simples e direto as medidas do objeto, pelo contrário, nos métodos de projeção ortográfica, cujas imagens são de características mais abstratas, as medidas do objeto representado são de acesso simples e direto.

Os chamados métodos de projeção ortográfica, ou métodos de projeção ortogonal por vistas, mono, dupla, tripla, e sêxtupla projeção ortogonal, situam-se nos antípodas da perspetiva cónica linear, visto que, a experiência assim o indica, mesmo pessoas iniciadas na matéria e até habituadas a lidar com este tipo de representações têm por vezes algumas dificuldades em compreendê-las quando a complexidade do objeto representado é de um nível elevado.

O poder comunicativo das representações nestes métodos de projeção ortográfica não é muito evidente, e por vezes é praticamente nulo, quando o recetor da mensagem gráfica não tem a capacidade para a decifrar completamente. Ou seja, para algumas pessoas com maior dificuldade em visualizar, as representações por vistas são autênticos enigmas. Por estas razões a nossa opção foi sempre a de usar estes métodos de projeção ortogonal, não tanto para explicar o objeto na sua existência tridimensional, mas antes para fornecer, através das suas vistas, as suas dimensões reais. São excelentes métodos quando o objetivo é obter representações adequadas à cotagem de peças.

O sistema de projeção cilíndrica é o que na prática melhor se adequa à explicação de uma qualquer peça quanto à sua forma e medidas, quando na sua representação são usados de modo combinado uma perspetiva cilíndrica e um dos métodos de projeção ortográfica.

Quanto ao sistema de projeção cónica, nesta unidade curricular limitamo-nos ao estudo da perspetiva linear. Esta técnica pode e deve cumprir outras funções, revelando-se de facto mais adequada para ajudar a compreender e a representar espaços e objetos com fiabilidade e realismo fotográfico, num processo estruturante lógico e coerente. A sua aplicabilidade, quando é necessário esquissar, é inquestionável porque esquissar em particular e desenhar em geral é, ou deveria ser, a linguagem por excelência numa escola de artes e design, e pensando bem, não é possível desenhar objetivamente se não se compreenderem as regras da perspetiva linear.

Quanto ao grupo denominado por métodos auxiliares, é óbvio que, pela sua utilização generalizada, as matérias relativas a cortes, secções e perspetiva explodidas, foram sempre por regra as mais estudadas. Rotações, planificações, intersecções, reflexos e sombras, podem, aparentemente, não ter o mesmo interesse imediato visto que na prática não têm a mesma importância, contudo, quando o seu estudo foi introduzido, teve uma influência positiva no que diz respeito à desenvoltura na representação rigorosa, à capacidade de entendimento formal, à capacidade de cálculo, à imaginação, etc.

Assim concluímos esta lista de conteúdos, que julgamos estar ajustada a uma gestão criteriosa dos tempos de formação em contacto ou autónomos previstas para um ano letivo, e que pode vir a ser de relevante utilidade na prática projectual. Essa seleção implicou a exclusão de alguns conteúdos aos quais nos referiremos na devida altura.

1.3. Um brevíssimo resumo histórico

Na abertura do ano letivo iniciámos os nossos estudos com algumas notas sobre geometria, as suas múltiplas variantes, e especificidades. Achámos importante que os estudantes possam ter uma certa visão panorâmica desta área do conhecimento. O texto que se segue foi o último a ser redigido, não é o texto original, já foi remodelado algumas vezes ao longo dos tempos, e provavelmente voltará no futuro a ser remodelado. Esta é a sua forma atual.⁴

Etimologicamente, geometria significa “medida da terra”. Se forem consultados dicionários gerais da língua portuguesa, dicionários específicos ou enciclopédias relativamente ao termo geometria, obter-se-á como resposta que a geometria é uma ciência do ramo das matemáticas que estuda relações entre pontos, retas, curvas, planos, superfícies e sólidos no espaço.

Do que se sabe, pode-se dizer que a geometria terá tido as suas origens na região da mesopotâmia e no Egito. Serviu aos antigos agrimensores egípcios para medirem os seus terrenos no vale do nilo, e serviu aos seus arquitetos para construírem não só as imponentes pirâmides, como também outros monumentos de dimensões colossais. Foram contudo os gregos que lhe deram uma extraordinária dimensão, visto terem sido os primeiros a lançar as bases da geometria elementar.

É justo salientar alguns deles em particular, pela sua grandeza. A Tales de Mileto (640 - 546 a.C.) Se deve o estudo das propriedades das retas e dos triângulos. Pitágoras (580 - 500 a.C.) Formulou um dos mais famosos teoremas de sempre, o teorema do triângulo retângulo, chamado teorema de Pitágoras. Platão (427 - 347 a.C.) Desenvolveu e aperfeiçoou os métodos demonstrativos.

Aristóteles (384 - 322 a.C.) Estabeleceu a distinção entre axiomas, que são preposições de base, e postulados que são regras de construção. Euclides (300 a.C. - não é conhecida a data da sua morte) é certamente a figura de maior relevo deste grupo, no que diz respeito à área da geometria. A sua obra, “*Os Elementos*” é considerada o tratado de geometria mais completo que jamais foi elaborado, é constituído por treze volumes, cinco de geometria plana, três de geometria no espaço, e os restantes dedicados à apresentação de soluções gráficas para um certo tipo de problemas que na atualidade são tratados por processos algébricos. Toda esta vasta compilação de conhecimentos é atualmente conhecida por geometria euclidiana.

Nas obras de arquitetura da antiga Grécia é bem visível a enorme quantidade de conhecimentos teóricos que foi posta em prática. Na escola de Alexandria é ensinado o rigor euclidiano aliado a técnicas egípcias e babilónicas para servir em aplicações essencialmente práticas. Os árabes absorveram os conhecimentos anteriores, especialmente dos gregos e espalharam-nos pelas terras que foram colonizando. Na idade média, a europa, graças aos árabes descobre os textos gregos, e no século xv toma conhecimento da herança grega guardada religiosamente pelos eruditos bizantinos.

É já durante o renascimento que se dá um importante salto no desenvolvimento da geometria com a integração de métodos projetivos. Esta renovação deve a sua origem ao trabalho e engenho de cartógrafos e artistas, nomeadamente pintores e arquitetos que elaboram e aperfeiçoam regras científicas que lhes permitem representar sobre um suporte plano bidimensional, figuras volumétricas num espaço tridimensional a partir de um dado ponto de vista. Este tipo de representação ficou conhecido com o nome de perspetiva. Brunelleschi foi o artista que descobriu e primeiro formulou as regras da perspetiva. Mais tarde, Alberti, no seu “*Tratado Della Pintura*” inicia a teorização da perspetiva, de acordo com leis matemáticas e geométricas, as quais posteriormente vieram a ser desenvolvidas por Piero Della Francesca, Leonardo Da Vinci e Dürer entre outros.

No século XVII, com descartes (1596 - 1650), e Fermat surge a geometria analítica com a aplicação de métodos algébricos. Descartes descobriu a relação entre figuras geométricas e equações algébricas, criando um sistema de coordenadas composto por dois eixos graduados, o eixo das abcissas e o eixo das ordenadas, perpendiculares entre si, traçados

⁴ Este texto poderá vir a figurar no início do manual de geometria. Poderá ser lido durante primeira aula e poderá ainda servir ponto de partida para um trabalho de pesquisa a ser feito pelos estudantes sobre algum dos temas abordados mais ligado aos nossos estudos.

sobre um plano. A geometria no espaço salta fora do plano, é o ramo da geometria voltado para o estudo das figuras espaciais, quer de superfícies planas, quer de superfícies curvas. (o tetraedro, formado a partir de quatro pontos não situados no mesmo plano é a sua estrutura elementar, do mesmo modo que o triângulo formado a partir de três pontos é a figura mais simples da geometria plana).

A técnica que mais se utilizou e ainda se utiliza, em arquitetura, design de interiores, design de produto, engenharia civil, engenharia mecânica, consiste na projeção das figuras sobre um, dois, três ou seis planos, conseguindo assim um desenho cujas dimensões respeitam as suas verdadeiras grandezas, recorrendo para tal à aplicação de uma escala. Esta técnica específica é o assunto de estudo da geometria descritiva ou da geometria cotada. Foi no século XVIII que Gaspard Monge criou a geometria descritiva como ciência que lhe permitia representar pontos do espaço pelas suas projeções ortogonais sobre dois planos perpendiculares entre si, um plano vertical e um plano horizontal. Com esta sua inovação, monge deu um grande impulso à geometria projetiva. Ainda dentro desta área é de referir o papel de Poncelet e de Chasles pela forma como demonstraram a importância das transformações geométricas.

É já no século XIX que aparecem as geometrias não euclidianas a (n) dimensões. Um dos postulados destas geometrias é que por um ponto exterior a uma reta é possível traçar uma infinidade de retas paralelas a essa reta. A partir deste postulado tornou-se possível construir novos sistemas geométricos a quatro e a mais dimensões. Ligados a esta nova visão estão nomes como Poincaré, Lambert, Legendre e Karl Gauss. A geometria hiperbólica de Nicolas Lobachevski e a geometria elíptica de Bernhard Riemann são exemplos concretos dessas geometrias.

Geometria axiomática, geometria algébrica, geometria racional, geometria diferencial e infinitesimal, geometria não comutativa, ...são outros tantos ramos da geometria que entretanto foram surgindo.

O programa da unidade curricular contudo, confina-se ao estudo dos sistemas de projeção derivados da geometria descritiva de Monge, dos métodos de projeção axonométrica e da perspectiva linear, tudo o resto ultrapassa as nossas competências e conhecimentos.

Lição nº2
A linguagem



Figura 3: "vad säger du?", 1990, José Mário.

2.1. A linguagem verbal

A questão da linguagem foi desde sempre o primeiro dos assuntos a ser por nós abordado como ferramenta fundamental no estudo: decodificação e entendimento de todas as matérias a serem estudadas. Todo o estudante deve saber que se estiver por fora da linguagem utilizada no âmbito da disciplina não vai conseguir compreender do que é que se está a falar na sala de aula. Para que possa acontecer uma verdadeira apreensão de conhecimentos por via oral ou por via escrita, tem de haver um domínio de uma linguagem verbal adequada, a qual permite a expressão rigorosa de todos os conceitos e definições ligados a esta área do conhecimento. Sem esse domínio não é possível pensar sobre os diversos conteúdos programáticos, e compreender a realidade dos mesmos, ou seja, não é possível qualquer estudo fundamentado.

Como temos observado ao longo dos anos, o tipo de estudante que regra geral escolhe formar-se na área das artes e design, está especialmente vocacionado para o que é prático. O universo das coisas, dos objetos, apetrechos, espaços e imagens diz-lhe muito mais do que o universo dos textos, da leitura e da verbalização. E não há dúvida de que para muitos deles é muito mais fácil fazer, do que explicar o que fez, porque fez, e como fez. Compreendemos que prefiram e se aproximem do lado mais prático dos temas a estudar e que tentem sempre afastar-se do seu lado mais teórico, contudo, somos de opinião que, para além do domínio da linguagem gráfica, devem dominar de igual modo a linguagem verbal para que possam expressar-se adequadamente. Custa a admitir que um estudante do ensino superior seja incapaz de explicar um processo construtivo projectual, enunciar uma definição ou uma regra que justifique uma determinada operação geométrica. A experiência de todos estes anos levou-nos a constatar que parte dos estudantes é incapaz de elaborar uma frase coerente com linguagem própria e inteligível para explicar o modo como procedeu para resolver determinado problema, ou sequer definir alguns dos elementos que fazem parte desta unidade curricular.

Parece ser óbvio que a linguagem gráfica seja predominante, contudo, a linguagem verbal referencial também tem de ser cuidada, visto ser fundamental a um conhecimento estruturado.

2.2. A linguagem gráfica. Representar

Quando logo no início abordamos a questão da representação, propomos aos estudantes uma pequena reflexão sobre o significado da palavra representar. Todos ou quase todos acabam por dizer que representar significa tornar presente, colocar diante dos olhos, mostrar, tornar sensível ou compreensível um objeto ausente ou um conceito, através de uma imagem, de um signo, ou por outros meios. Representar é estar na vez de algo, como tal, uma representação pretende estar investida das características do modelo que representa.

Uma das atividades mais importantes desta unidade curricular é a da representação técnica de objetos. Para que seja possível o entendimento do objeto que serviu de modelo é necessária uma linguagem que permita representações que cumpram com dois requisitos, que por um lado respeite as formas do objeto e que por outro lado seja de leitura única. A linguagem a ser utilizada nestes domínios que implicam com formas físicas, tem que, obrigatoriamente, ser icónica, mas tem ainda que ser muito específica, pois não pode ser minimamente subjetiva. Tem que obedecer a um código, constituído por regras simples e precisas, para que não aconteçam falhas de leitura e interpretação, e para que o objeto representado seja reconhecível por todos os iniciados, estudiosos, praticantes e profissionais que por razões diversas possam estar envolvidos ou interessados nesta área do conhecimento.

A linguagem que possui a capacidade transportar de modo claro e evidente informação pormenorizada relativa ao objeto representado é sem dúvida o desenho, um tipo muito específico de desenho. Desenho técnico, desenho rigoroso, desenho normalizado são alguns dos nomes dados a esta linguagem utilizada na geometria projetiva ou descritiva.

Todo o estudante deve, desde as primeiras aulas, ter consciência que descrever um objeto em geometria descritiva significa representá-lo por processos de tal modo rigorosos que seja impossível levantar-se qualquer dúvida quanto à sua forma e estrutura, isto é, quanto

à sua geometria. Não pode haver espaço para qualquer ambiguidade. Mas esta questão do que é ou não uma representação rigorosa levanta por vezes dúvidas inesperadas. Por razões diversas, que nos ultrapassam, alguns estudantes revelam um certo desconhecimento do significado dado à palavra rigor, de tal modo que, em seu entender qualquer desenho feito com régua e esquadro é por definição um desenho rigoroso, mesmo que as paralelas não estejam de facto paralelas. Desconhecem também que há necessidade de cumprir com normas de representação, tais como, por exemplo, que as arestas visíveis são representadas de modo diferente das invisíveis, que uma medida de 9,1 centímetros é mesmo 9,1 e não 9. Muitos outros exemplos, retirados do vasto rol colecionado ao longo destes anos poderiam ser dados, mas enunciá-los seria cansativo.

Um dos nossos objetivos é levar os estudantes a compreender e a tomar consciência que jamais poderão existir quaisquer dúvidas na interpretação dos dados de um objeto representado, para que mais tarde numa situação real não venham a sofrer os dissabores de projetarem uma coisa que não cabe no local para o qual foi projetada pelo facto de não respeitarem medidas e escalas, ou apresentarem desenhos que por conterem erros de traçado padronizado levam a interpretações erróneas dos mesmos por quem tem que passar do papel ao objeto físico.

Pela sua importância, já que estão na base de todo o processo descritivo técnico, é fundamental que os estudantes adquiram as competências necessárias e suficientes relativas ao reconhecimento, memorização, leitura, interpretação e execução de marcas gráficas normalizadas. Existem alguns livros de desenho técnico disponíveis na biblioteca da ESAD que podem e devem ser consultados por todos os estudantes que pretendam adquirir, melhorar ou aprofundar os seus conhecimentos relativamente a este assunto⁵.

⁵ - Arlindo Silva, João Dias, Luís Sousa. (2001). *Desenho técnico moderno*. Lidel- Edições técnicas Lda., Lisboa, Porto, Coimbra.

- Luis Veiga da Cunha. *Desenho Técnico*. (2002). Serviço de Educação e Bolsas. Lisboa. Edição Fundação Calouste Gulbenkian.

Lição nº3
Sistemas de projeção e métodos de representação



Figura 4: “o estranho universo do senhor ësoj”, 2000, José Mário.

3.1. Os sistemas de projeção

Na introdução a este tema, costumamos interrogar os estudantes sobre o que entendem por sistema em geral e por sistema de projeção em particular. Dos diálogos cruzados que daí sempre advêm, as ideias vão-se organizando com as exemplificações práticas e os esclarecimentos necessários. É a partir do estabelecimento desta plataforma de entendimento que por norma passamos à exposição do tema.

Um sistema é um conjunto de elementos inter-relacionados, com propriedades particulares, e que fazem dele uma estrutura coerente que funciona segundo determinadas regras que lhe permitem determinadas ações ou funções para as quais foi idealizado. Um sistema de projeção tem como função a de permitir a realização de projeções de quaisquer objetos ou imagens sobre um plano⁶.

Um sistema de projeção é constituído por três elementos:

- O centro de projeção, também chamado de observador ou ponto de vista;
- As retas projetantes ou raios visuais;
- O plano de projeção ou plano do quadro.

O centro de projeção é o ponto de onde partem as retas projetantes. Este ponto tanto pode ser um ponto coordenado, perfeitamente definido, como pode ser um ponto do infinito, ou se preferirmos, um ponto impróprio. As retas projetantes são as retas que tendo como origem o centro de projeção, transportam a mensagem desde o objeto referente até ao plano de projeção. O plano de projeção é o plano que recebe a projeção do objeto. É o plano onde se projeta a imagem do referente. Uma projeção é uma imagem, é uma representação de um referente real ou imaginado sobre um suporte que neste caso é bidimensional e plano. Uma projeção de um ponto é nem mais nem menos que a intersecção da reta projetante que passa pelo ponto, com o plano de projeção.

Resumidamente, um sistema de projeção funciona como um “mecanismo” que nos permite realizar imagens, elementos do conjunto de chegada, a partir de referentes físicos reais ou imaginados, elementos do conjunto de partida, sem que haja quaisquer equívocos nessa correspondência.

3.2. Os métodos de representação

Estabelecer uma diferença entre sistemas de projeção e métodos de representação não parece ser uma coisa evidente, e dizemos isto porque em vários e diferentes livros já vimos escrito, por exemplo, sistema diédrico e método diédrico. Isto leva-nos a concluir que é possível utilizar as duas terminologias e ambas estão corretas. No programa da unidade curricular de geometria da ESAD, optamos por fazer uma pequena distinção. Na explicação dessa distinção tentamos que os estudantes visualizem um sistema de projeção como um “mecanismo” que permite diferentes aplicações, e os métodos de representação como as diferentes possibilidades de aplicação desse “mecanismo”. Dito de outra maneira, cada método deve ser entendido como uma aplicação particular do sistema pelo qual se rege. É um modo de usar o “mecanismo”. Segundo esta lógica consideramos apenas dois grandes sistemas de projeção: o sistema cilíndrico e o sistema cónico, cada um deles com os seus métodos de representação particulares.

Os métodos de representação são um conjunto de procedimentos específicos que obedecem às regras do sistema de projeção a que pertencem, e cujo objetivo é o da representação bidimensional, rigorosa e convencionada, de entidades bidimensionais ou tridimensionais, de modo a proporcionar toda a informação necessária e suficiente para o entendimento efetivo do objeto representado. Para que só haja uma única e possível leitura, interpretação e compreensão da forma do objeto representado, e tal como já foi estudado, tem de se verificar o critério de reversibilidade, conceito que, apesar de já ter sido abordado no ensino secundário, é praticamente ignorado pelos estudantes, razão pela qual os aconselhamos muitas vezes a consultar qualquer um dos manuais aprovados⁷.

⁶ Estamos a referir-nos à muito particular área da geometria descritiva. É muito possível fazer projeções sobre conjuntos de planos, superfícies curvas ou enviesadas, corpos tridimensionais,...etc.
Consultar por exemplo o livro de Santa-Rita, J. F. “GD-A. Geometria Descritiva. 10º ano”. 2004. Texto Editora, Lda. Lisboa.

O critério de reversibilidade pode traduzir-se na seguinte afirmação:

“Se por um lado é possível obter sobre um plano, a projeção de um elemento geométrico, ou outro, situado numa qualquer dada posição no espaço, então, por outro lado, a partir dessa projeção tem de igual modo ser possível a reconstrução mental do objeto, reconhecendo a sua morfologia bem como a posição em que se encontra. Daqui se conclui que um determinado método de representação só é de facto funcional quando se verifica o critério de reversibilidade, caso contrário é um método inadequado ou inútil.”.

Lição nº4
Organização dos métodos de representação

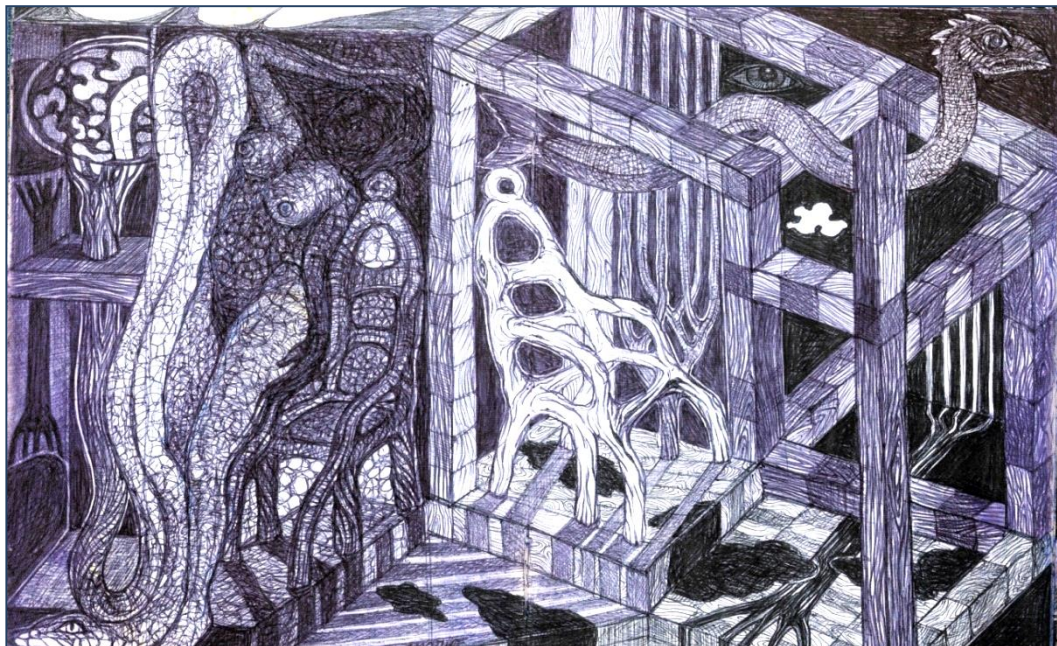


Figura 5: "sono desordenado", 2000, José Mário.

4.1 Nota prévia

Optamos por organizar, hierarquizar e estudar os métodos de representação segundo uma ordem que tem unicamente a ver com o aspeto puramente visual dos desenhos, isto é, tem a ver com as características e qualidades da imagem resultante daquele tipo de representação, e, portanto, com a perceção, o visionamento que se tem do modelo representado. O grau de entendimento que temos de um objeto ausente depende essencialmente da capacidade que se tem de o visualizar a partir dos desenhos que o representam.

Qualquer pessoa identifica imediatamente um objeto representado perspeticamente, visto que oferece ao observador a sua forma geral de um determinado ponto de vista. Torna-se fácil de visualizar o objeto, pois o método de representação assemelha-se ao modo de o perceber. São representações que, numa imagem única, oferecem uma visão abrangente da volumetria do objeto, e que, como tal, permitem a uma apreensão quase imediata da sua tridimensionalidade. O mesmo não se pode dizer quando um objeto é representado pelas suas vistas, de diferentes pontos de vista. A visualização é difícil pois ninguém vê de modo fragmentário e de diferentes pontos de vista em simultâneo, está-se perante um tipo de representação muito intelectualizada que exige um certo treino para que, conjugando convenientemente as diferentes vistas, se consiga visualizar corretamente o objeto.

Foi atendendo às características já anteriormente apontadas que desde os primeiros programas achamos conveniente iniciar os nossos estudos pelos métodos que proporcionam imagens mais facilmente compreensíveis, e que de uma maneira geral têm um superior grau de importância nesta unidade curricular. Referimo-nos às perspetivas cilíndricas ou perspetivas axonométricas.

4.2 Sistema de projeção cilíndrica

4.2.1. Perspetiva cilíndrica

A. Perspetiva axonométrica ortogonal:

Perspetiva isométrica;
Perspetiva dimétrica;
Perspetiva trimétrica.

B. Perspetiva axonométrica clinogonal:

Perspetiva cavaleira;
Perspetiva militar.

4.2.2. Métodos de representação ortográfica ou de representação ortogonal por vistas

A. Métodos fundamentais de projeção ortogonal:

Método da dupla projeção ortogonal;
Método cotado.

B. Métodos de múltipla projeção ortogonal:

Método da tripla projeção ortogonal;
Método europeu ou método do 1º diedro;
Método americano ou método do 3º diedro;
Método das vistas referenciadas.

4.2.3. Métodos auxiliares de representação

Cortes e secções;

Perspetiva explodida;
 Rotações;
 Reflexos;
 Sombras;
 Interseções;
 Planificações.

4.3. Sistema de projeção cónica

4.3.1. Perspetiva cónica linear

Perspetiva linear de plano do quadro vertical;
 Perspetiva linear de plano do quadro horizontal;
 Perspetiva linear de plano do quadro inclinado.

4.3.2. Perspetiva cónica atmosférica

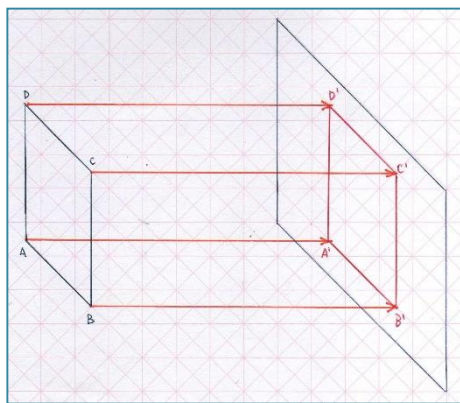


Figura 6: Projeção cilíndrica ortogonal.

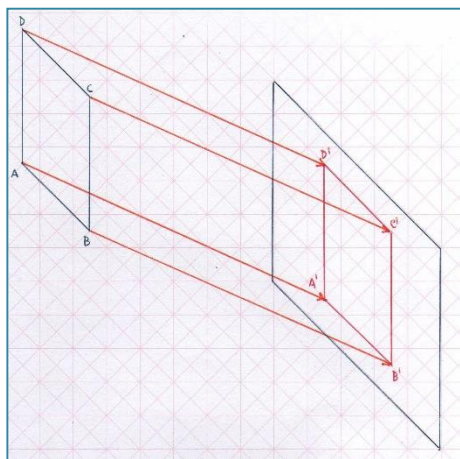


Figura 7: Projeção cilíndrica oblíqua.

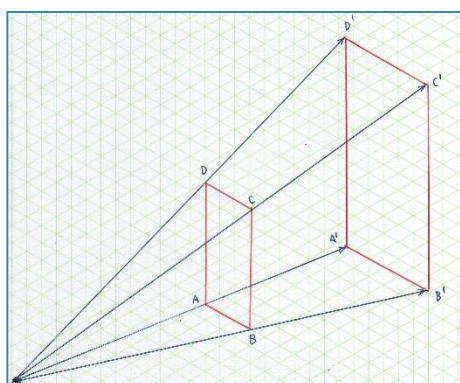


Figura 8: $a'b'c'd'$ é uma projeção cónica de $abcd$.

Capítulo 2

A perspectiva cilíndrica

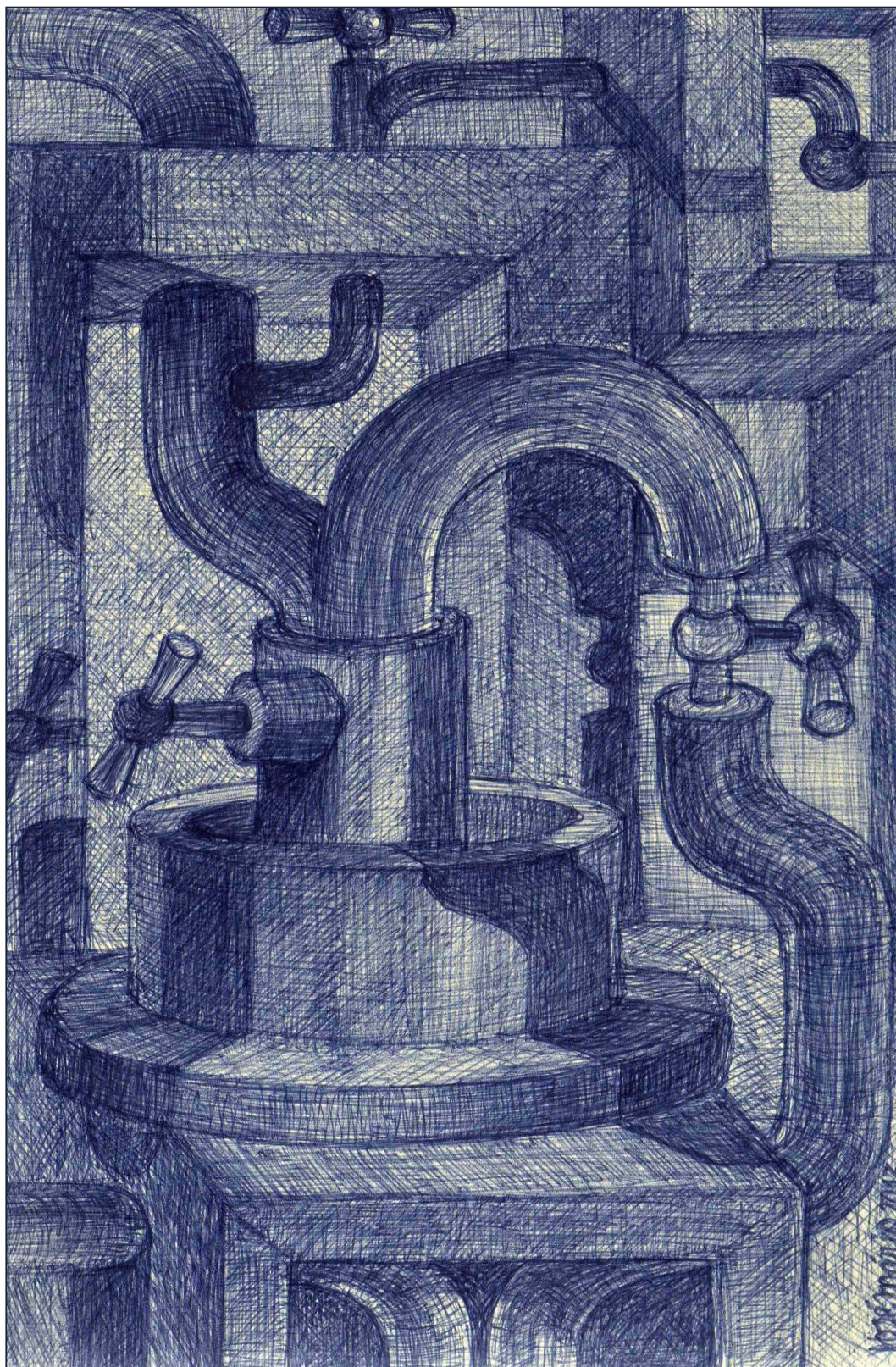


Figura 9: “fábrica de ilusões”, 2013, José Mário.

Lição nº 5

Perspetiva cilíndrica/perspetiva axonométrica

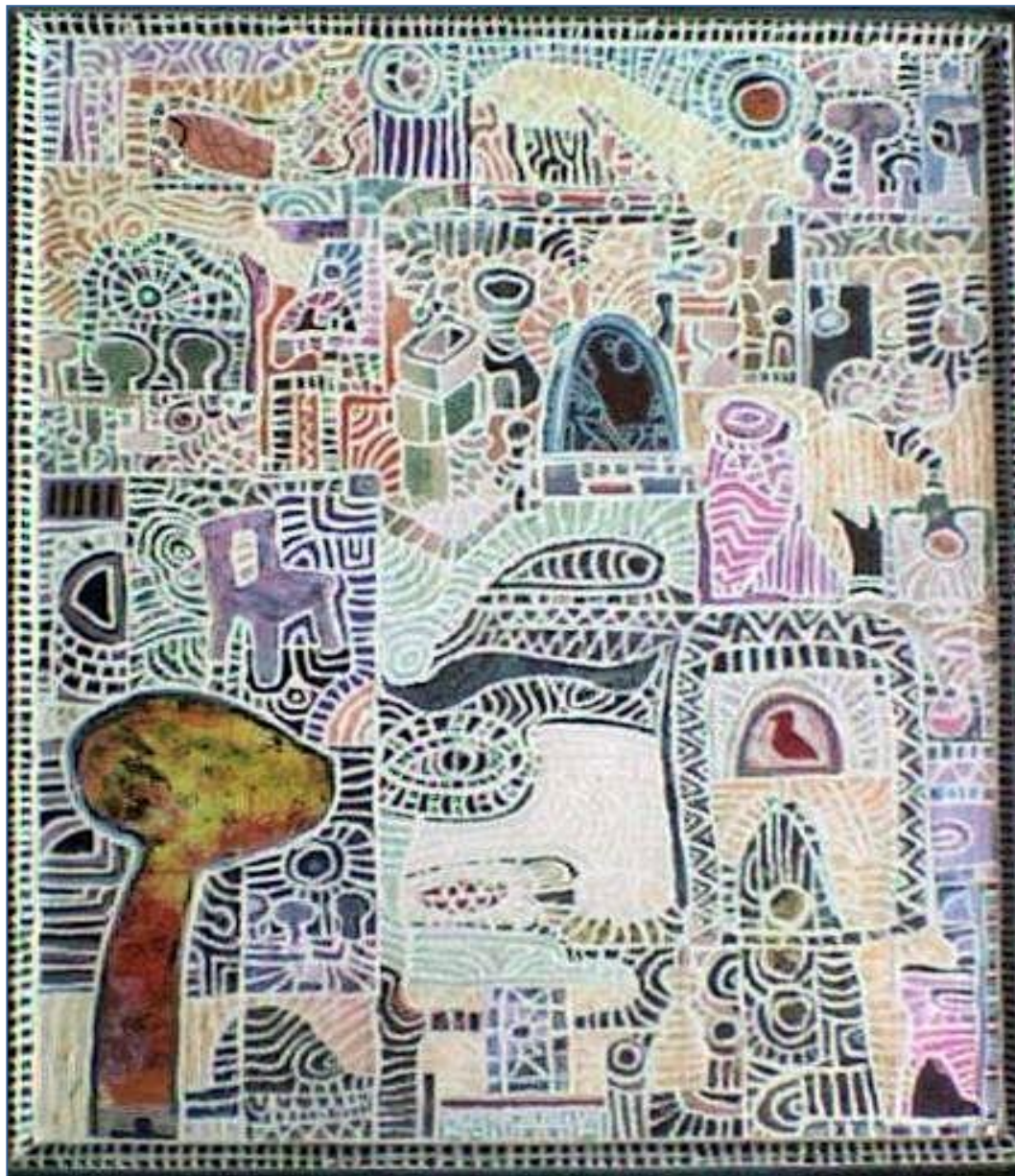


Figura 10: “mapa mental”, 2005, José Mário.

5.1. Nota prévia

Qualquer um dos títulos, perspectiva cilíndrica ou perspectiva axonométrica é adequado para este capítulo. Por norma aplicamos o termo perspectiva cilíndrica em vez de perspectiva axonométrica quando nos queremos referir a este vasto grupo que engloba estes métodos de representação perspética do sistema de projeção cilíndrica.

Há duas razões fundamentais para a nossa opção:

- a primeira tem a ver com o facto de logo de imediato pretendermos distinguir qual o tipo de projeção da perspectiva, dividindo-as e classificando-as em dois grupos, de um lado a perspectiva cilíndrica e de outro lado a perspectiva cónica. A primeira obedecendo às regras do sistema de projeção cilíndrica ou paralela e a segunda obedecendo às regras do sistema de projeção cónica;
- a segunda relaciona-se com o facto de só as perspectivas axonométricas ortogonais serem axonometrias na verdadeira aceção da palavra. As axonometrias clinogonais estudadas, a perspectiva cavaleira e a perspectiva militar, não são verdadeiras axonometrias, digamos que são casos limite de axonometrias, e só nesse sentido é que podem ser consideradas casos especiais do sistema axonométrico⁸.

A perspectiva cilíndrica ou perspectiva axonométrica é estudada durante o 3º período do 11º ano, ou noutros casos do 12º ano⁹. Os manuais de geometria descritiva dedicam-lhe dois capítulos, um dedicado às axonometrias ortogonais e outro dedicado às axonometrias clinogonais. O tema das axonometrias já foi anteriormente abordado no 3º ciclo ainda que de modo muito elementar.

Denotamos ao longo destes anos que os estudantes têm normalmente problemas na articulação de conceitos e definições relativos aos diferentes componentes destas matérias no sentido do seu entendimento global. Apesar do estudo ser recente, o conhecimento que ficou retido não é muito consistente. Pode dizer-se muito resumidamente que o problema está mais em definir e caracterizar do que propriamente em executar. Temos invariavelmente obtido respostas com um baixo rigor científico das várias vezes que já interrogamos os estudantes com o intuito de obtermos uma explicação razoável do que são axonometrias, e porque razões umas são denominadas de ortogonais e outras de oblíquas ou clinogonais. É nossa intenção melhorar esses conhecimentos.

Na unidade curricular de geometria e projeção damos, sempre demos, grande importância a esta matéria pela superlativa capacidade descritiva, inteligibilidade e pela agradabilidade das suas imagens, concedendo-lhe ao longo de todo o ano letivo grande parte do tempo, através da resolução de vários tipos de exercícios com diferentes graus de dificuldades.

5.2. Generalidades. Características

Muito genericamente, quando se diz que um dado objeto está representado perspetivamente está-se a querer dizer que está representado de um modo que revela a sua tridimensionalidade. Segundo o sistema de projeção em que é resolvida, cilíndrico ou cónico, assim também a perspectiva obtida pode ser cilíndrica ou cónica. Assim, quando nos referimos à perspectiva cilíndrica referimo-nos a todo um tipo de representação perspética que deve o seu nome ao facto de pertencer ao grupo dos sistemas de projeção cilíndrica ou paralela, sistemas em que o observador se encontra a uma distância infinita e as retas projetantes são paralelas entre si, formando um feixe cilíndrico. É uma representação de características tridimensionais, que por ser executada segundo as regras da projeção cilíndrica não permite reproduzir o efeito ótico de profundidade.

A perspectiva cilíndrica pode ser entendida como caso particular da perspectiva cónica, em que o observador deixa de ter uma posição definida para passar a ocupar uma posição indefinida, olhando paralelamente a uma dada direção. Pode também ser denominada por

⁸ Voltaremos abordar este assunto posteriormente quando passarmos ao estudo das perspectivas axonométricas clinogonais.

⁹ As escolas têm autonomia para decidir se a Geometria Descritiva é dada no 10º e 11º ano, ou no 11º e 12º ano.

perspetiva rápida, pois baseia-se em convencionalismos de ordem prática que permitem a representação de objetos com uma única projeção e de forma bastante precisa e rápida.

Este é um método de representação cujas imagens são de leitura e compreensão muito acessível, pois dão uma ideia bastante clara e inequívoca da verdadeira tridimensionalidade do objeto. São imagens que para além proporcionarem uma certa sensação próxima da realidade, permitem a possibilidade prática de obter quase todas as dimensões do objeto representado, medindo diretamente sobre o desenho as suas linhas traçadas. Por estas razões, pelas características acima mencionadas, é que sempre foram os métodos de representação por nós os mais utilizados ao longo destes anos letivos na ESAD.

A utilização que fazemos da perspetiva cilíndrica não se limita à simples representação de objetos. Em todos os métodos/técnicas auxiliares que estudamos também privilegiamos o uso da perspetiva cilíndrica. As razões desta opção são exatamente as mesmas já anteriormente mencionadas, às quais poderemos ainda acrescentar o belo efeito que essas imagens produzem.

Uma forma de se conseguir que os estudantes melhor entendam o processo de representação neste subsistema de projeção cilíndrica, é levá-los a imaginar um cenário constituído por um triedro trirretângulo, algo semelhante a um canto numa sala. A partir dos momentos que conseguiram essa visualização podemos começar a dar nomes aos elementos que constituem esse triedro. Aos três planos do triedro dá-se o nome de planos coordenados e às retas de intersecção dos planos coordenados entre si dá-se o nome de arestas do triedro, eixos coordenados ou ainda eixos axonométricos x , y , z . O triedro trirretângulo é constituído pelo plano horizontal xy , pelo plano frontal xz e pelo plano lateral yz (figura 11).

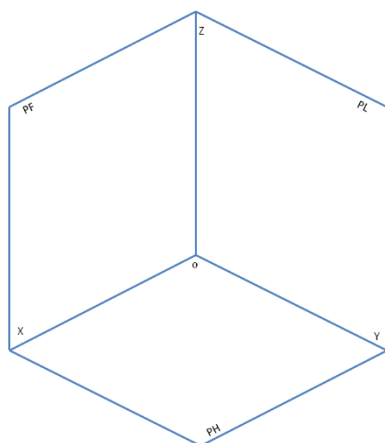


Figura 11: O triedro trirretângulo.

Se colocarmos um ponto p nesse cenário, e se entre nós e esse cenário agora com o ponto p colocarmos um plano transparente a que chamamos plano do quadro, que é o plano de projeção, poderemos obter quatro projeções desse ponto. O ponto p projeta-se sobre o plano do quadro obtendo-se deste modo p , a sua projeção axonométrica direta ou real (atribuímos ao ponto imaginado no espaço e à sua projeção real a mesma letra p). A partir da sua projeção real p podem obter-se as três projeções prévias dessa projeção, sobre os planos coordenados do triédrico:

- p' projeção horizontal, p'' projeção frontal e p''' projeção lateral.

Numa abordagem inversa, a partir das três projeções prévias de um ponto, que são dadas pelas suas coordenadas cartesianas, abcissa ou largura sobre o eixo x ; afastamento ou profundidade sobre o eixo y ; cota ou altura sobre o eixo z , é perfeitamente possível desenhar a sua perspetiva real direta (figura 12).

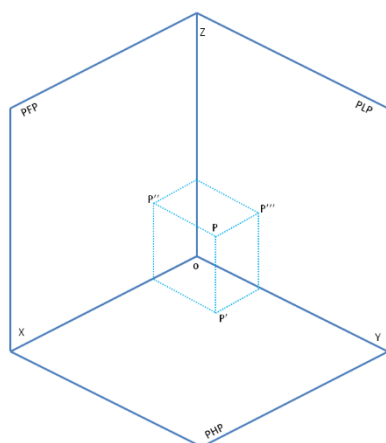


Figura 12: Projeção real e projeções prévias de um ponto. P.

5.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva cilíndrica

Aquando da introdução a estes conteúdos damos todas as definições relevantes, sendo explicadas as generalidades e características que permitem distinguir e reconhecer através de golpe de vista os diferentes tipos de perspectiva cilíndrica. Baseados nesses estudos teóricos devem os estudantes compreender que determinado objeto está representado numa determinada perspectiva cilíndrica porque esta tem todas as características desse tipo particular de representação. Só após o reconhecimento da perspectiva em questão, é que pode passar-se aos estudos processuais propriamente ditos, com exercícios de leitura, interpretação e realização deste tipo de imagens. Os primeiros exercícios que propomos aos nossos estudantes servem como ponte para outros, a serem resolvidos posteriormente, quer na sala de aula, quer como trabalho individual autónomo.

Todos os exercícios que imaginamos para o desenvolvimento da capacidade de leitura, interpretação e execução de imagens nos diversos tipos de perspectiva cilíndrica têm como dados de um enunciado imagens rigorosas ou semi-rigorosas devidamente cotadas, numa qualquer perspectiva cilíndrica, não obrigatoriamente normalizada¹⁰.

Por regra, para o início do estudo desta matéria, costumamos utilizar imagens de objetos comuns, de tipo utilitário. Chamamos objetos comuns de tipo utilitário, àqueles que se assemelham a objetos que nos rodeiam e com os quais lidamos no nosso dia-a-dia. Objetos parecidos com cadeiras, mesas, ou quaisquer outros objetos facilmente identificáveis, e quase imediatamente visualizados. Nos exercícios posteriores, também tem sido nosso hábito acrescentar outro tipo de modelos ao reportório, passando também a utilizar imagens de objetos lúdicos¹¹. São por nós chamados de objetos de tipo lúdico àqueles que, não se parecem com qualquer outro objeto que faça parte da nossa experiência quotidiana. São objetos que concebemos propositadamente para cumprirem uma única função, a de exercitar a imaginação espacial. São exercícios que vêm sendo propostos como um jogo mais avançado de visualização e compreensão de formas tridimensionais menos convencionais.

Em todos os casos, sejam eles objetos de tipo comum ou objetos de tipo lúdico, estão representados de modo a dar a entender a sua volumetria, dizendo-se portanto que estão visualizados. O que nós pretendemos, e o que esperamos dos estudantes, é que estes venham a ser capazes de os analisar, de compreender os seus detalhes, e a partir dessa análise sejam capazes de compreender o objeto na sua totalidade. A leitura, interpretação e compreensão de imagens executadas nestas perspectivas, em que a visualização já está feita, é regra geral, de pouca dificuldade visto tratar-se de imagens de carácter tridimensional, em muitos aspetos semelhantes à percepção natural que temos do próprio objeto que representam.

¹⁰ Algumas vezes são dadas imagens em perspectiva mas de tipo esquisso que não obedecem a quaisquer normas específicas, mas que pelo facto de estarem cotadas permitem o entendimento das suas formas e proporções.

¹¹ Chamamos-lhes objetos lúdicos porque de algum modo remetem para um jogo formal, como se de uma brincadeira se tratasse.

Após a leitura da imagem, os estudantes devem demonstrar que compreenderam o seu significado. A retidão do entendimento dos detalhes do objeto, do que é visível ou invisível, será verificada e comprovada, na sua tradução numa representação rigorosa numa perspetiva cilíndrica que é obrigatoriamente diferente daquela em que o objeto foi dado. Significa isto que estes exercícios também são não só de leitura e interpretação, mas também de realização de desenhos em perspetiva cilíndrica.

Só posteriormente ao estudo dos métodos de projeção ortográfica, é que nós costumamos pedir aos estudantes que façam uma representação num desses métodos como forma de comprovar se leram e interpretaram corretamente uma imagem de um objeto dada em perspetiva cilíndrica. Também numa fase mais avançada do programa, num outro tipo de exercícios, análogo, mas unicamente para desenvolvimento da capacidade de representação em perspetiva cilíndrica são habitualmente dadas representações rigorosas nos métodos de dupla ou múltipla projeção ortogonal. Analisar e entender os detalhes destas representações por vistas nem sempre é fácil, por serem mais abstratas e intelectualizadas, distanciando-se da comum observação direta. Estes exercícios costumam criar mais dificuldade na decifração do significado das vistas do que propriamente na execução do desenho em perspetiva.

Apesar de, como já observamos, a execução propriamente dita de uma perspetiva axonométrica não ser uma tarefa excessivamente complexa, há que previamente tomar atenção a alguns aspetos importantes para que seja feita o mais adequadamente possível. Sempre que, no decorrer do programa, chegamos ao momento de por em prática o processo de execução, começamos por ensinar aos nossos estudantes que em primeiro lugar devemos colocar o objeto numa posição tal que ofereça o máximo de informação possível acerca da sua morfologia. Em segundo lugar, dentro do possível, devemos colocar o objeto numa posição tal que os seus eixos fundamentais, os seus três eixos principais ou objetivos fiquem paralelos aos eixos coordenados, ou axonométricos, pois isso facilita todo o processo construtivo.

Os eixos principais do objeto são deste modo projetados segundo paralelas aos eixos axonométricos, o que permite deduzir facilmente as suas dimensões, bastando para tal conhecer os coeficientes de redução para cada um dos eixos. Nos manuais do ensino secundário é possível encontrar algumas páginas que se referem às tabelas dos coeficientes de redução quer para as perspetivas axonométricas rigorosas, quer para as perspetivas axonométricas normalizadas. Pelo facto de as perspetivas axonométricas serem ensinadas por processos puramente geométricos, essas páginas foram praticamente esquecidas, e a maioria dos estudantes, não se lembra ou não sabe, que para conhecer os coeficientes de redução para os eixos coordenados basta consultar essas tabelas estabelecidas a partir de fórmulas deduzidas por processos trigonométricos, para as diferentes axonometrias, e aí procurar os valores referentes a cada um dos eixos conforme a amplitude dos ângulos formados entre os eixos axonométricos¹². Esta situação deve-se ao facto de o ensino ser unicamente orientado para a resolução de exercícios idênticos aos que saem no exame nacional de geometria descritiva, os quais só podem ser resolvidos por métodos totalmente geométricos e gráficos.

Teoricamente quaisquer problemas de representação de imagens em perspetiva axonométrica pode ser resolvido mesmo desconhecendo os valores dos coeficientes de redução, pois tal como todos os estudantes sabem, pois foi assim que aprenderam no ensino secundário, os coeficientes de redução podem ser calculados para quaisquer ângulos, no próprio momento da execução. A resolução de problemas de representação em axonometria ortogonal ou axonometria clinogonal, por processos puramente geométricos, envolve métodos específicos para cada um dos dois grupos de axonometria com diferentes tipos de rebatimentos dos eixos e planos coordenados para cálculo dos coeficientes de redução, os quais são aceitáveis na representação de sólidos simples, tais como cubos, paralelepípedos, prismas, pirâmides, cones e cilindros, mas são pouco práticos quando se trata de representar objetos complicados, pois implicam o traçado de muitas linhas, tornando-se muito trabalhosos, demorados e complexos. Por essa razão desde o início da

¹² É claro que nessas tabelas não existem valores para todos os ângulos, mas unicamente para os valores mais comumente utilizados. Citamos aqui um livro onde podemos encontrar este tipo de tabelas: Abajo, F. Javier Rodríguez. Bengoa, Víctor Avarez. *Geometría Descriptiva*, tomo 3, *Sistema de Perspectiva Axonométrica*. Editorial Donostiarra, S.A. San Sebastian. 1995.

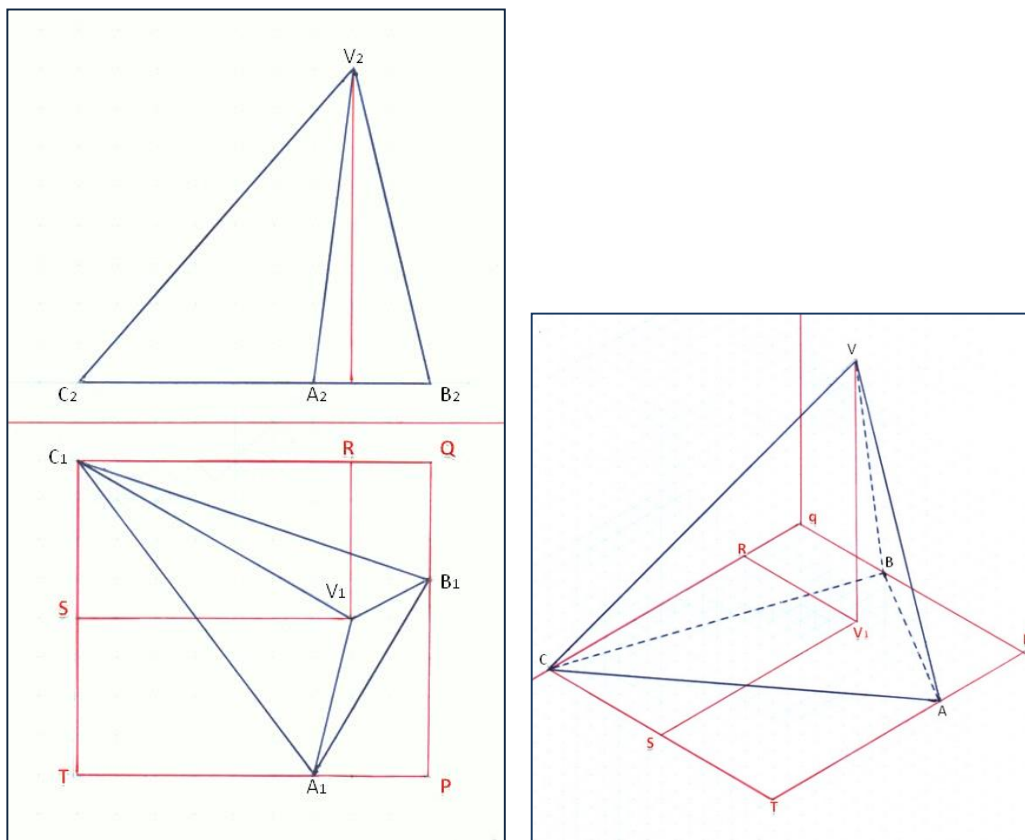
ESAD que nunca nos nossos estudos resolvemos exercícios por esses processos pois são pouco adequados ao programa. Sempre nos limitamos à aplicação da perspectiva cilíndrica normalizada, seja ela ortogonal ou clinogonal, nas quais todos os valores dos coeficientes de redução são arredondados para facilitar os cálculos numéricos.

Limitamo-nos a recordar esses processos geométricos no início do estudo de cada uma das perspectivas cilíndricas só e unicamente como forma de entender o porquê das reduções operadas na transformação de uma medida real em medida projetada.

Temos constatado, a partir dos resultados obtidos pelos estudantes, que a aplicação das perspectivas normalizadas na resolução de exercícios em que os dados se referem a objetos ortoédricos, ou outros cujas arestas são quase na totalidade paralelas e perpendiculares entre si, são relativamente fáceis de representar, pois os seus eixos se encontram naturalmente orientados segundo os próprios eixos axonométricos.

Em fases mais avançadas testamos algumas situações com níveis de dificuldade superior, colocando séries de faces e arestas em posições oblíquas relativamente aos eixos, ou introduzindo superfícies curvas, ou ainda criando coincidências. Nestas situações os resultados revelam que não se verifica a mesma facilidade na representação. Quando os objetos dados são maioritariamente constituídos por arestas oblíquas e por curvas é necessário explicar aos estudantes que a sua representação em perspectiva cilíndrica não é tão direta, pois é necessário calcular as posições de alguns pontos no espaço, o que implica que temos de recorrer a uma grelha resolvente.

A grelha resolvente é um método simples de aprender e de ser aplicado, tanto pode ser bidimensional como tridimensional. Basicamente trata-se duma estrutura linear orientada segundo os eixos axonométricos, cujas linhas se intersectam nos pontos que se pretendem perspetivar. Assim, ao perspetivar-se a grelha, perspetivam-se os seus pontos que devidamente unidos dão a imagem do objeto.



Figuras 13 e 14: Aplicação de uma grelha para representar um objeto oblíquo em isometria.

Na representação de curvas, como é óbvio, são necessários tantos pontos quantos os que se julguem necessários ao traçado fiável e rigoroso do percurso desse tipo de linhas. Cada estudante decide por si próprio a quantos pontos pretende recorrer. Dos vários desenhos

por nós já observados, temos constatado que nem sempre uma maior quantidade de pontos corresponde a um melhor traçado. Ou seja, se por um lado a falta de pontos não permite um cálculo preciso da curva a ser executada, e é muitas das vezes intuída, por outro lado, o excesso de pontos pode levar a desvios indesejáveis quando o rigor dos traçados auxiliares não é absoluto.

O método da grelha de oito pontos é comumente utilizado na resolução da circunferência em qualquer uma das perspectivas cilíndricas, basta para tal transformar a grelha da verdadeira grandeza numa grelha isométrica, dimétrica, cavaleira, militar ou isocavaleira conforme o caso. Por poder ser de tão fácil entendimento, de tão fácil aplicação e tão largamente utilizado em qualquer circunstância em qualquer método de representação podemos encará-lo como um método geral.

É um método que os estudantes já utilizaram não só aquando do estudo da perspectiva axonométrica, mas mesmo anteriormente no método diédrico quando necessário representar círculos em planos não paralelos aos planos de projeção. Pelo facto de a elipse ser realizada manualmente nem sempre tem a perfeição desejada.

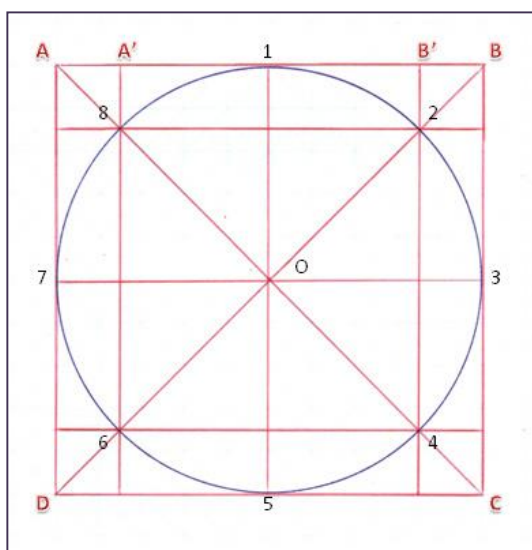


Figura 15: Modelo de grelha para a resolução da circunferência.

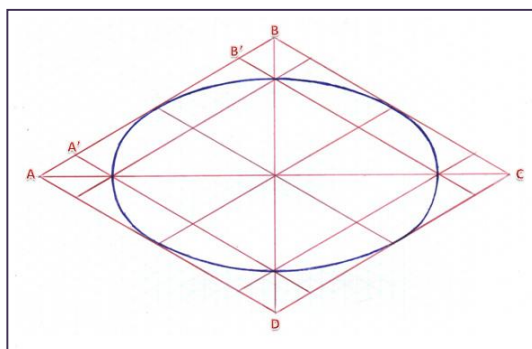


Figura 16: Transformação da grelha real em grelha isométrica.

No caso específico da circunferência contida em planos paralelos aos planos coordenados, para o caso da isometria, e da dimetria para além dos métodos de grelhas, ensinamos um dos métodos, que permite o traçado da sua perspectiva recorrendo ao compasso, o que evita os traçados sempre mais irregulares feitos à mão. Estes métodos consistem em “transformar” numa oval a verdadeira perspectiva da circunferência que é uma elipse. Por esta razão é comum denominar estes métodos por métodos das “falsas elipses”¹³.

¹³ Para um estudo aprofundado deste assunto, e tomar conhecimento dos vários métodos para representar a circunferência em perspectiva axonométrica Ortogonal consultar por exemplo:
- Tema 8, perspectiva axonométrica de la circunferência, Abajo, F. Javier Rodriguez. Bengoa, Victor Avarez *Geometria Descriptiva*, tomo 3, *Sistema de Perspectiva Axonométrica*. Editorial Donostiarra, S.A. San Sebastian. 1995.

Lição nº 6
Perspetiva cilíndrica ortogonal



Figura 17: “jogo”, 1993, José Mário.

6.1. Introdução

A perspectiva cilíndrica ortogonal, de facto uma perspectiva axonométrica, engloba três tipos de perspectiva semelhantes nos seus processos de execução, a perspectiva isométrica, a perspectiva dimétrica e a perspectiva trimétrica.

Há três nomes importantes a reter, relacionados com este tipo de representação. William Farish, (1759-1837), professor de química e filosofia natural na universidade de Cambridge, foi o cientista britânico que ficou conhecido pelo desenvolvimento do método de projeção isométrica e é mesmo geralmente considerado como o primeiro, a desenvolver as regras para o desenho isométrico. Foi na sua obra fundamental, *"On Isometrical Perspective"*, de 1822, que William Farish reconheceu a necessidade de apurar técnicas de desenhos operativos livres da distorção ótica que ocorre em desenhos realizados segundo os processos da perspectiva cónica. A projeção axonométrica começou a ser utilizada como método de representação no início do século XIX com os seus estudos. Nas suas palestras sobre os princípios mecânicos de máquinas usadas em indústrias de manufatura, William Farish usava modelos para ilustrar alguns desses princípios particulares. Estes modelos deveriam ser especialmente montados para essas palestras e desmontados para posterior armazenamento. A fim de explicar como esses modelos deveriam ser montados, desenvolveu uma técnica de desenho, a que ele chamou de "perspetiva isométrica", noção que significa medidas iguais, visto que a escala utilizada é a mesma para a altura, largura e profundidade (figura 18).

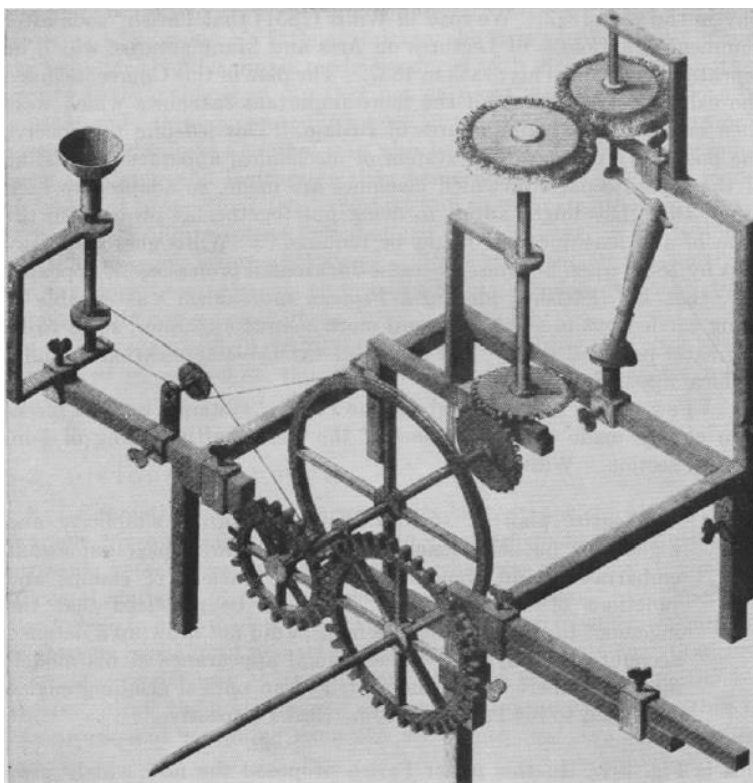


Figura 18: "Optimal-grinding engine model", William Farish. Paper *"On Isometrical Perspective"*, In: *Cambridge Philosophical Transactions* (1822).¹⁴

Outro nome relacionado com este tema é o professor de matemática aplicada, de mecânica e de máquinas de mineração, matemático e engenheiro hidráulico, o alemão Julio Weisbach, (1806, 1871), que é também considerado um dos fundadores da perspectiva axonométrica ortogonal, mais propriamente da perspectiva dimétrica ou monodimétrica e da perspectiva anisométrica ou trimétrica, ao publicar as obras:

- *"Die Monodimetrische und Anisometrisch Projectionsmethode"*, 1844;
- *"Anleitung Zum Axonometrische Zeichnen"*, j.g. Engelhardt, freiberg 1857¹⁵.

¹⁴ [http://en.wikipedia.org/wiki/william_Farish_\(chemist\)](http://en.wikipedia.org/wiki/william_Farish_(chemist))

¹⁵ http://de.wikipedia.org/wiki/Julius_Weisbach

Foi já na segunda metade do século XIX que o italiano Quintino Sella (1827 - 1884) cientista, economista, político e professor de geometria e mineralogia da escola de engenharia em Turim, deu forma prática aos estudos teóricos precedentes. A ele se deve o facto de se ter conseguido atualmente compilar todos os conhecimentos teóricos e práticos necessários ao desenho industrial. Com o volume “*Sui Principi Geometrici Del Disegno e Specialmente Dell'axonometria*” deu a sistematização da representação de objetos pela axonometria¹⁶. A partir de meados do século XIX, a isometria, pela sua utilidade, tornou-se uma ferramenta extremamente valiosa para os engenheiros, e logo depois, quer a axonometria em geral quer a isometria em particular foram incorporados nos currículos dos cursos de formação em arquitetura na Europa e nos EUA. A aceitação popular da perspectiva axonométrica veio finalmente a partir de 1920, quando os arquitetos modernistas da Bauhaus e da Stijl causaram sensação em Paris, em 1923, usando-a para seus projetos. Este tipo de representação espalhou-se por vários países onde tem múltiplas aplicações.

6.2. Generalidades. Características

Todos os estudantes, ditos do ensino regular¹⁷, em princípio deveriam saber que a projeção ortogonal de uma figura sobre um plano do quadro oblíquo, definido pelo triângulo fundamental chama-se perspectiva axonométrica ortogonal. Deveriam saber porque estudaram esse assunto no passado recente, e se há alguns estudantes que o sabem de facto, alguns já pouco ou nada se lembram e outros ainda nunca chegaram a interiorizar verdadeiramente esse conceito.

Costumamos iniciar a exposição desta matéria tentando visualizar no quadro, com a ajuda de algumas ilustrações, o modo como se põe em prática este tipo de representação. Como adiante veremos, seguindo um certo plano expositivo, começamos por representar para cada um dos casos de perspectiva o triedro triângulo com os seus três planos coordenados e os eixos coordenados x , y e z . Representamos o plano de projeção chamado de plano do quadro ou plano axonométrico, oblíquo aos três eixos coordenados. Este plano é intersectado pelos eixos em três pontos. Estes três pontos de intersecção são os traços dos eixos coordenados e vértices [ABC] do triângulo fundamental.

O triângulo fundamental é uma área do plano do quadro, e como tal define-o. A variação do posicionamento do plano do quadro relativamente aos eixos coordenados faz variar a forma do triângulo fundamental, e logicamente as amplitudes dos ângulos entre as projeções dos eixos coordenados sobre esse mesmo plano do quadro. Ou, dito de outra maneira, a variação dos ângulos entre os eixos resulta do modo como são feitas as intersecções do plano do quadro com os eixos coordenados. Desta variação resultam três géneros de perspectivas axonométricas ortogonais:

- a perspectiva isométrica, a perspectiva dimétrica e a perspectiva trimétrica que podemos distingui-las pelas amplitudes dos ângulos que as projeções dos eixos coordenados x , y , z , que fazem entre si, sobre o plano do quadro.

¹⁶ http://it.wikipedia.org/wiki/Quintino_Sella

¹⁷ Referimo-nos aos estudantes que frequentaram a área de artes do ensino secundário

Lição nº 7
Perspetiva isométrica

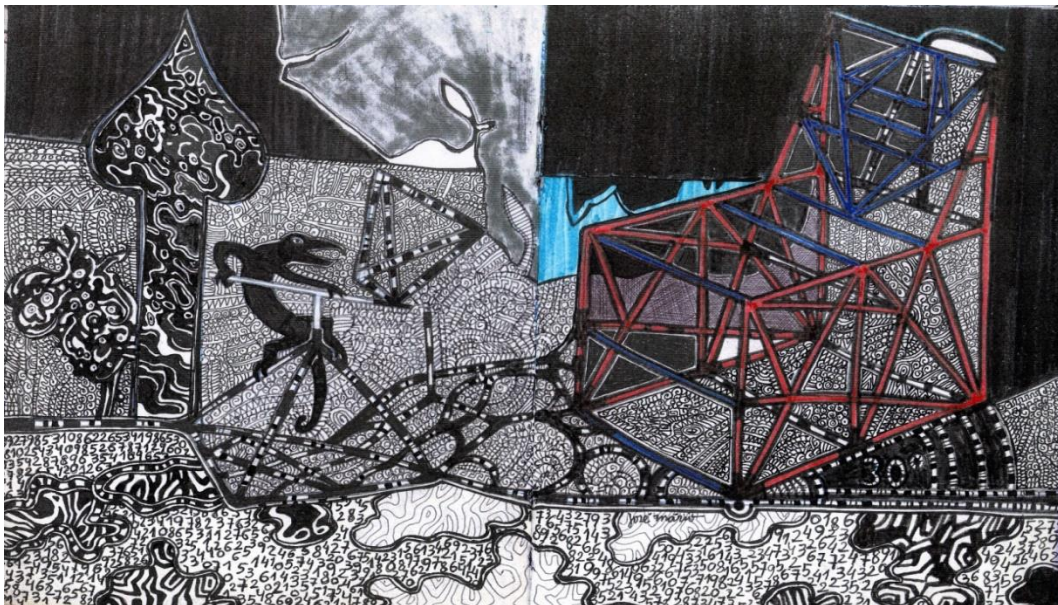


Figura 19: "le grand joueur", 1998, José Mário.

7.1. Nota prévia

Todos ou quase todos¹⁸ os estudantes que ingressam na ESAD aprenderam no ensino secundário, a representar sólidos geométricos em perspectiva isométrica. Esta perspectiva também é chamada de axonometria isométrica ou isometria. O ensino/aprendizagem desta perspectiva no ensino secundário faz-se através de métodos puramente geométricos e gráficos, os quais permitem transformar uma projeção diédrica ou triédrica numa projeção axonométrica isométrica, (figura 21). Os métodos mais comuns usados no ensino secundário para resolução de problemas em perspectiva axonométrica, são o método dos cortes e o método pirâmide axonométrica, mais propriamente o método do rebatimento das faces da pirâmide axonométrica tendo como eixos desse rebatimento os lados do triângulo fundamental, o qual é a base dessa pirâmide. Em todos os manuais de geometria do ensino secundário é possível encontrar vários exemplos de perspectivas resolvidas pelos dois métodos supracitados. Não vamos nas nossas aulas desenvolver nenhum dos processos. Quem desejar aprender, rever ou aprofundar conhecimentos relativamente aos métodos de resolução pode consultar um dos vários manuais oficiais onde se encontram devidamente explicados. O tipo de abordagem que sempre se fez nesta unidade curricular é mais prático, pois, pelo método que aplicamos, representamos diretamente os objetos sem necessidade de qualquer rebatimento, para o cálculo dos coeficientes de redução.

A perspectiva isométrica tem sido certamente a perspectiva cilíndrica por nós mais utilizada ao longo destes anos pelos docentes da unidade curricular, devido ao facto de, na sua versão prática, todas as medidas paralelas aos eixos axonométricos serem representadas em verdadeira grandeza. No início destes estudos como o processo de resolução, apesar de ser bem mais simples, é diferente daquele que anteriormente estudaram, os estudantes mostram sempre algumas dúvidas, mas ao fim de pouco tempo compreendem não só o processo mas também o porquê da adoção desse processo. Basta comparar um desenho em perspectiva isométrica executada pelo método dos cortes com um outro executado em perspectiva isométrica normalizada cujo processo de execução será explicado posteriormente. (figuras 20 e 21) para constatarem que de facto a simplicidade é maior, a começar pela economia de traçados.

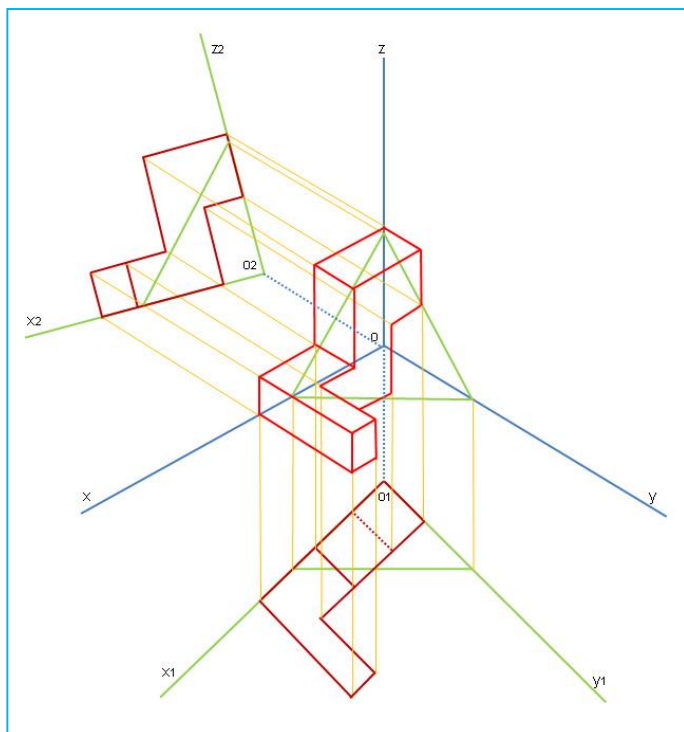


Figura 20: Perspectiva isométrica de um objeto realizada através do método dos cortes, partindo da sua dupla projeção ortogonal.

¹⁸ Há exceções: há os estudantes que vieram de outras áreas, estudantes que mudaram de curso e estudantes que entraram ao abrigo do exame especial para maiores de 23 anos.

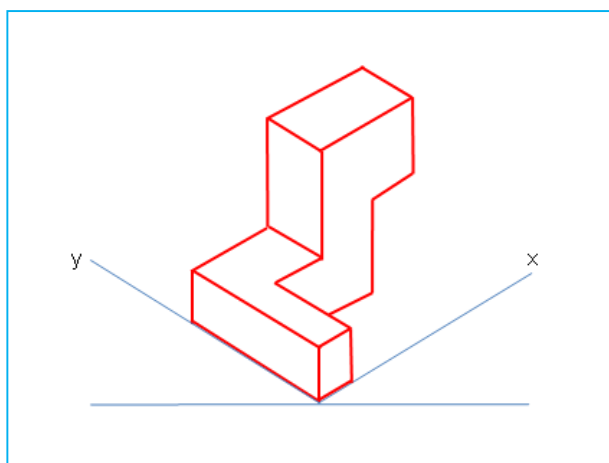


Figura 21: Perspetiva isométrica de um objeto realizada em perspectiva isométrica normalizada.

7.2. Generalidades. Caraterísticas

Tal como já o fizemos aquando da exposição teórica relativa à perspetiva cilíndrica em geral, também iniciamos o estudo teórico da perspetiva isométrica normalizada com a representação de um triedro trirretângulo (figura 22). As projeções das arestas do triedro, ou seja, as projeções dos eixos coordenados fazem entre si ângulos cuja amplitude é de 120° .

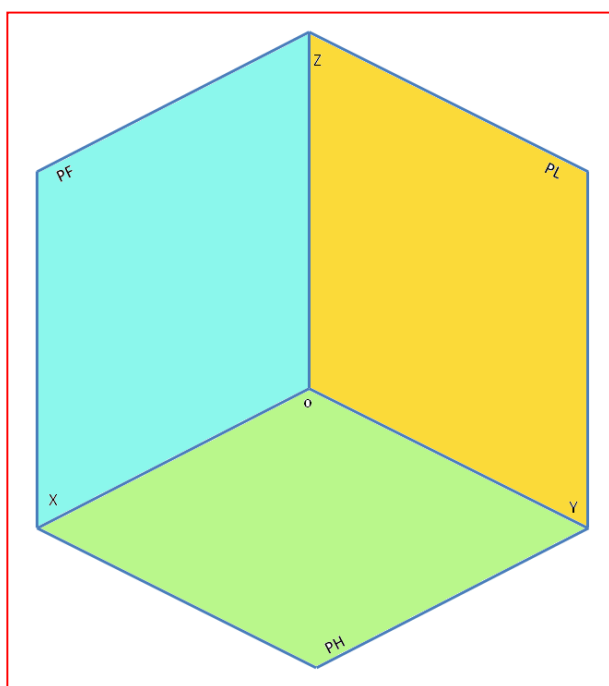


Figura 22: O triedro trirretângulo em perspetiva isométrica.

Aos três planos do triedro acrescenta-se o plano do quadro (α) (figura 23). Na perspetiva isométrica, uma verdadeira axonometria, o plano do quadro é oblíquo e intersesta os três eixos coordenados em três pontos a, b, c, definindo assim o triângulo [ABC]. Este triângulo é como já sabemos o triângulo fundamental¹⁹. Os lados do triângulo são os traços do plano do quadro nos três planos coordenados: horizontal, frontal e lateral.

É por vezes notória alguma repetição nos apontamentos teóricos, mas a ideia é a de levar os estudantes a visualizar o processo, visto que, segundo a experiência que temos,

¹⁹ O triângulo fundamental só existe nas axonometrias ortogonais. Numa fase mais avançada da explicação desta matéria podem os estudantes constatar que este triângulo por si só define qual o tipo de axonometria ortogonal,

repetir conceitos, muitas vezes caindo na redundância, favorece a interiorização e consequentemente a compreensão efetiva e não a uma simples memorização.

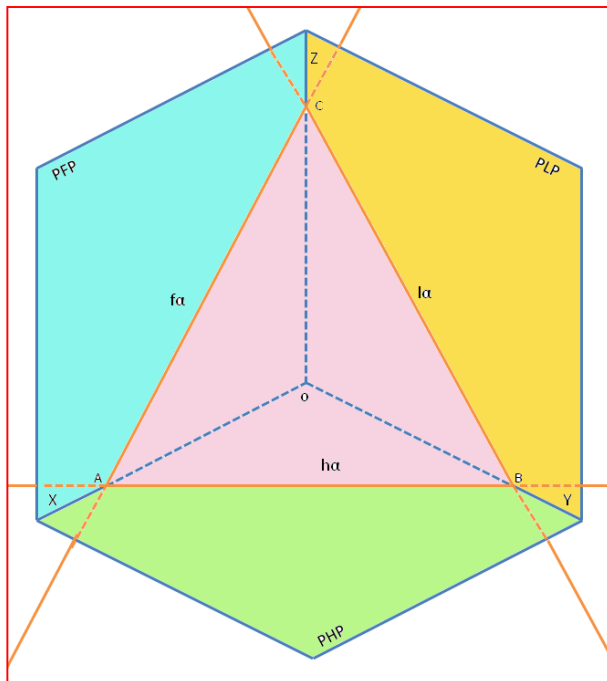


Figura 23: Aos três planos do triedro acrescenta-se o plano do quadro (α).

Nesta como em qualquer perspectiva cilíndrica é possível obter quatro projeções de um ponto:

- a projeção direta do ponto sobre o plano do quadro chamada perspectiva axonométrica real e mais outras três projeções axonométricas, ditas projeções prévias ou projeções coordenadas, que são afinal as projeções da projeção direta sobre os planos coordenados do triedro.

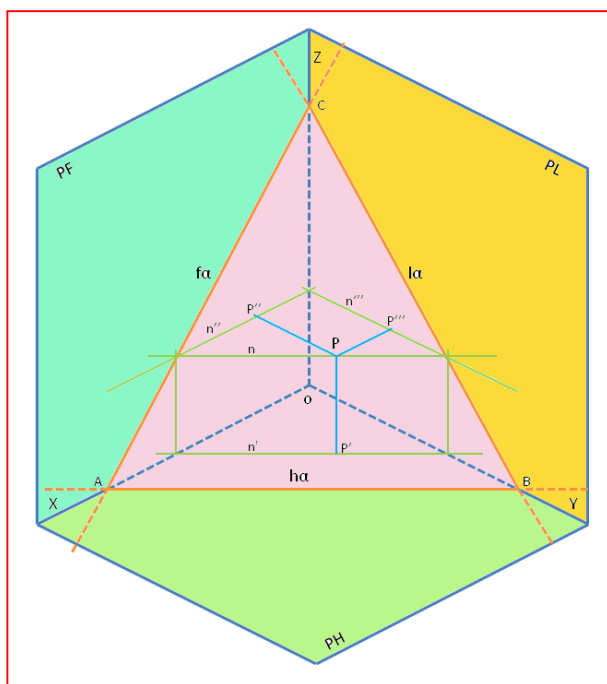


Figura 24: Projeção axonométrica direta ou real, e as três projeções prévias do ponto P.

No exemplo dado considera-se um ponto do espaço, o qual se projeta ortogonalmente sobre o plano do quadro (α) obtendo-se deste modo p, a sua projeção axonométrica direta ou real, e a partir de p podem obter-se as três projeções prévias dessa projeção, sobre os planos coordenados do triédrico, p' projeção horizontal, p'' projeção frontal e p''' projeção lateral, (figura 24).

Sabemos que a representação das projeções prévias ou coordenadas não é um tipo de exercício comum no ensino secundário, e mesmo no nosso programa não é matéria a ser desenvolvida, simplesmente mencionada e resumidamente explicada.

Numa abordagem inversa, as três projeções prévias de um ponto são dadas pelas suas coordenadas cartesianas, abcissa ou largura sobre o eixo x; afastamento ou profundidade sobre o eixo y; cota ou altura sobre o eixo z. Entendida que esteja esta questão, os estudantes facilmente entenderão que, partindo dessas projeções, é perfeitamente possível desenhar a sua perspectiva real ou direta (figura 25).

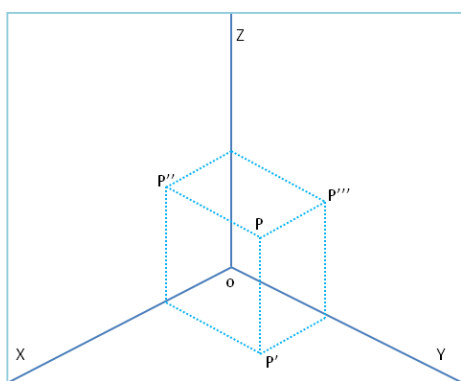


Figura 25: Partindo das projeções prévias é possível desenhar a sua perspectiva direta.

Resumindo: a perspectiva isométrica caracteriza-se pelo facto da amplitude dos três ângulos entre as projeções dos três eixos coordenados ser igual a 120° . Por essa razão o triângulo fundamental é equilátero, (figura 26), e os coeficientes de redução para os três eixos são iguais. É necessário que os estudantes entendam que o valor dos coeficientes de redução para este ou aquele eixo coordenado, não é algo de aleatório, mas que esse valor tem a ver com a inclinação dos eixos em relação ao plano de projeção, a qual implica que haja uma redução na medida projetada. O coeficiente de redução é a razão (k) pela qual se deve multiplicar a medida real, para se obter a medida projetada, o que basicamente quer dizer que esse valor (k) corresponde à medida da unidade projetada relativamente ao eixo em questão.

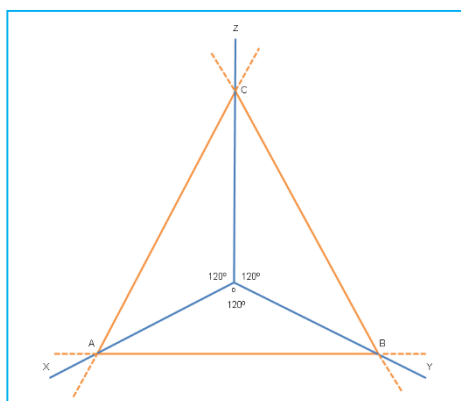


Figura 26: Perspectiva isométrica: os ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são iguais, o triângulo fundamental é equilátero.

Na aplicação prática e expedita da perspectiva isométrica, que sempre foi e é a que utilizamos nos nossos estudos, é comum não se considerar a redução que sofrem as retas isométricas, retas paralelas aos eixos isométricos, representando-as diretamente em

projeção com a medida real que têm no espaço. Nestas circunstâncias a isometria é comumente denominada por perspectiva isométrica normalizada ou convencionada, e os coeficientes de redução para os três eixos são arredondados para o valor 1. Isto é, para uma medida real de 1, teremos uma medida projetada de 1. Ou seja, deste modo, ao desenhar um objeto, as arestas paralelas aos eixos coordenados são executadas com medidas reais, o que torna tudo mais simples.

Nestas circunstâncias obtemos uma perspectiva maior do que o objeto, mas semelhante, e com a vantagem de poder ser mais facilmente consultada para obtenção de medidas. É importante que os estudantes compreendam que, como os três eixos não são paralelos ao plano do quadro, as projeções das retas axonométricas, paralelas aos eixos axonométricos, deveriam ser menores que a verdadeira grandeza das próprias retas no espaço. Se em determinada circunstância, a intenção de um estudante for a de desenhar uma perspectiva isométrica matematicamente correta tem duas hipóteses:

- Ou aplica um dos métodos estudados no ensino secundário, para determinar os coeficientes de redução relativos aos eixos coordenados, o que implica executar os seus rebatimentos sobre o plano do quadro. De facto, como os três ângulos entre as projeções dos eixos x,y e z são iguais, os três coeficientes de redução para os três eixos são iguais, pelo que basta rebater um dos eixos;
- ou, caso queira evitar os rebatimentos, consulta uma tabela e aplica para todos os eixos o coeficiente de redução indicado, que no caso da isometria é de aproximadamente 0,8.

Quem pretender aprofundar os seus conhecimentos relativamente ao assunto dos coeficientes de redução, como conhecer tabelas, e seguir os cálculos trigonométricos que permitiram elaborar essas tabelas deve fazê-lo consultando um dos livros, referidos na bibliografia dedicados a estudos mais exaustivos sobre esta matéria²⁰.

7.3. Perspetiva isométrica prática/perspetiva isométrica normalizada

Tal como mencionamos, a representação rigorosa da perspectiva isométrica obedece a métodos puramente matemáticos e geométricos. Estes métodos são trabalhosos e a sua aplicabilidade na representação de objetos complexos é pouco aconselhável.

Na prática, o que é comum é fazer-se pode ser entendido como uma mudança de triedro, do 1º ou 2º triedro para o 3º ou 4º triedro. Abaixo seguem as imagens da exposição teórica com as quais ilustramos o processo que consiste em mudar uma representação que deveria ser do 1º triedro para uma outra do 4º triedro. O procedimento é simples, basta simplesmente prolongar os eixos x e y para que se obtenha uma nova configuração para os mesmos. Podemos descrevê-lo em 4 passos. Ao fazerem esta operação os estudantes devem ser induzidos a compreender a vantagem que advém desta maneira de iniciar o processo de representação, que é a de terem um melhor ou total controlo do enquadramento do desenho na folha de papel.

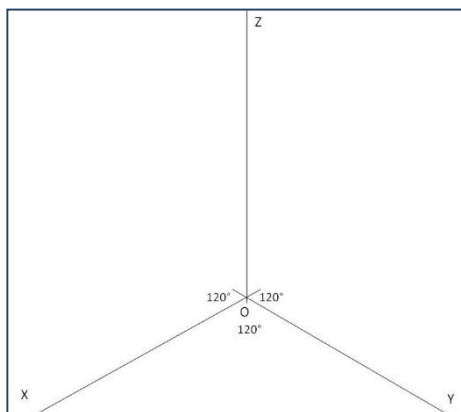


Figura 27: Mudança de triedro, fase 1.

²⁰ Abajo, F. Javier Rodríguez. Bengoa, Víctor Avarez *Geometría Descriptiva*, tomo 3, *Sistema de Perspectiva Axonométrica*. Editorial Donostiarra, S.A. San Sebastián. 1995.

1. Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva isométrica, começamos por assinalar o ponto de origem (o). Este é o ponto de interseção dos três eixos coordenados. A partir deste ponto traçamos o eixo z, eixo das cotas ou alturas, na vertical. A partir deste eixo marcamos um ângulo de 120° com abertura à esquerda e traçamos o eixo x, e marcamos um ângulo de 120° de abertura à direita e traçamos o eixo y. Regra geral fazem-se representações no 1º triedro, em que o eixo x fica à esquerda do eixo z, e o eixo y fica à direita (figura 27).

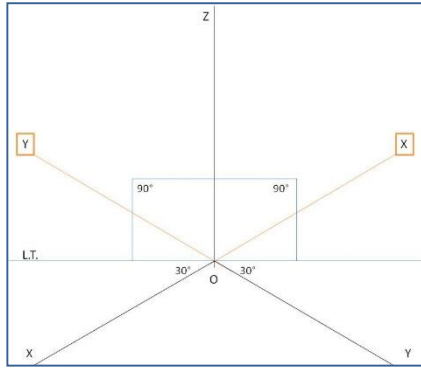


Figura 28: Mudança de triedro, fase 2

2. Prolongamos os eixos x e y, aqui representados a traço alaranjado e traçamos uma linha horizontal que passa pelo ponto de origem, a qual damos o nome de linha de terra²¹. Decomponos os ângulos de 120° , formados pelos eixos zx e zy, em ângulos de $90^\circ + 30^\circ$ (120°) (figura 28).

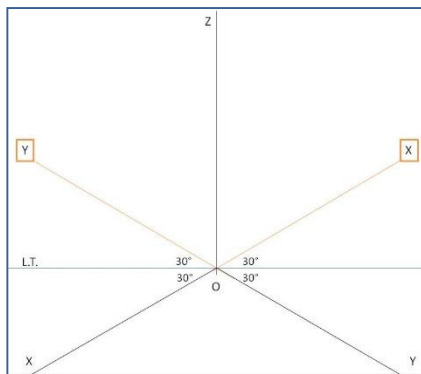


Figura 29: Mudança de triedro, fase 3.

3. Assim, os ângulos de formados pelos eixos coordenados x e y com a linha de terra têm uma amplitude de 30° (figura 29).

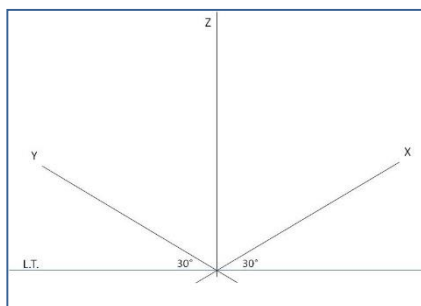


Figura 30: Mudança de triedro, fase 4.

²¹ O termo *linha de terra* foi durante muitos anos utilizado no método diédrico para identificar a aresta do diedro, isto é, a linha de interseção do plano frontal de projeção com o plano horizontal de projeção. Atualmente o termo *linha de terra* deixou de ser utilizado nesse método, para ser substituído pelo termo eixo X. Em perspectiva cônica linear a *linha de terra* é a linha de interseção do plano do quadro com o plano de terra. Em perspectiva cilíndrica normalizada, excetuando a perspectiva militar, o termo *linha de terra*, refere-se à linha de interseção do plano do quadro com o plano coordenado horizontal quando aquele contém o ponto de origem. É uma linha perpendicular ao eixo Z, e serve de referência auxiliar na marcação dos ângulos de fuga.

4. Esta é, como facilmente se entende, a configuração final dos eixos após a mudança para o 4º triedro (figura 30). Quando configurada deste modo é denominada por perspectiva isométrica prática e está pronta a ser utilizada na representação normalizada.

Quando verificamos que os estudantes entenderam o processo de transformação, passamos diretamente à abordagem prática, e explicamos isso em cinco fases.

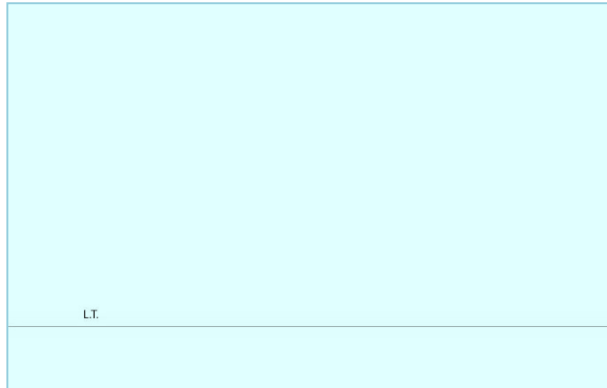


Figura 31: Representação em perspectiva isométrica prática normalizada, fase 1.

1. Traçamos uma linha horizontal a que damos o nome de linha de terra. Esta linha deve ser traçada na parte inferior da folha, já que o objeto vai ser representado daí para cima. Ou seja, sabemos que temos todo esse espaço da folha disponível para a execução do desenho (figura 31).

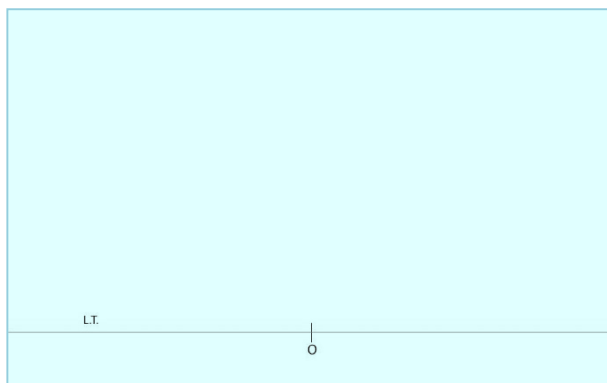


Figura 32: Representação em perspectiva isométrica prática normalizada, fase 2.

2. Sobre a linha de terra (lt) assinalamos o ponto de interseção dos três eixos axonométricos, ao qual se dá o nome de ponto de origem (o). Chama-se ponto de origem porque é considerado o ponto de coordenadas nulas, a partir do qual nascem os eixos coordenados e se medem abcissas, afastamentos e cotas (figura 32).

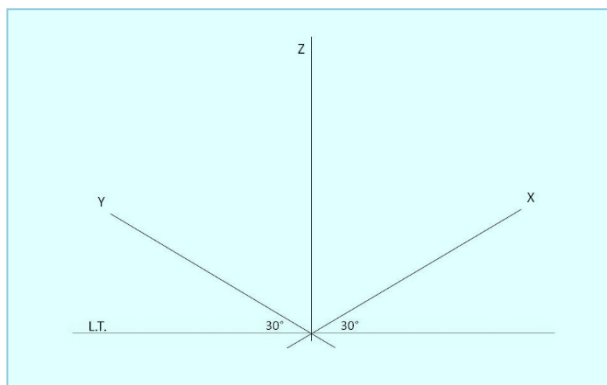


Figura 33: Representação em perspectiva isométrica prática normalizada, fase 3.

3. A partir do ponto de origem traçamos os eixos x e y , os quais fazem ângulos de 30° com a linha de terra, um de abertura à esquerda e outro de abertura à direita. A estes ângulos dá-se o nome de ângulos de fuga (figura 24). É fundamental explicar aos estudantes a utilização do termo ângulo de fuga. Os eixos x e y e as retas que lhe são paralelas não se dirigem para quaisquer pontos de fuga, pois as perspectivas cilíndricas, tal como o nome sugere, são de projeção paralela. Ou seja todas as retas paralelas a estes eixos fazem exatamente o mesmo ângulo que os eixos. Aplicamos o termo ângulo de fuga por analogia com o termo ponto de fuga da perspectiva cónica. A grande diferença é que enquanto num desenho em perspectiva cónica as retas construtivas, as paralelas entre si, apesar de paralelas, convergem graficamente para um ponto de fuga²², num desenho em perspectiva cilíndrica não existe qualquer ponto de fuga e essas retas mantêm-se graficamente paralelas mantendo graficamente o mesmo ângulo. O termo é aceitável em termos práticos, e não é invulgar a sua utilização.

Só após a representação dos eixos, é que se passa à representação do objeto. Não é absolutamente necessário representar o eixo z , pois sabemos que passa pela origem e é perpendicular à linha de terra, é sempre vertical. Normalmente só colocamos letras a identificar os eixos ou a linha de terra nas aulas de exposição e explicação destas matérias. Quando passamos à execução de exercícios de representação propriamente ditos, por regra todas as letras são abolidas.

Na representação de qualquer objeto devemos sempre que possível coloca-lo numa posição que por um lado ofereça o máximo de informação, ou, pelo menos a informação necessária acerca do mesmo, e que, por outro lado, as suas arestas estejam alinhadas com os eixos coordenados.

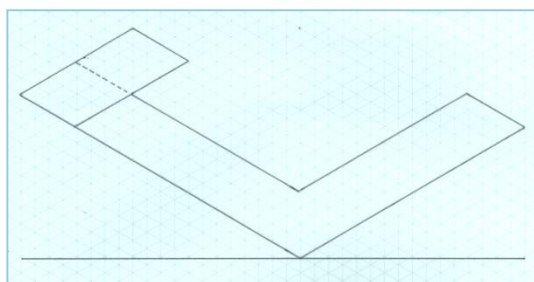


Figura 34: Representação em perspectiva isométrica prática normalizada, fase 4.

4. Em princípio, de um modo de operar mais racional, ensinamos os nossos estudantes que devem começar por colocar um dos pontos da planta do objeto no ponto de origem, isto é no ponto de intersecção dos três eixos, e que seguidamente devem definir-se os limites da planta (figura 34).

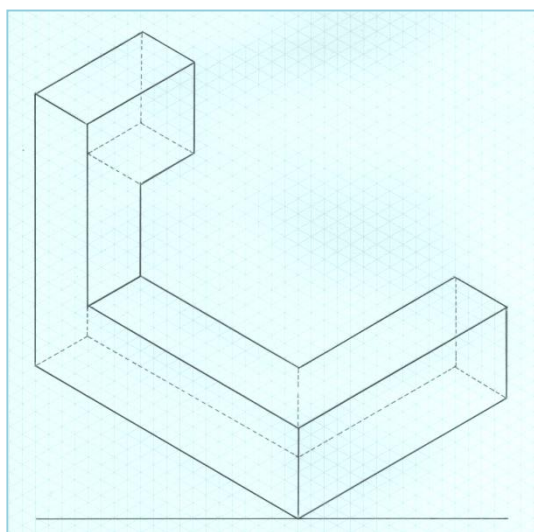


Figura 35: Representação em perspectiva isométrica prática normalizada, fase 5.

²² Exceto as retas paralelas ao plano do quadro como posteriormente se verificará aquando do estudo da perspectiva cónica linear.

5. Concluída esta fase é que se deve fazer a construção do objeto. O correto levantamento do objeto, depende de uma correta interpretação da sua morfologia (figura 35).

Este modo de executar a representação é só uma sugestão feita aos estudantes e assenta numa aproximação metodológica e construtiva. Da experiência que temos tido com diferentes tipos de estudantes, sabemos que alguns deles, com maior capacidade de visualização, conseguem começar e acabar o exercício conforme lhes vão surgindo no momento as soluções para este ou aquele pormenor, e por processos menos comuns.

No caso da perspetiva isométrica normalizada, como já observamos, todas as arestas paralelas aos eixos coordenados são representadas em verdadeira grandeza, o que torna o processo bastante fácil. Mas é claro que na maioria dos objetos é impossível colocar o objeto de modo a que todas as suas arestas estejam paralelas aos eixos. Então, recorre-se ao já referido estratagema das grelhas que permite transportar medidas de arestas que estejam oblíquas em relação aos eixos, ou de linhas curvas. Estas grelhas de resolução são nem mais nem menos que um processo que permite transportar abcissas, afastamentos e cotas para a projeção axonométrica.

Nas aulas todas estas explicações são acompanhadas de imagens realizadas no quadro no momento da exposição, ou por imagens previamente realizadas, que ilustram as diferentes etapas do processo, comparando-o simultaneamente com o processo de representação no 1º triedro, de modo a que esta operação seja de facto entendida, como uma simples mudança de triedro.

Resumidamente, sabemos por experiência que o entendimento dos processos de realização de representações em perspetiva isométrica não costuma levantar grandes problemas quanto à colocação dos eixos e à colocação do objeto relativamente a esses eixos. Os problemas que eventualmente costumam surgir têm sempre, ou quase sempre a ver com o deficiente entendimento da tridimensionalidade das peças a representar, quando, no enunciado do exercício, estas são dadas em projeção ortográfica por três ou mesmo seis das suas vistas. É para nós evidente que as peças são mal entendidas porque há uma falta de treino de visionamento tridimensional, de imaginar e representar sobre um suporte bidimensional um objeto que na realidade é tridimensional.

Um dos erros mais comuns que temos detetado ao longo destes anos é o do típico “embrulho”, isto é, o estudante constrói uma espécie de bloco, como se este fosse embrulhado por um papel no qual se limita a desenhar as formas poligonais planas que contornam as diferentes vistas do objeto.

Outro problema detetado tem a ver com a representação de objetos com arestas inclinadas e com curvas. Para resolver qualquer problema que advenha destas situações, o método geral que se aplica é o das grelhas bidimensionais ou tridimensionais que contenham pontos fundamentais. Já nos referimos a este método anteriormente já que é comum a todas as perspetivas cilíndricas. Quanto à representação de linhas curvas, quando se trata da circunferência em perspetiva isométrica, há métodos que substituem o método da grelha de oito pontos e que permitem a sua resolução com o recurso ao compasso. Também já foi mencionada anteriormente essa possibilidade. Há mais do que um método, uns mais simples, outros mais elaborados. Todos eles se baseiam na transformação da elipse matematicamente rigorosa numa oval aproximada, daí que não seja invulgar chamá-los de métodos das falsas elipses. É de assinalar que qualquer um destes métodos só é exequível quando a circunferência se encontra num plano horizontal, num plano frontal ou num plano de perfil. O método que ensinamos aos estudantes é o mais simples de todos: o da oval de quatro centros.

Abaixo (figura 36) estão representadas três circunferências, cada uma delas contida num plano paralelo a um plano coordenado, plano horizontal, plano frontal e plano de perfil. O processo explicado para o plano horizontal repete-se para os outros dois planos. A circunferência inscreve-se no quadrado [ABCD]. Traçam-se as suas diagonais e as medianas. Os quatros extremos das duas medianas são quatro pontos de tangencia da circunferência e do quadrado e que são os limites dos arcos maiores (d) e (b), cujos centros são os extremos da diagonal menor (D) e (B). Unindo os extremos da diagonal maior aos pontos médios dos lados opostos, obtêm-se sobre a diagonal maior [AC] os centros (I) e (J) dos arcos menores (i) e (j).

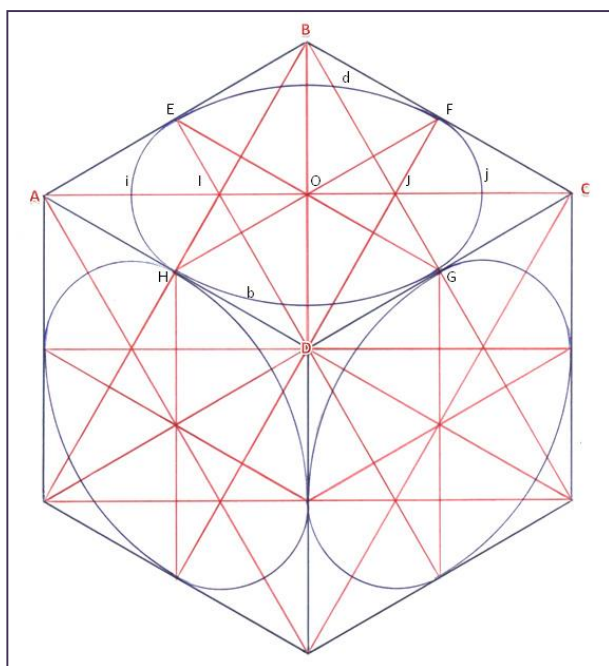


Figura 36: Representação da circunferência pelo método da oval de quatro centros.

O resultado obtido é um arredondamento daquele que deveria ser o resultado matematicamente correto, mas que é perfeitamente aceitável na representação técnica se atendermos a cumprir a sua função de explicar o que se pretende representar, aliada a uma evidente semelhança com a elipse.

7.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva isométrica

Série 1: reconhecimento, leitura e cópia de desenhos em perspectiva isométrica

Os exercícios que propomos aos estudantes têm duas fases. A primeira fase consiste simplesmente na observação de várias representações em perspectiva cilíndrica. Os estudantes devem reconhecer de golpe de vista aquelas que estão realizadas em perspectiva isométrica unicamente pela amplitude dos ângulos de fuga dos seus eixos x e y . Na segunda fase os estudantes devem copiar aquelas que estão representadas em perspectiva isométrica.

Abaixo seguem alguns exemplos de desenhos executados por estudantes, apresentados como resolução da proposta enunciada.

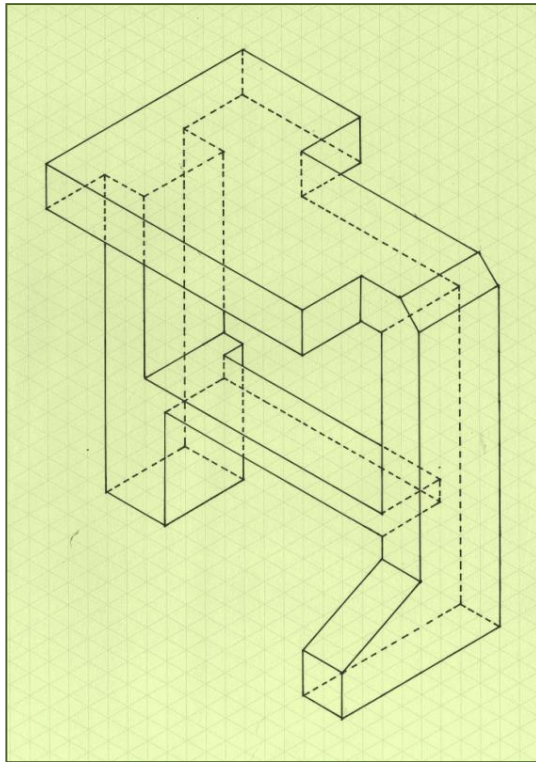


Figura 37: Mesa 1.

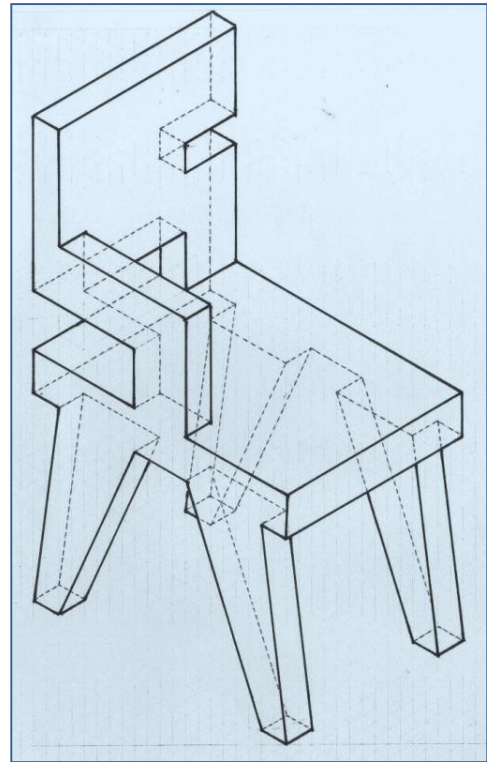


Figura 38: Cadeira 1.

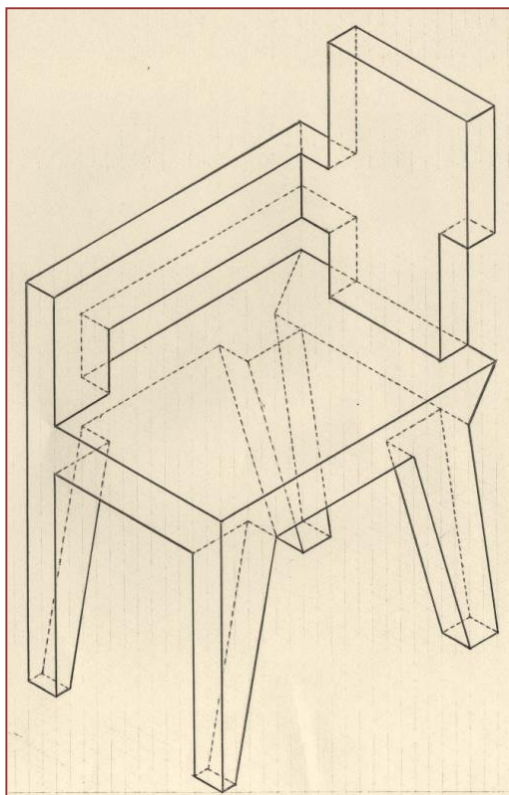


Figura 39: Cadeira 2.

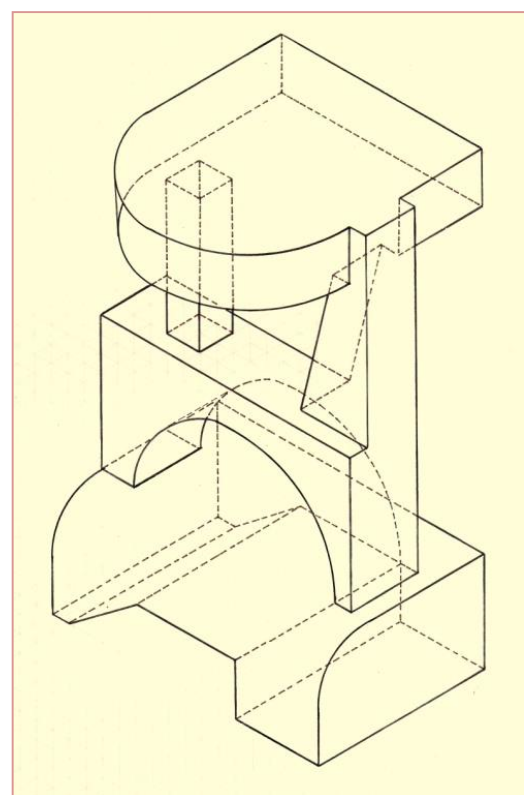


Figura 40: Mesa 2.

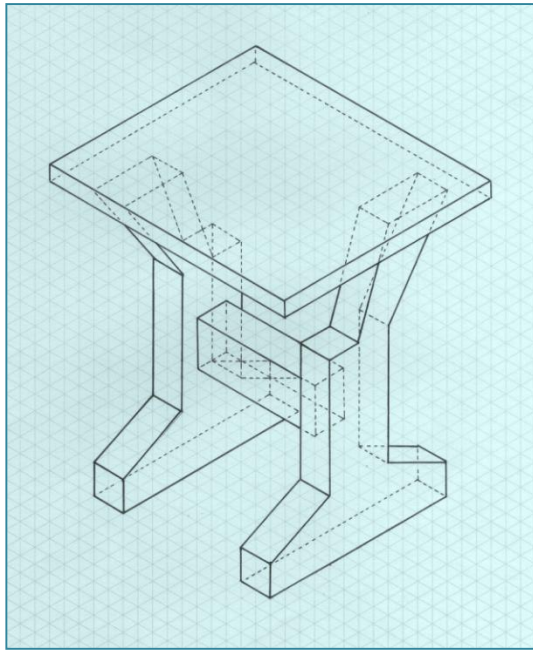


Figura 41: Mesa 3.

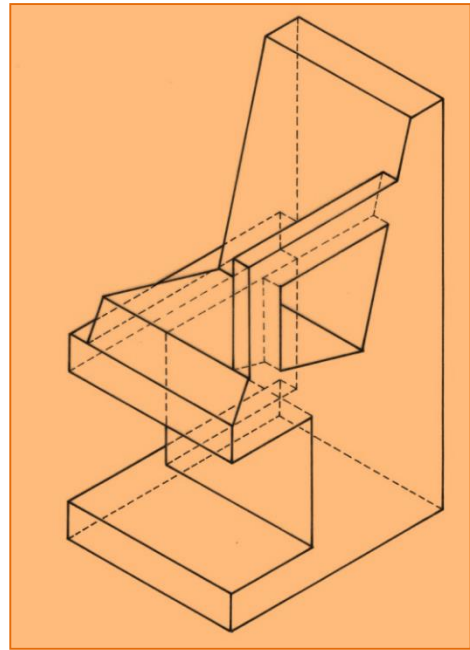


Figura 42: Cadeira 3.

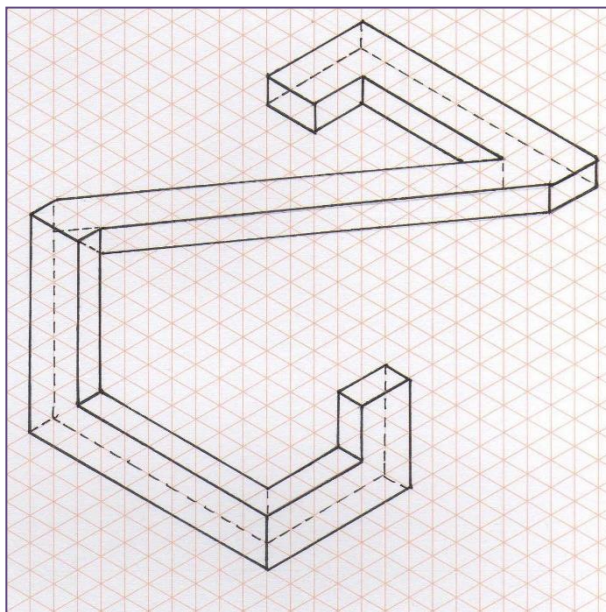


Figura 43: Objeto lúdico 1.

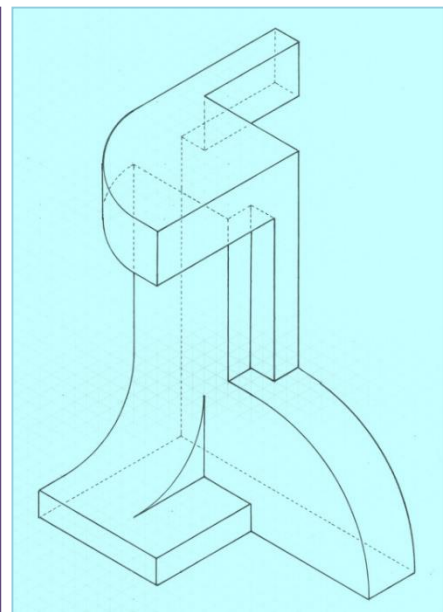


Figura 44: Objeto lúdico 2.

Série 2: interpretação e execução de desenhos em perspectiva isométrica

Nestes exercícios elevamos ligeiramente a dificuldade pois a representação em perspectiva isométrica é feita a partir de imagens de objetos dados numa outra perspectiva cilíndrica não identificada. Seguem-se alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica²³ (figura 45). Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva isométrica esse objeto.

²³ Como nesta fase ainda só foi estudada a perspectiva isométrica, qualquer outra perspectiva cilíndrica não é ainda nomeada.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Neste exercício não é necessário representar as arestas invisíveis.

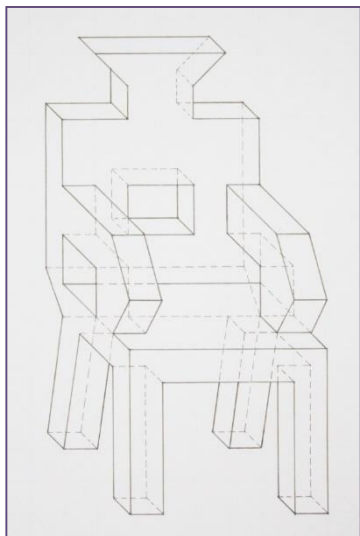


Figura 45: Objeto de tipo comum representado em perspectiva não identificada no enunciado.

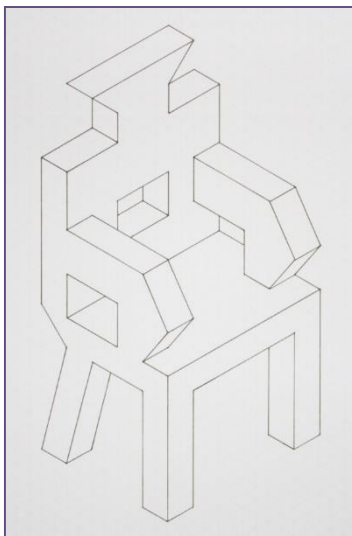


Figura 46: Cadeira representada em perspectiva isométrica identificada no enunciado (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 47).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado

Objetivo:

Representar em perspectiva isométrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

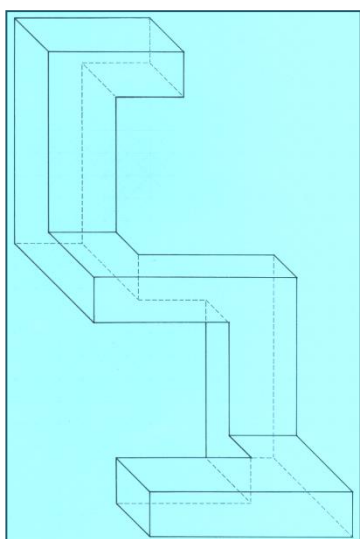


Figura 47: Objeto de tipo lúdico representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

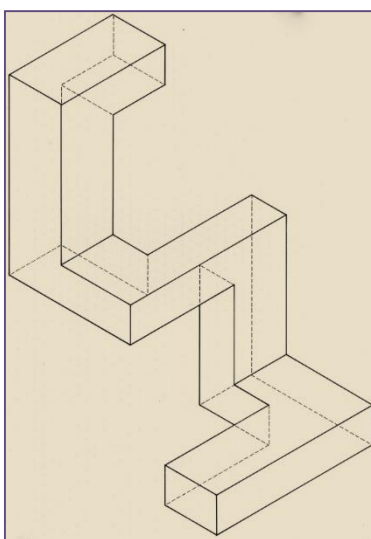


Figura 48: Objeto de tipo lúdico representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 3

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 49). Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva isométrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

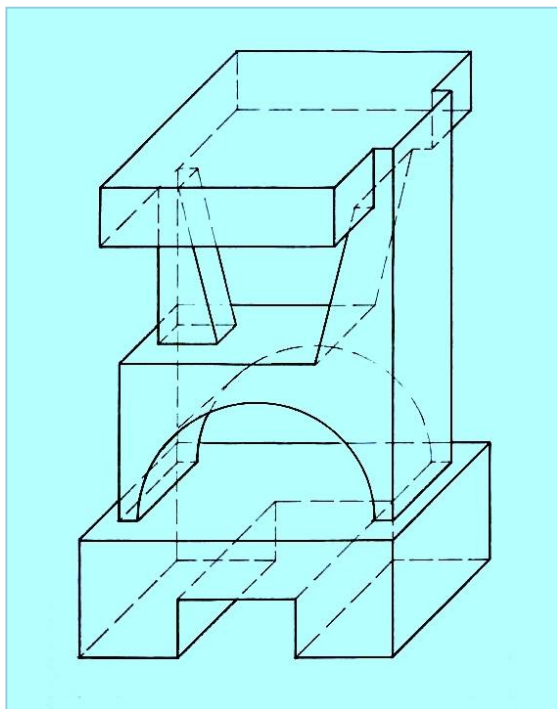


Figura 49: Objeto de tipo comum representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

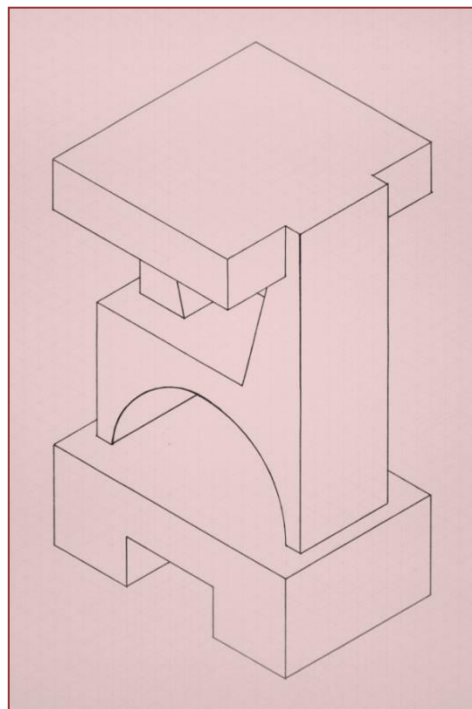


Figura 50: Objeto de tipo comum representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 8
Perspetiva dimétrica



Figura 51: "mundus obscurus", 2004, José Mário.

8.1. Nota prévia

O estudo desta perspectiva no ensino secundário, tal como acontece com a perspectiva isométrica, é feito por métodos puramente geométricos. No nosso estudo, de tipo prático, aplicamos diretamente os coeficientes de redução convencionados próprios da perspectiva dimétrica normalizada.

8.2. Generalidades. Caraterísticas

Sempre que as amplitudes de dois dos ângulos entre os eixos são iguais, e um é diferente, quando o triângulo fundamental é isósceles, sabemos que estamos perante uma perspectiva dimétrica (figura 52). Pelo facto de dois dos ângulos serem iguais e um diferente, resulta que em toda e qualquer perspectiva dimétrica há sempre dois coeficientes de redução iguais e um diferente.

Tal como existe a perspectiva isométrica normalizada ou convencionada, também existem perspectivas dimétricas normalizadas, aquelas em que os coeficientes de redução verdadeiros são substituídos por coeficientes de redução convencionados, que são de fácil aplicação, cujos valores se obtêm por arredondamento a partir dos valores das escalas axonométricas. Apesar de os processos de realização da perspectiva dimétrica e da perspectiva isométrica de um dado objeto serem idênticos, as imagens obtidas apresentam caraterísticas que as tornam bem distintas.

Qualquer perspectiva axonométrica ortogonal que tenha dois ângulos iguais entre os seus eixos é uma dimetria. São portanto inúmeras as possibilidades de conjugar dois valores iguais.

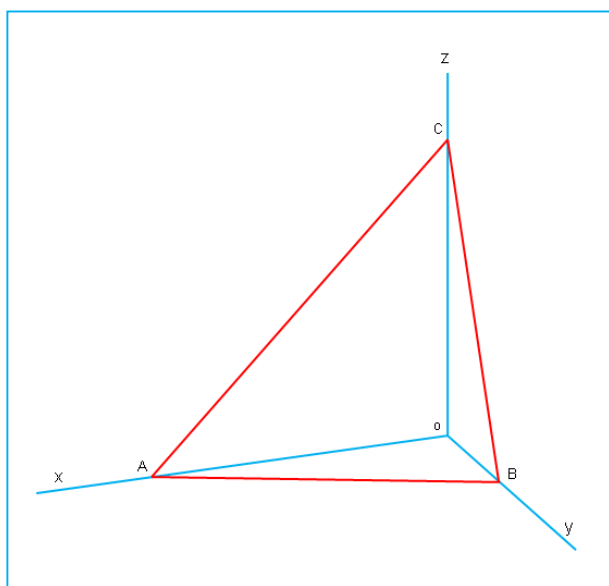


Figura 52: Perspetiva dimétrica: dois dos ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são iguais (zoy e xoy), o outro é diferente. O triângulo fundamental é isósceles.

Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva dimétrica qualquer, deve começar-se por traçar o eixo z, eixo das cotas ou alturas na vertical. A partir deste eixo marca-se um ângulo zox com abertura à esquerda para o eixo x, e um ângulo zoy de abertura à direita para o eixo y. O ângulo xoy é igual ao ângulo zoy no caso de uma representação no 1º triedro. O cálculo da redução que se opera nos eixos é calculado através do rebatimento dos mesmos por qualquer um dos métodos anteriormente referidos em relação à perspectiva isométrica. No exemplo dado para a perspectiva dimétrica também aplicamos o método dos cortes.

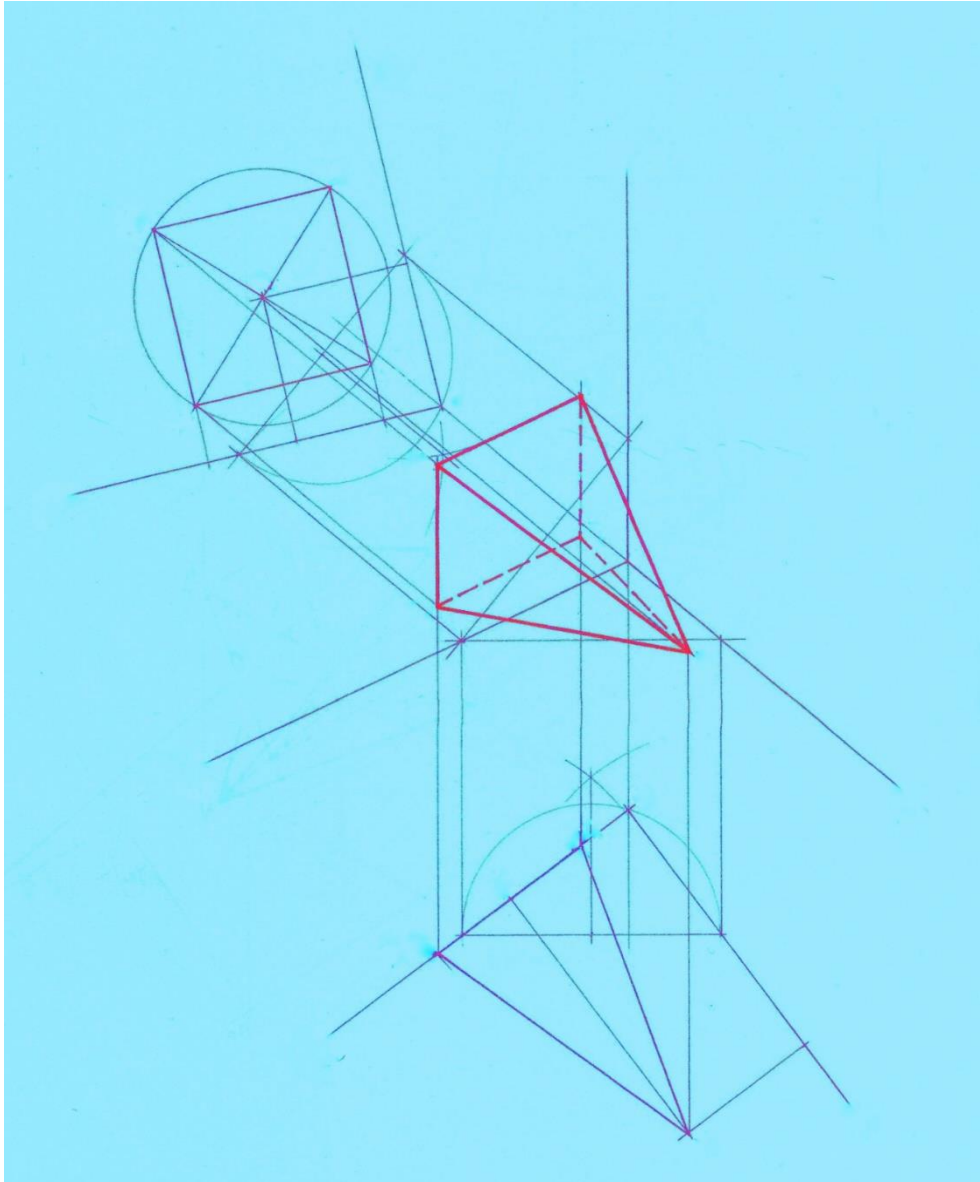


Figura 53: Perspetiva dimétrica de uma pirâmide de base quadrangular assente no plano frontal, executada pelo método dos cortes.

8.3. Perspetiva dimétrica prática/perspetiva dimétrica normalizada

O nosso estudo, contudo, direciona-se exclusivamente para a perspectiva dimétrica normalizada. Os valores mais aplicados na perspectiva dimétrica normalizada, vem inclusivamente referenciada nos esquadros reticulados, são aqueles em que o eixo z faz um ângulo de 97° (em rigor $97^\circ 12'$) com o eixo x, e faz um ângulo de 132° (em rigor $131^\circ 24'$) com o eixo y. O eixo x também faz um ângulo de $131^\circ 24'$ com o eixo y. Este arredondamento dos valores tem a ver com a evidente dificuldade em marcar com rigor medidas tão reduzidas com os normais instrumentos que dispomos.

Na nossa exemplificação do processo de alteração para perspectiva dimétrica prática/normalizada, e por regra ao longo do ano, utilizamos a perspectiva dimétrica anteriormente mencionada por ser a mais comum. Como os eixos x e y podem estar invariavelmente orientados para a direita ou para a esquerda, há sempre dois casos possíveis:

Caso 1: o eixo x faz um ângulo de $97^\circ 12'$ com o eixo z, abertura à direita, e o eixo y faz um ângulo de $131^\circ 24'$ com o eixo z abertura à esquerda (1° triedro).

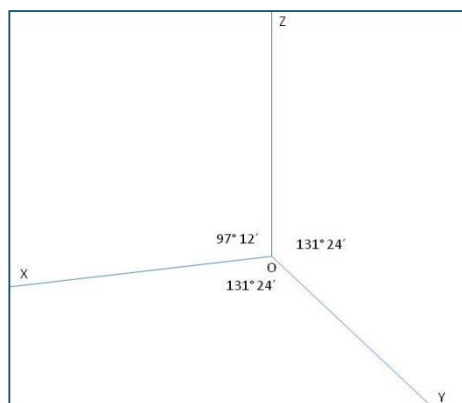


Figura 54: Mudança de triedro, fase 1.

1. Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva dimétrica, começamos por assinalar o ponto de origem. Este é o ponto de interseção dos três eixos coordenados. A partir deste ponto traçamos o eixo z, eixo das cotas ou alturas, na vertical. A partir deste eixo marca-se um ângulo de $97^{\circ} 12'$ com abertura à esquerda e traçamos o eixo x, e marcamos um ângulo de $131^{\circ} 24'$ de abertura à direita e traçamos o eixo y. É claro que representar estes valores tão rigorosos só se consegue usando um computador, manualmente com recurso a um transferidor é impossível. Daí a tal necessidade de arredondamento destes valores para 97° e 132° (figura 54).

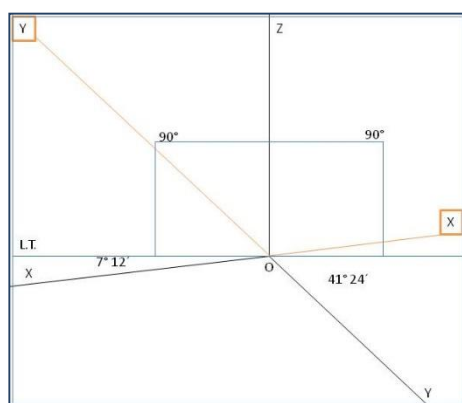


Figura 55: Mudança de triedro, fase 2.

2. Prolongamos os eixos x e y, aqui representados a traço alaranjado e traçamos a linha de terra que passa pelo ponto de origem. Decompomos o ângulo zox de $97^{\circ} 12'$, em ângulos de $90^{\circ} + 7^{\circ} 12'$, e decompomos o ângulo zoy de $131^{\circ} 24'$ em ângulos de $90^{\circ} + 41^{\circ} 24'$ (figura 55).

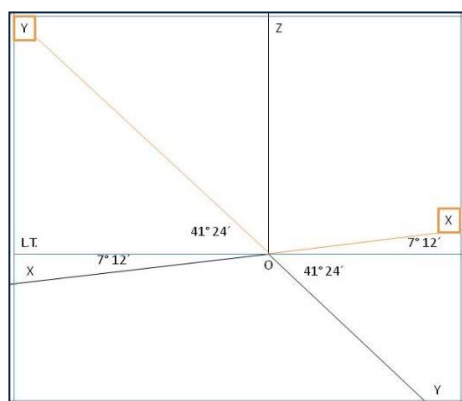


Figura 56: Mudança de triedro, fase 3.

3. O ângulo formado pelo eixo coordenado x com a linha de terra tem uma amplitude de $7^{\circ} 12'$. O ângulo formado pelo eixo coordenado y com a linha de terra tem uma amplitude de $41^{\circ} 24'$ (figura 56).

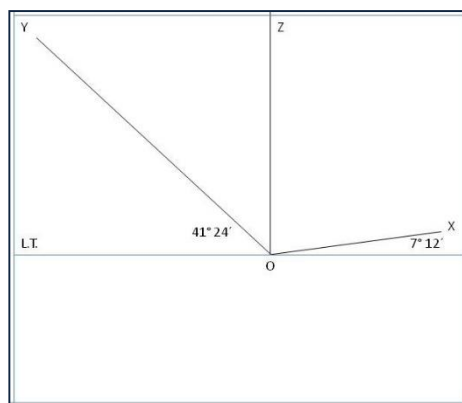


Figura 57: Mudança de triedro, fase 4.

D. Esta é, como facilmente se entende, a configuração final dos eixos após a mudança para o 4º triedro (figura 57)

Caso 2:

O eixo x faz um ângulo de $97^{\circ} 12'$ com o eixo z, abertura à direita.

O eixo y faz um ângulo de $131^{\circ} 24'$ com o eixo z, abertura à esquerda (2º triedro).

É desnecessário repetir a explicação pois nada se altera no processo excetuando o sentido da abertura dos ângulos zox e zoy que neste caso se invertem.

Após o entendimento do processo, e tal como exemplificamos para a perspectiva isométrica, também no caso da perspectiva dimétrica prática iniciamos o processo traçando a linha de terra.

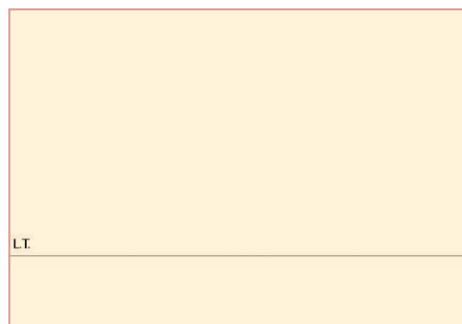


Figura 58: Representação em perspectiva dimétrica normalizada, fase 1.

1. Traçamos a linha de terra na parte inferior da folha, pelas mesmas razões já apontadas para a perspectiva isométrica. Como o objeto vai ser representado daí para cima, temos o controlo de todo o espaço da folha para a execução do desenho (figura 58).

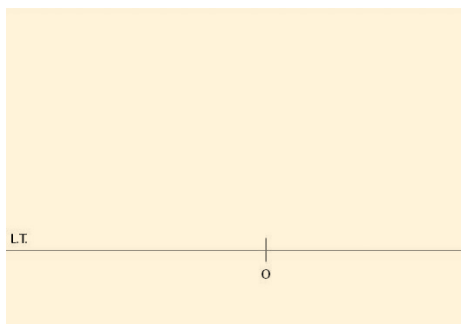


Figura 59: Representação em perspectiva dimétrica normalizada, fase 2.

2. Sobre a linha de terra marcamos o ponto de origem (figura 59).

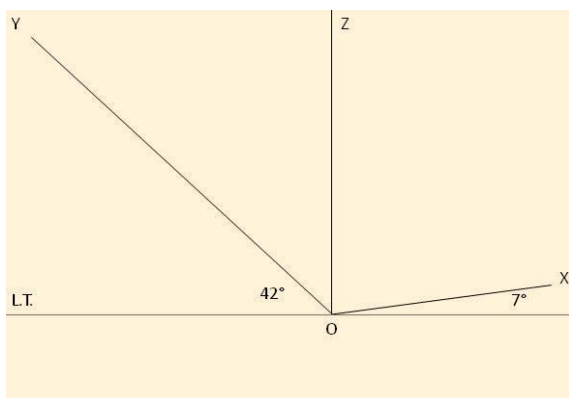


Figura 60: Representação em perspectiva dimétrica normalizada, fase 3.

3. A partir do ponto de origem traçamos os eixos x e y. O eixo x faz um ângulo de 7° com a linha de terra, abertura à direita. O eixo y faz um ângulo de 42° com a linha de terra, abertura à esquerda (figura 60).

Os valores que atribuímos aos ângulos estão arredondados, pois tal como já anteriormente referimos é bastante difícil ou mesmo impossível marcar o valor em rigor com os transferidores vulgarmente utilizados pelos estudantes em sala de aula. Na representação do objeto, repetem-se as mesmas informações dadas para a perspectiva isométrica.

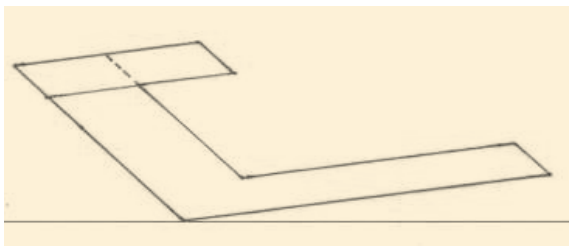


Figura 61: Representação em perspectiva dimétrica normalizada, fase 4.

Escolhemos uma posição para o objeto que proporcione mais informação e mais arestas alinhadas com os eixos coordenados. É conveniente, mas não obrigatório, iniciar o processo construtivo colocando um dos pontos da planta do objeto no ponto de origem. Definimos os limites da planta (figura 61).

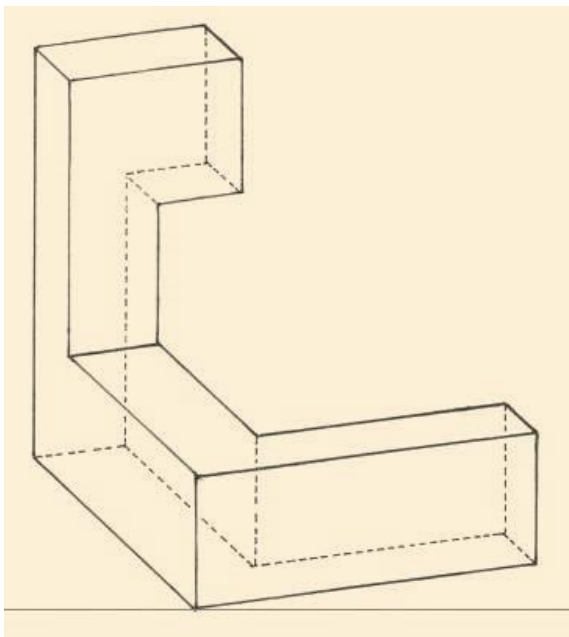


Figura 62. Representação em perspectiva dimétrica normalizada, fase 5.

Faz-se a construção do objeto a partir da planta perspectivada (figura 62).

No caso da dimetria normalizada, os coeficientes de redução para os eixos x e z são 1, logo, todas as arestas paralelas aos eixos coordenados x e z são representadas em verdadeira grandeza. O coeficiente de redução para o eixo y é 0,5, logo, as arestas paralelas ao eixo y são representadas com metade das suas medidas reais. Para representar arestas oblíquas ou linhas curvas, também neste caso recorremos a grelhas de resolução, num processo idêntico ao utilizado para a perspetiva isométrica.

8.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva dimétrica

Série 3: reconhecimento, leitura e cópia de desenhos em perspetiva dimétrica

Fase 1: observar várias representações em perspetiva cilíndrica, e reconhecer aquelas que estão realizadas em perspetiva dimétrica, pela amplitude dos ângulos de fuga dos seus eixos x e y.

Fase 2: copiar unicamente aquelas que estão representadas em perspetiva dimétrica.

Seguem-se alguns exemplos de desenhos/resolução executados pelos estudantes (figuras 63, 64, 65, 66).

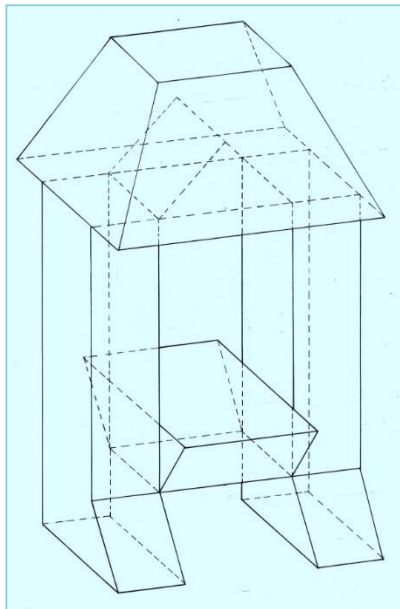


Figura 63: Churrasqueira.

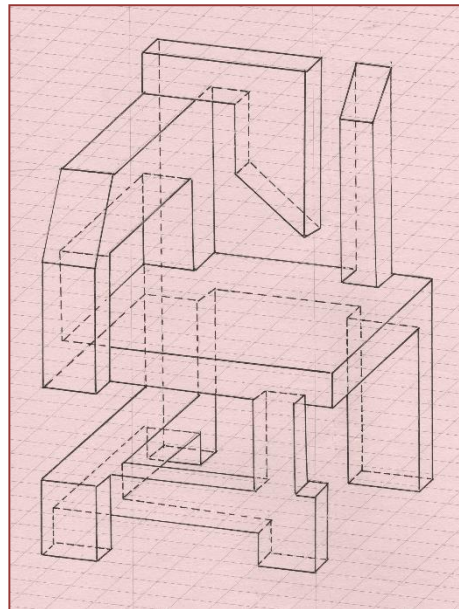


Figura 64: Cadeira.

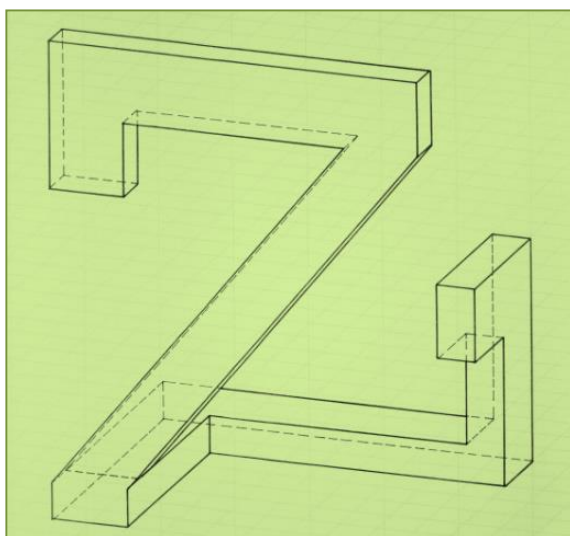


Figura 65: Objeto lúdico.

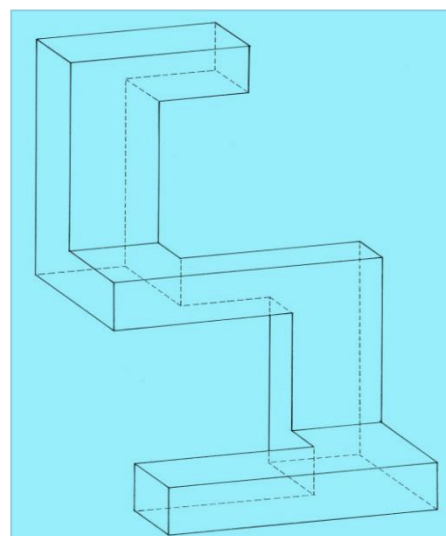


Figura 66: Objeto lúdico.

Série 4: execução de desenhos em perspectiva dimétrica

Representar em perspectiva dimétrica objetos dados numa outra perspectiva cilíndrica não identificada. Seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 67).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva dimétrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Neste exercício não é necessário representar as arestas invisíveis.

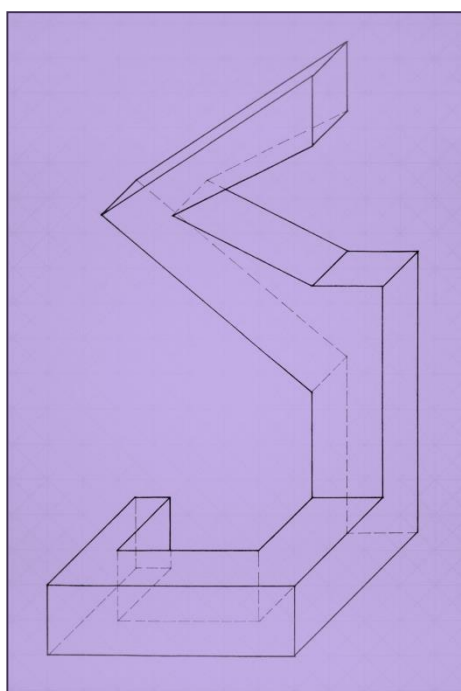


Figura 67: Objeto de tipo lúdico representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

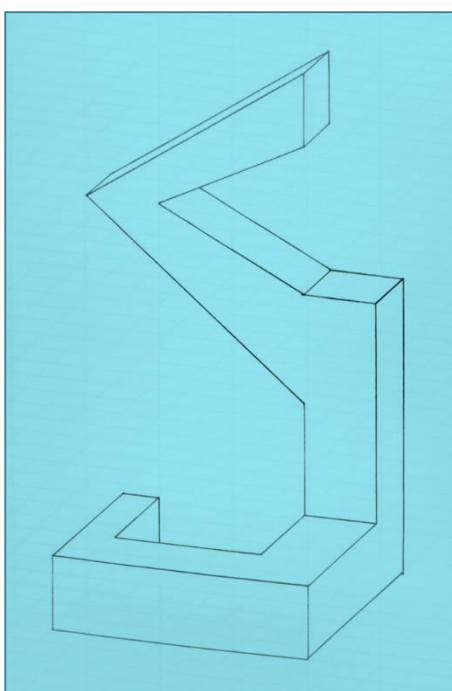


Figura 68: Objeto de tipo lúdico representado em perspectiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 69).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva dimétrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço contínuo fino.

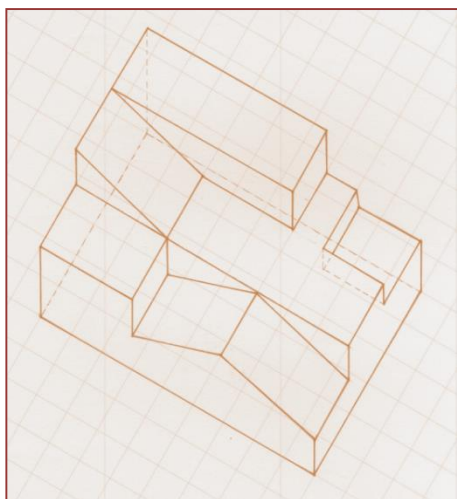


Figura 69: Objeto de tipo lúdico representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

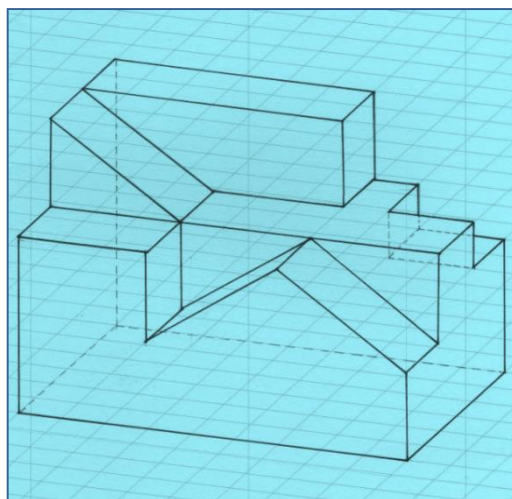


Figura 70: Objeto de tipo lúdico representado em perspectiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 9
Perspetiva trimétrica



Figura 71: "auto-observação da auto-ausência", 2002, José Mário.

9.1. Nota prévia

O estudo desta perspetiva no ensino secundário é feito por métodos puramente geométricos. No nosso estudo é raríssimo usarmos esta perspetiva, mas quando o fazemos aplicamos diretamente os coeficientes de redução convencionados.

9.2. Generalidades. Caraterísticas

A perspetiva trimétrica, axonometria trimétrica, trimetria ou ainda anisometria caracteriza-se pelo facto da amplitude dos três ângulos entre os três eixos coordenados ser diferente, e pelo triângulo fundamental ser escaleno. Sendo os três ângulos diferentes, há também três coeficientes de redução diferentes. Como é facilmente compreensível são muitíssimas as possibilidades de criar perspetivas trimétricas, há teoricamente uma infinidade delas.

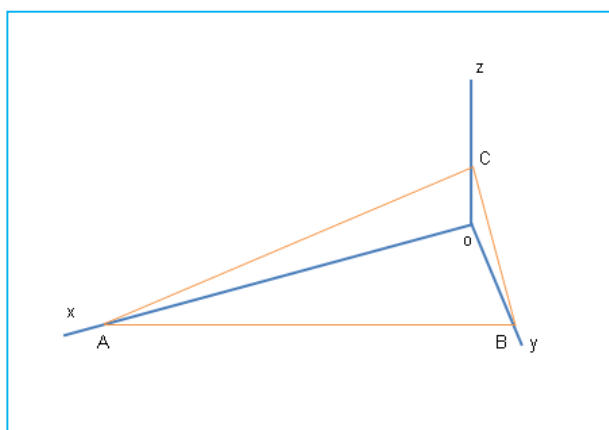


Figura 72: Perspetiva trimétrica: os ângulos entre as projeções dos eixos coordenados são diferentes. O triângulo fundamental é escaleno.

Atendendo a que esta perspetiva não faz parte das nossas práticas comuns, somos normalmente breves aquando da explicação do seu processo de realização, até porque é idêntico ao aplicado nas precedentes perspetivas. Como o processo está entendido, e para não nos repetirmos demasiado, podemos neste caso passar de imediato à sua abordagem prática de uma das trimetrias práticas/normalizadas em tudo semelhante aos outros dois casos anteriormente estudados.

Traçamos a linha de terra e assinalamos a origem dos eixos. No caso específico desta trimetria, para o eixo x marcamos um ângulo de fuga de 5° e para o eixo y um ângulo de 68° . Na representação do objeto, tomam-se as mesmas medidas já observadas para as outras axonometrias. Nesta perspetiva trimétrica normalizada o coeficiente de redução convencionado para o eixo x é 1, para o eixo y é de 0,5 e para o eixo z é de 0,9.

9.3. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspetiva trimétrica

É verdade que no decorrer de todos estes anos já experimentamos fazer alguns exercícios com essas perspetivas, os quais obedecem às caraterísticas anteriormente definidas para toda e qualquer perspetiva cilíndrica. Foram contudo raríssimos, e como tal são atualmente inexistentes quaisquer imagens desses exercícios executadas pelos estudantes.

Lição nº 10
A perspectiva cilíndrica clinogonal



Figura 73: "microjogos-macrocósmicos", 2003, José Mário.

10.1. Nota prévia

Normalmente a grande maioria dos estudantes lembra-se que há dois tipos de perspectiva cilíndrica clinogonal, à qual aprenderam a chamar de perspectiva axonométrica clinogonal ou oblíqua:

- a perspectiva cavaleira e a perspectiva militar ou planométrica.

Uma questão que normalmente os estudantes desconhecem é que estas perspectivas apesar de tratadas como axonometrias, não são no sentido mais restrito do termo, axonometrias verdadeiras. São consideradas axonometrias clinogonais mas no contexto de casos particulares do método axonométrico.

Apesar deste conhecimento ser quase irrelevante se nos cingirmos estritamente ao que à prática de representação diz respeito, certamente ajuda a organizar e a fundamentar os conhecimentos relativos a este tema.

10.2. Generalidades. Características

Estas perspectivas pertencem de facto ao sistema de projeção paralela oblíqua, mas sobre um plano do quadro não-oblínquo. A axonometria é por definição uma projeção ortogonal ou oblíqua sobre um plano oblínquo, o qual intersecta os planos coordenados segundo os três lados de um triângulo chamado triângulo fundamental.

Como no caso destas perspectivas o plano do quadro não intersecta os três planos de projeção, não define os três lados de um triângulo fundamental, e sem triângulo fundamental não há axonometria propriamente dita.

Nos manuais do ensino secundário em Portugal, quer a perspectiva cavaleira quer a perspectiva militar vêm referenciadas como axonometrias clinogonais. Para não nos desviarmos do que já está normalmente aceite, achamos adequado manter essa terminologia.

Quando o plano do quadro não é oblínquo em relação aos eixos coordenados, mas é paralelo ou contém os eixos x e z , e se sobre ele se faz uma projeção oblíqua, obtém-se uma perspectiva cilíndrica à qual se chama perspectiva cavaleira. A perspectiva cavaleira é assim um caso particular, ou dizendo de outro modo, um caso limite de axonometria oblíqua.

Se o plano do quadro for paralelo ou contiver os eixos x e y , e se sobre ele se fizer uma projeção oblíqua, obtém-se uma perspectiva militar ou planométrica. A perspectiva militar, também não é uma verdadeira axonometria, pois o plano do quadro também não é oblínquo, é um plano horizontal. É também entendida como um outro caso particular e limite de axonometria oblíqua.

Há de facto um outro tipo de axonometrias clinogonais ou oblíquas, estas sim, verdadeiras axonometrias, que são projeções oblíquas sobre um plano axonométrico oblínquo. A sua aplicabilidade é no entanto reduzida ou inexistente, e o seu interesse é de carácter puramente teórico. Como tal o seu estudo não será aqui contemplado por não fazer parte dos objetivos gerais e particulares deste projeto.

Lição nº 11
A perspetiva cavaleira

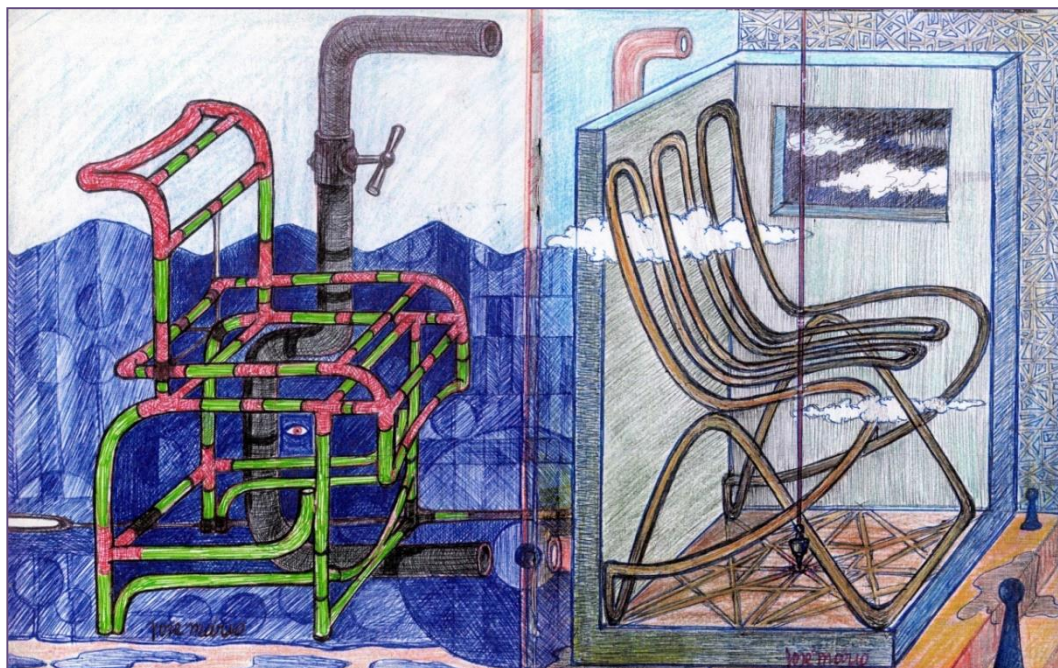


Figura 74: “no exato centro de lado nenhum”, 2003, José Mário.

11.1. Nota prévia

Nos estudos efetuados no ensino secundário os estudantes aprenderam por processos puramente geométricos a transformar uma projeção diédrica ou triédrica em projeção cavaleira, determinar o coeficiente de redução para o eixo y em função dos valores dos ângulos entre os eixos, e da inclinação das retas projetantes em relação ao plano do quadro. São processos diferentes dos usados para as axonometrias ortogonais, porque neste caso só um dos eixos, o eixo y é que sofre uma redução. Nas aulas de geometria e projeção fazemos uma abordagem prática a este conteúdo, estudamos a perspectiva cavaleira normalizada, sem dúvida uma das mais aplicadas nos diversos exercícios previstos.

11.2. Generalidades. Características

Este é certamente um dos tipos de representação mais utilizado. É frequentemente utilizado em manuais de geometria para ilustrar e explicar tridimensionalmente outros tipos de representação.

Não se sabe ao certo qual a origem do nome dado a esta perspectiva. Alguns estudiosos dizem que o nome deste tipo de representação se deve ao facto de ter sido inicialmente utilizada em projeto de fortificações militares, e que era obtido a partir do *cavalier*, um promontório de terra, ou uma plataforma alta de quatro pernas, localizado por trás das fortificações e do qual se poderia ver por cima da linha de defesa, e assim ver as obras dos inimigos antecipando os seus planos ofensivos. A perspectiva cavaleira era portanto a vista que tinham do topo do *cavalier*²⁴. Nessas representações as medidas em profundidade não pareciam sofrer redução (figura 75).

De facto do as representações que fazemos em perspectiva cavaleira podem sugerir que foram obtidas de um ponto alto, e assim, de algum modo parecidas com que as que eram obtidas nas representações obtidas do alto do *cavalier*.

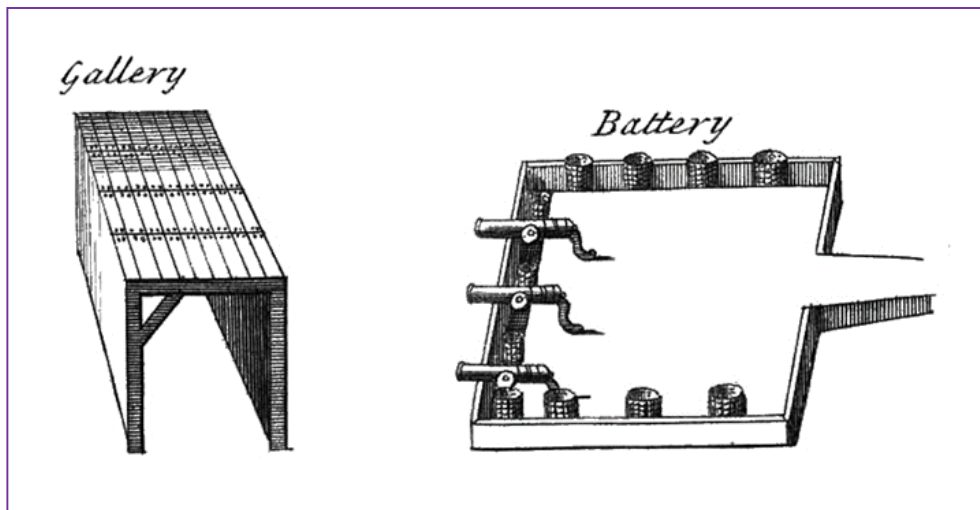


Figura 75: Fortificações em perspectiva cavaleira (cyclopaedia vol1, 1728)²⁵.

Em inglês, por vezes, usam o termo « *high view point* » e em francês « *point de vue de haut* ». Outros estudiosos creem que o nome se relaciona com o tipo de visão que um cavaleiro tem do alto do seu cavalo. Em todos estes casos há sempre um a ideia de que há uma visão de um ponto de vista elevado. Há ainda outros autores que sugerem que o termo cavaleira deriva dos trabalhos do matemático italiano Cavalieri.

²⁴ http://fr.wikipedia.org/wiki/Perspective_cavali%C3%A8re

²⁵ http://en.wikipedia.org/wiki/Oblique_projection

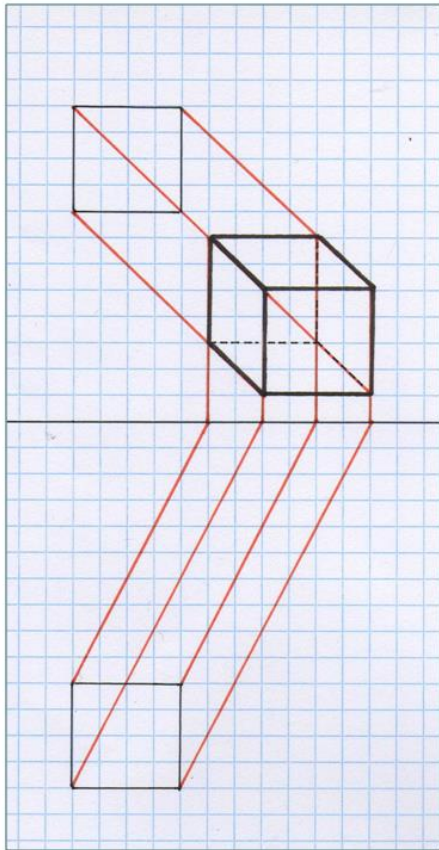


Figura 76: Perspectiva cavaleira de um cubo. A perspectiva cavaleira é uma projeção oblíqua sobre um plano frontal.

A perspectiva cavaleira é um tipo de projeção oblíqua, em que o plano do quadro normalmente contém os eixos z e x . O plano zx é o plano frontal de projeção. Esta condição é importante, e o conhecimento que dela temos é aplicado em muitas circunstâncias específicas já que todas as figuras contidas em planos frontais se projetam em verdadeira grandeza. Este conhecimento aplicado à prática permite-nos decidir como orientar o objeto adequadamente de modo a que formas mais complexas possam ficar frontais e ser por conseguinte representadas tal como são realmente. Desta condição também facilmente deduzimos que afinal, só para a profundidade, isto é, para as medidas paralelas ao eixo y , é que se aplica um coeficiente de redução, o qual não tem um valor fixo.

Sendo a perspectiva cavaleira é uma projeção oblíqua, isso significa que a inclinação das retas projetantes relativamente ao plano do quadro poder variar. Variando a inclinação das projetantes, varia também o valor do coeficiente de redução para o eixo y . Nas axonometrias ortogonais, as retas projetantes fazem sempre 90° com o plano do quadro, o que implica que os coeficientes de redução sejam sempre os mesmos. Nas axonometrias clinogonais, as retas projetantes não sendo ortogonais podem fazer, pelo menos teoricamente, qualquer ângulo, o que implica que o coeficiente de redução possa ter, teoricamente, um valor qualquer. Dizemos teoricamente, pois na prática não são aceitáveis quaisquer valores para a inclinação das projetantes.

Na perspectiva cavaleira a amplitude do ângulo entre o eixo z e o eixo x é de 90° , enquanto a amplitude do ângulo entre o eixo z e o eixo y é arbitrária, mas isto mais uma vez só teoricamente, já que na prática se evitam certas posições extremas (0° ; 90° ; 180° ; 270°) bem como todas as posições que lhes sejam próximas. A posição unanimemente aceite como a mais apropriada para o eixo y é a que corresponde à bissetriz do ângulo formado pelas projeções dos eixos x e z , isto é, 135° . Quando o eixo y está nesta posição média, que é a mais equilibrada de todas, diz-se que se trata de uma perspectiva cavaleira regular. Este é, por essa razão mais estética e por uma outra ligada ao aproveitamento extremamente simples das diagonais de uma malha quadricular, o modelo de perspectiva cavaleira mais utilizado nos nossos estudos.

A partir da observação de desenhos executados fazemos com que os estudantes compreendam que quando os valores dos coeficientes de redução para o eixo y são menores que 1 produzem perspectivas ditas perspectivas usuais.

As perspectivas usuais são as únicas que são por nós utilizadas, pois proporcionam imagens que resultam aceitáveis em termos de proporções, explicando de modo inteligível a realidade do objeto a que se referem. São obtidas quando o ângulo da inclinação das projetantes é superior a 45° , produzindo coeficientes de redução inferiores a 1.

Com um ou dois exercícios os estudantes podem também comprovar, na prática, que quando os valores dos coeficientes de redução são maiores que 1, produzem perspectivas, que pelo seu grau de distorção da realidade do objeto representado, são denominadas perspectivas disformes. Podemos facilmente obter uma perspectiva disforme quando atribuímos à amplitude do ângulo da inclinação das projetantes um valor inferior a 45° , produzindo coeficientes de redução superiores a 1. Nestes casos já nem se pode, por ser perfeitamente inadequado, falar em coeficientes de redução, visto que as medidas são aumentadas para valores superiores às medidas reais.

Como se pode verificar é mais que óbvio que estas perspectivas disformes não podem ser aplicadas quando se pretende representar um objeto de modo a que fiquemos com uma ideia da sua forma real. Em trabalhos de projeto só se devem aplicar as perspectivas usuais. Mas, é possível que, por alguma razão num contexto mais ou menos surrealista, se possa aplicar uma perspectiva disforme, exatamente para exagerar algum aspeto mais bizarro do objeto e desse modo pela sua invulgaridade obter uma atenção especial.

Como o conjunto dos eixos e planos coordenados se projeta obliquamente sobre o plano do quadro, é possível que o eixo y ocupe qualquer posição e que tenha qualquer coeficiente de redução. É por esta enorme versatilidade que a perspectiva cavaleira também pode eventualmente ser chamada de perspectiva livre. Da possibilidade de colocar o eixo y em qualquer posição, resulta que se pode ter a visão que se quiser do objeto projetado. É possível vê-lo de cima, de baixo, da esquerda e da direita, com inúmeras variações. Por permitir um sem número de representações, mas jamais aquilo que realmente se vê, também lhe é dado o nome de perspectiva fantástica.

Os estudantes que desejem aprofundar os seus conhecimentos nesta matéria tem à sua disposição vários livros de estudos mais avançados e muito completos que estão disponíveis na biblioteca da ESAD.

Como já foi dito as possibilidades desta perspectiva são inúmeras, mas nos exercícios por nós resolvidos concentramo-nos unicamente em três modelos de perspectiva cavaleira.

O primeiro dos modelos é a perspectiva cavaleira regular, em que a projeção do eixo z faz um ângulo de 135° com o eixo y , e é comum atribuir-se um coeficiente de redução de 0,5 ou 0,7 para o eixo y . Não é invulgar chamar-lhe perspectiva de gabinete quando a projeção do eixo z faz um ângulo de 135° com o eixo x e o coeficiente de redução é 0,5. Convém notar que é perfeitamente possível atribuir aos coeficientes de redução quaisquer outros valores que oscilem entre 0,3 e 1. É claro que a experiência aconselha a evitar sempre valores extremos, pois quanto mais extremos mais deformadas nos parecem as imagens obtidas.

O segundo modelo é aquele em que a projeção do ângulo formado pelos eixos z e y é de 120° , o que proporciona, para além da sempre dominante vista frontal, uma maior exposição da vista lateral do objeto. Neste caso é comum atribuir-se um coeficiente de redução cujo valor oscila entre 0,7 e 1 para o eixo y , mas é também possível aplicar quaisquer outros valores de 0,3 até 1. Devem contudo evitar-se os valores mais baixos e optar pelos coeficientes de redução mais elevados, para que se tenha a noção de que o lado do objeto está bem visível.

No terceiro modelo a projeção do ângulo formado pelos eixos z e y é de 150° , o que se traduz numa visão frontal e superior do objeto, o que, e apesar da possibilidade de usar qualquer coeficiente de redução, leva, logicamente, a rejeitar os valores mais altos, e a escolher entre 0,3 e 0,5 para dar ideia desse tipo de visionamento.

Quando se resolve esta perspectiva por processos puramente geométricos, para além dos dados relativos aos ângulos das projeções dos eixos, do rebatimento do eixo y para o cálculo do seu coeficiente de redução, e do rebatimento de um dos planos coordenados para representação em verdadeira grandeza de pelo menos uma das vistas, é ainda necessário, pelo facto de se tratar de uma projeção oblíqua, acrescentar ao dado relativo à inclinação das retas projetantes (figura 77).

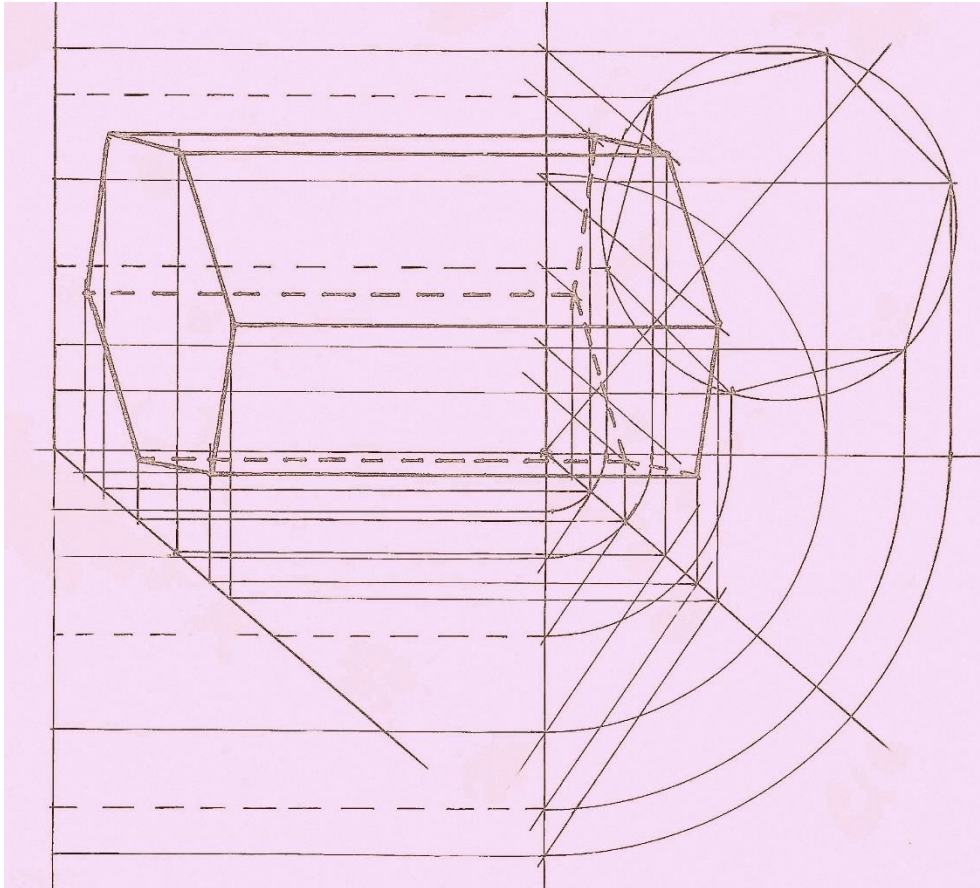


Figura 77: Perspetiva cavaleira de um prisma hexagonal de bases contidas em planos de perfil.

Atendendo à enorme quantidade de traçados que se cruzam e à confusão que daí seguramente advém nunca executamos a perspectiva cavaleira por processos puramente geométricos. Nos nossos exercícios usamos sempre uma perspectiva cavaleira normalizada, seja de que modelo for, portanto em nenhum dos casos será necessário qualquer rebatimento, seja para representar verdadeiras grandezas de faces, seja para determinar o coeficiente de redução para o eixo y em função de uma dada inclinação das projetantes.

11.3. Perspetiva cavaleira prática/perspetiva cavaleira normalizada

Para executarmos uma perspectiva cavaleira normalizada e tal como já foi anteriormente explicado para a perspectiva axonométrica ortogonal normalizada, alteramos o que deveria ser uma representação do 1º ou 2º triedros, para uma do 3º ou 4º triedros. Exemplificamos o processo com a perspectiva cavaleira regular, mas se escolhêssemos qualquer outra os procedimentos a seguir seriam os mesmos.

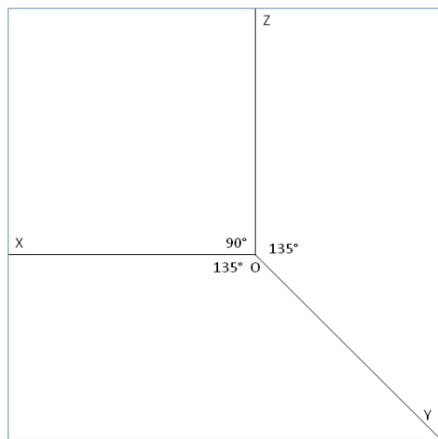


Figura 78: Mudança de triedro, fase 1.

1. Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva cavaleira, começamos por assinalar o ponto de origem. Este é o ponto de interseção dos três eixos coordenados. A partir deste ponto traçamos o eixo z, eixo das cotas ou alturas, na vertical. A partir deste eixo marcamos um ângulo de 90° com abertura à esquerda e traçamos o eixo x, e marcamos um ângulo de 135° de abertura à direita e traçamos o eixo y. Regra geral fazem-se representações no 1º triedro, em que o eixo x fica à esquerda do eixo z, e o eixo y fica à direita (figura 78).

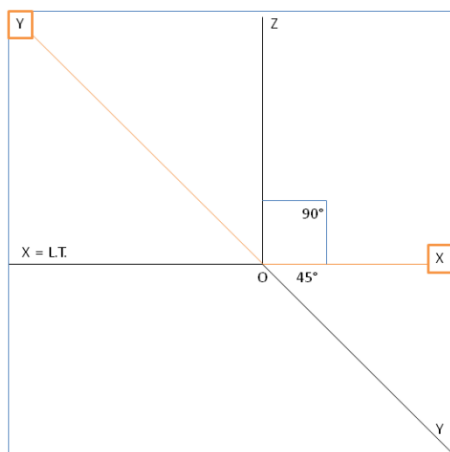


Figura 79: Mudança de triedro, fase 2.

2. Prolongamos os eixos x e y, aqui representados a traço alaranjado e traçamos a linha de terra. No caso da perspectiva cavaleira por nós utilizado, como a linha de terra coincide com o eixo x, o ângulo zox de 90° não se decompõe, também se pode dizer que se decompõe em ângulos de $90^\circ + 0^\circ$. O ângulo zoy de 135° decompõe-se em ângulos de $90^\circ + 45^\circ$ (figura 79).

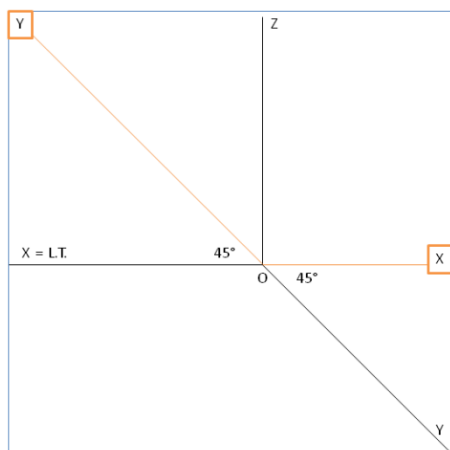


Figura 80: Mudança de triedro, fase 3.

3. Nesta imagem, como se vê, o ângulo formado pelo eixo coordenado y com a linha de terra tem uma amplitude de 45° . O ângulo formado pelo eixo coordenado x com a linha de terra tem uma amplitude de 0° visto serem coincidentes (figura 80).

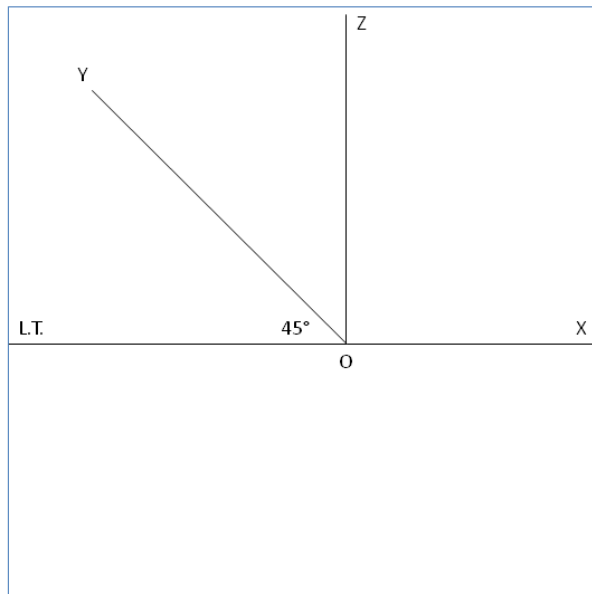


Figura 81: Mudança de triedro, fase 4.

4. Esta é a configuração final dos eixos após a mudança do 1° para o 4° triedro. O eixo y faz um ângulo de fuga de 45° , abertura à esquerda (figura 81).

Podemos também partir de uma configuração dos eixos no 2° triedro, o eixo x fica à esquerda do eixo z, e o eixo y fica à direita. Neste caso, no final do processo de mudança do 2° para o 3° triedro, o eixo y faz um ângulo de fuga de 45° , abertura à direita.

Como em casos anteriores, nas perspectivas cilíndricas ortogonais, já exemplificamos como se opera a mudança de triedro, o seu entendimento vai-se tornando mais fácil para os estudantes, e normalmente quando chegamos a esta perspectiva normalmente não há dúvidas. Com o processo entendido passamos diretamente à abordagem prática da perspectiva cavaleira.



Figura 82: Representação em perspectiva cavaleira normalizada, fase 1.

Primeiro traçamos a linha de terra. No caso da perspectiva cavaleira, como o plano do quadro coincide com o plano coordenado frontal xz, a linha de terra é o próprio eixo x. (figura 82).

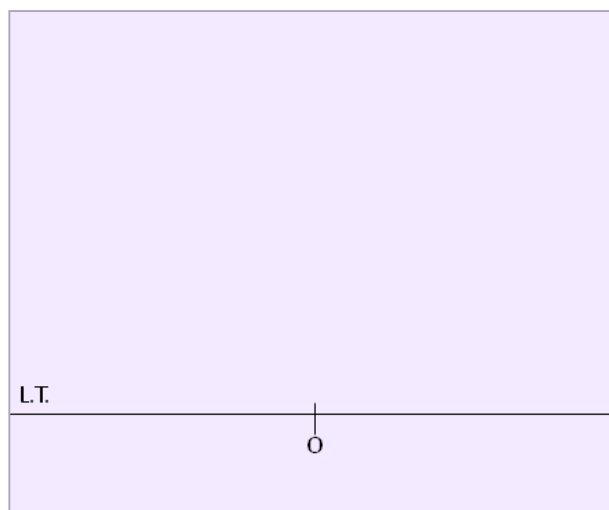


Figura 83: Representação em perspectiva cavaleira normalizada, fase 2.

Na maioria das vezes aconselhamos os estudantes a colocar o ponto de origem sensivelmente a meio do eixo x. Em exercícios que tal não seja a melhor opção damos previamente indicações noutro sentido (figura 83).

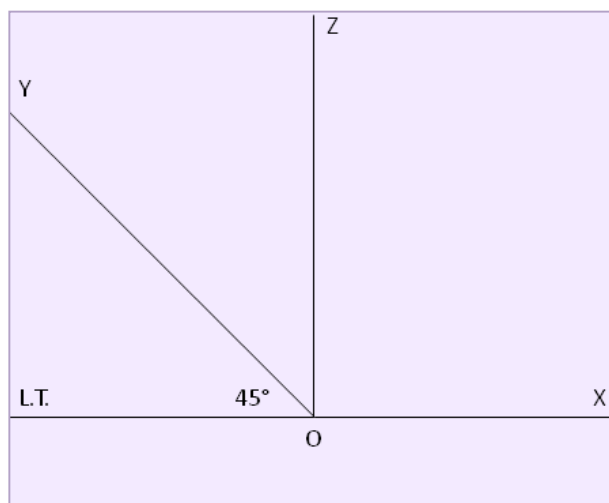


Figura 84: Representação em perspectiva cavaleira normalizada, fase 3.

Seguidamente, se pretendermos realizar uma perspectiva cavaleira regular, a partir do ponto de origem traçamos o eixo y com um ângulo de fuga de 45° , neste caso de abertura à esquerda (figura 84).

Na representação do objeto, mais uma vez se repetem aquelas regras básicas para que a perspectiva resultante seja a mais eficiente. Escolher-se a posição dos eixos que seja mais favorável. A abertura pode ser à esquerda ou à direita conforme a vista esquerda ou vista direita possam ser de maior interesse descritivo. Na prática, não se colocam as letras identificadoras dos eixos coordenados.

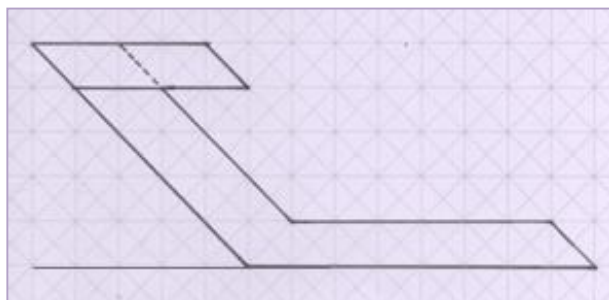


Figura 85: Representação em perspectiva cavaleira normalizada, fase 4.

Escolhida a posição já sabemos qual o ponto da planta que deve ocupar o ponto de origem e definem-se os limites da planta (figura 85).

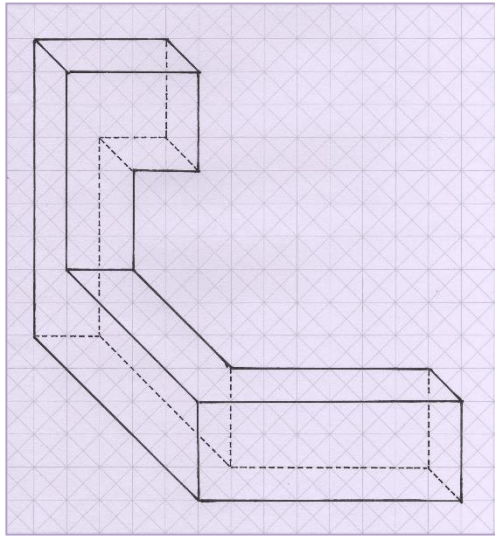


Figura 86: Representação em perspectiva cavaleira normalizada, fase 5.

O exercício prossegue com o levantamento do objeto. Quanto aos objetos que têm arestas oblíquas em relação aos eixos ou de linhas curvas, os estudantes já sabem, da aprendizagem que tiveram em relação a outras perspectivas cilíndricas, que têm que recorrer a uma grelha. Sempre que possível deve optar-se por colocar as formas curvas ou irregulares em posição frontal visto que na perspectiva cavaleira qualquer forma que pertença a planos frontais é representada em verdadeira grandeza (figura 86).

11.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva cavaleira

Série 5: reconhecimento, leitura e cópia de desenhos em perspectiva cavaleira

Fase 1: observar várias representações em perspectiva cilíndrica, e reconhecer aquelas que estão realizadas em perspectiva cavaleira, pela amplitude dos ângulos de fuga dos seus eixos x e y. Fase 2: copiar unicamente aquelas que estão representadas em perspectiva cavaleira.

Abaixo seguem alguns exemplos de desenhos/resolução executados pelos estudantes (figuras 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94).

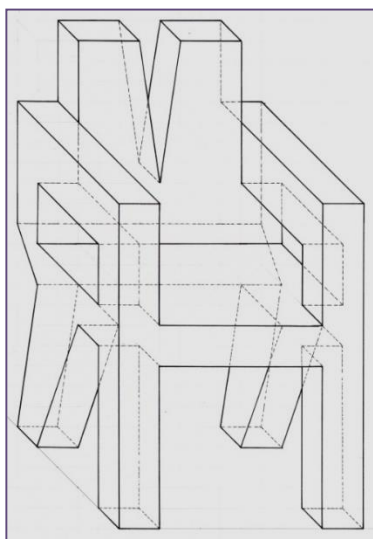


Figura 87: Cadeira.

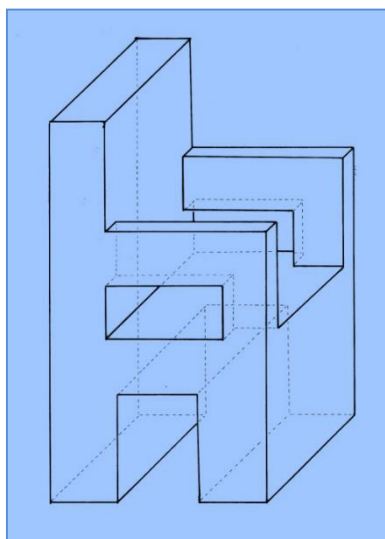


Figura 88: Cadeira.

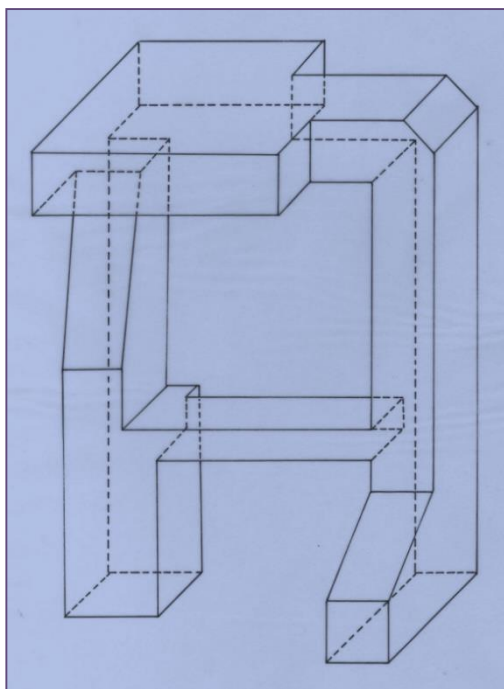


Figura 89: Mesa.

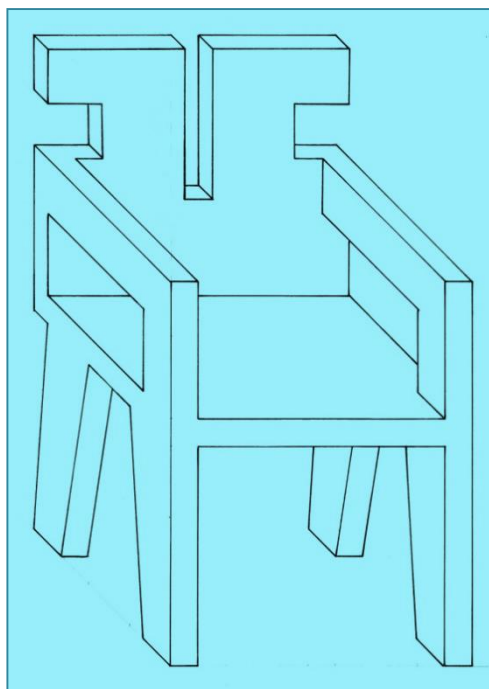


Figura 90: Cadeira.

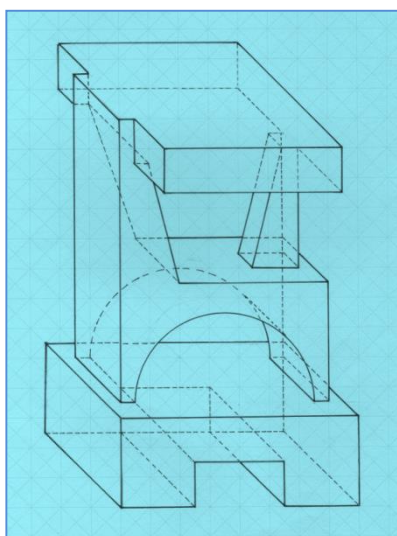


Figura 91: Mesa.

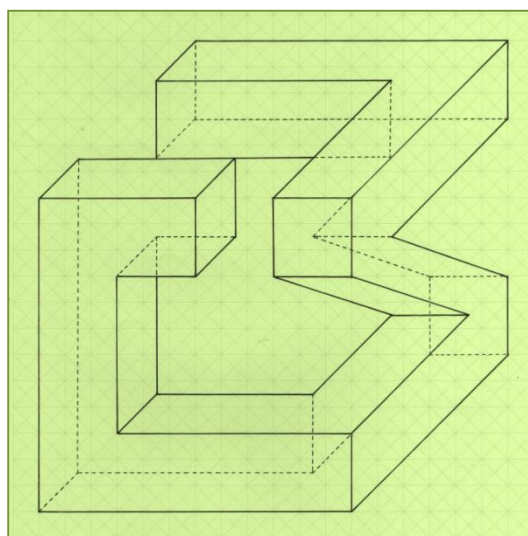


Figura 92: Objeto lúdico.

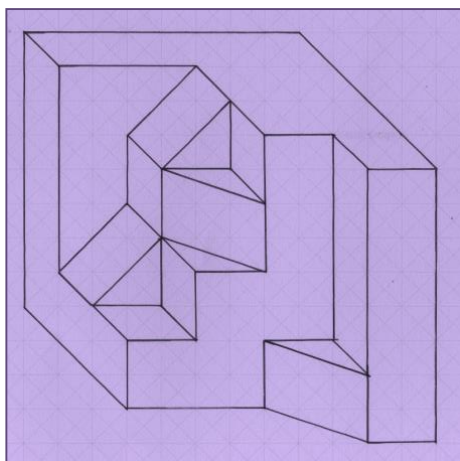


Figura 93: Objeto lúdico.

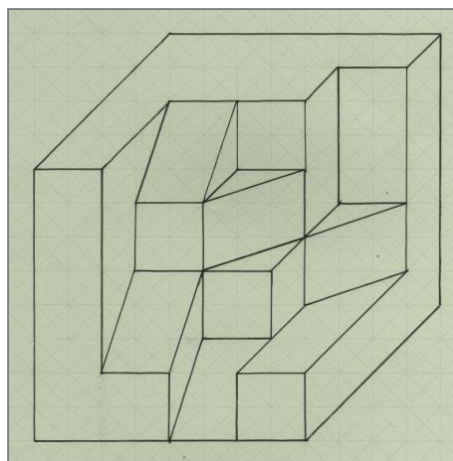


Figura 94: Objeto lúdico.

Série 6: execução de desenhos em perspectiva cavaleira

Representar em perspectiva cavaleira objetos dados numa outra perspectiva cilíndrica não identificada. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 95).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva cavaleira esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

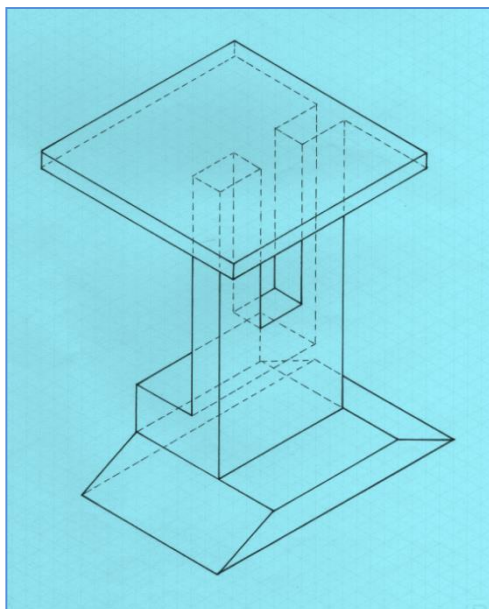


Figura 95: Objeto de tipo comum representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

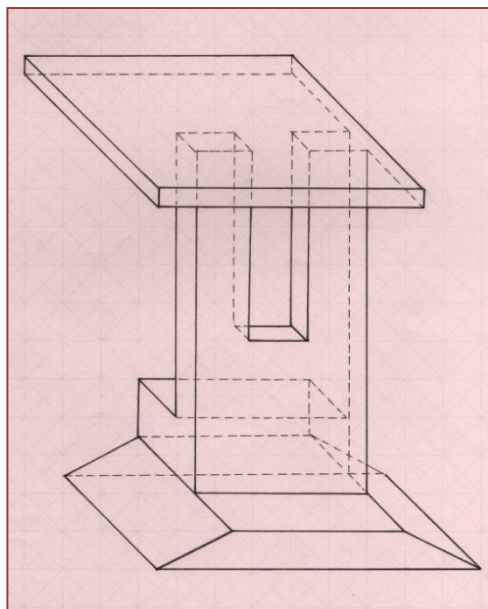


Figura 96: Objeto de tipo comum representado em perspectiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica. (figura 97).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva cavaleira esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

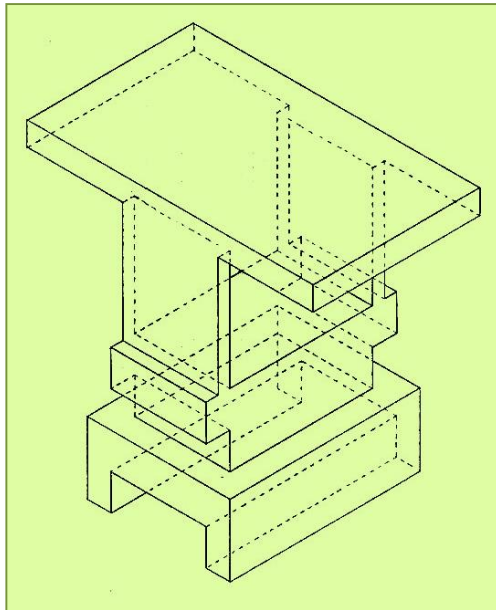


Figura 97: Objeto de tipo comum representado numa perspetiva não identificada no enunciado.

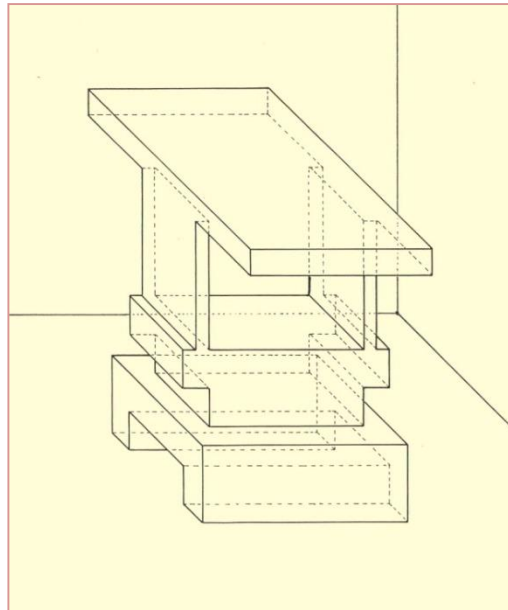


Figura 98: Objeto de tipo comum representado em perspetiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 12
Perspetiva militar

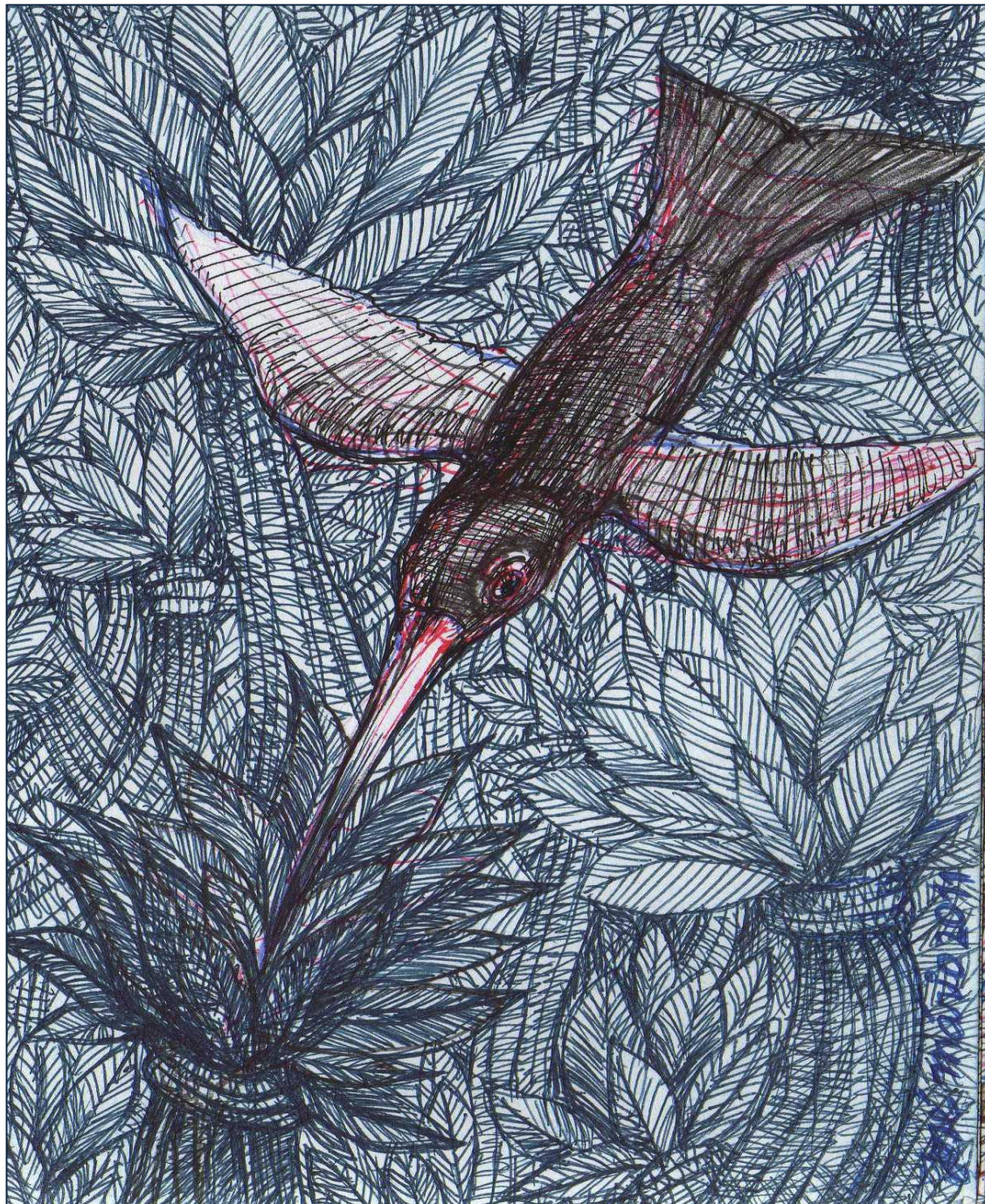


Figura 99: "flight by night", 2011, José Mário

12.1. Nota prévia

No ensino secundário, ao executar a perspectiva militar segundo um método puramente geométrico que transforma uma projeção diédrica ou triédrica em projeção militar, o coeficiente de redução para o eixo z é calculado através de um rebatimento do mesmo, tendo em conta a inclinação das retas projetantes. A nossa abordagem a este conteúdo é de carácter prático, o coeficiente de redução para o eixo z é predefinido segundo o objetivo pretendido.

12.2. Generalidades. Caraterísticas

A perspectiva militar ou perspectiva planométrica é uma projeção oblíqua sobre um plano do quadro que é paralelo ao plano horizontal ou contém mesmo os próprios eixos x e y, isto é, o próprio plano horizontal de projeção. Como resultado, a projeção do ângulo entre os eixos x e y tem uma amplitude de 90° , o que implica que qualquer figura horizontal se projete em verdadeira grandeza. A redução, se a houver, é aplicada às medidas paralelas ao eixo vertical z. Pelo facto de esta perspectiva ser uma projeção oblíqua, essa redução é variável.

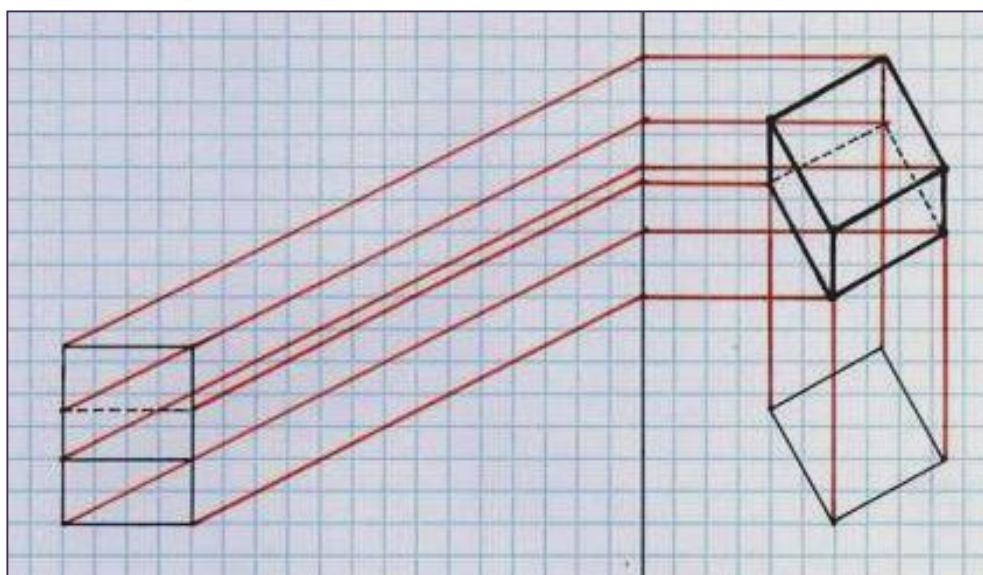


Figura 100: Perspectiva militar de um cubo - a perspectiva militar é uma projeção oblíqua sobre um plano horizontal.

Como a imagem é representada sobre um plano horizontal, e há uma redução na altura do objeto representado, pode criar-se uma certa ilusão de que se está a observar de uma posição elevada. Quanto maior a redução para o eixo z, maior a sensação de se observar de um ponto de vista elevado, daí também o nome de “voo de pássaro” ou “olho de pássaro”, como se da visão de um pássaro, voando sobre o objeto, se tratasse.

O ângulo entre a projeção dos eixos x e y é obrigatoriamente de 90° , mas os ângulos entre os eixos z e x, e z e y podem ter, teoricamente, qualquer amplitude. Apesar de poderem ter teoricamente quaisquer amplitudes, o mais apropriado é serem utilizados aqueles valores mais comuns e equilibrados. Já durante o ensino secundário, os valores mais escolhidos para esses ângulos costumam ser de $120^\circ/150^\circ$, ou de $135^\circ/135^\circ$. Como esta perspectiva não é uma projeção ortogonal, as projetantes só não podem fazer um ângulo de 90° com o plano do quadro, nem 0° como é óbvio.

Ao variar o ângulo das projetantes, varia de igual modo o coeficiente de redução para o eixo z, eixo não paralelo ao plano do quadro. Também neste caso, pelo facto de estarmos a lidar com uma projeção oblíqua, teoricamente, os coeficientes de redução poderiam ser quaisquer uns, dependendo isso da inclinação das projetantes.

Nos exercícios previstos no programa da unidade curricular temos aplicado sempre e unicamente os valores de 120° para zox e 150° para zoy . A razão de ser desta nossa

opção prende-se, em primeiro lugar, com o facto de os ângulos de determinado tipo de esquadros ter exatamente as amplitudes certas para esta perspetiva, e em segundo lugar por associar de imediato o nome da perspetiva ao valor dos ângulos tornando desnecessário referi-los e por último por serem também esses os valores mais comumente aplicados nos exercícios do ensino secundário.

Acontece que, como já mencionamos, no ensino secundário esta perspetiva é resolvida por processos puramente geométricos, e como tal é necessário o rebatimento do eixo z para se poder calcular o seu coeficiente de redução, e o rebatimento de um dos planos coordenados para que se possa representar em verdadeira grandeza uma das vistas e ainda acrescentar o valor da inclinação das retas projetantes (figura 101).

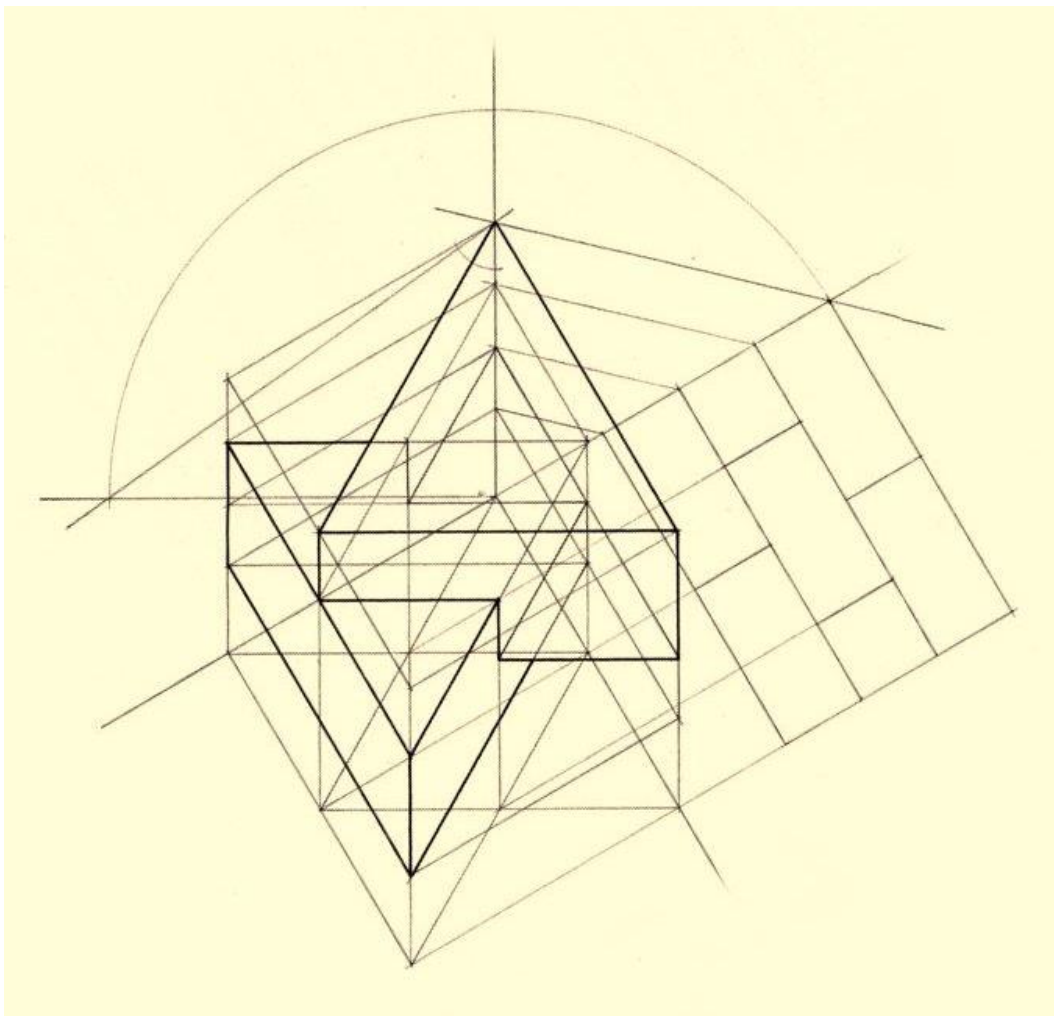


Figura 101: Perspetiva militar de um objeto resultante da interseção de dois prismas triangulares.

Devido ao excessivo número de traçados necessários à construção e à inevitável ocorrência de linhas que se intersejam e sobrepõem criando situações indesejadas nunca executamos a perspetiva militar por processos puramente geométricos. Nas aulas de geometria todos os exercícios são resolvidos em perspetiva militar normalizada, sem quaisquer rebatimentos, nem para representar verdadeiras grandezas nem para determinar o coeficiente de redução para o eixo z . Os coeficientes de redução são atribuídos à partida em função do tipo de imagem pretendido.

Temos executado exercícios em que o coeficiente de redução para o eixo z oscila entre 0,3 e 1. A opção do valor a atribuir tem a ver com o tipo de imagem pretendida. Se o objetivo é mostrar o objeto mais frontalmente, escolhemos valores elevados, de 0,7 a 1. Se pelo contrário pretendemos mostrar o objeto como se fosse visto de uma posição mais elevada, então optamos por valores mais baixos, de 0,3 a 0,6. Quanto mais baixo o valor, mais se dá a entender que é de uma posição elevada que se observa o objeto.

Também nesta perspectiva, o valor máximo aceitável do coeficiente de redução sem deformar a realidade do objeto representado é 1. Por outro lado 0,3 é o mínimo, caso contrário, devido à extrema redução das medidas, torna-se quase impossível qualquer representação e leitura. Na maioria dos nossos exercícios temos aplicado um coeficiente de redução de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$.

Na representação da perspectiva militar normalizada também passamos do 1º ou 2º triedros, para o 3º ou 4º triedros. O processo é idêntico aos anteriormente explicados.

12.3. Perspetiva militar prática/perspetiva militar normalizada

1. Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva militar começamos por assinalar o ponto de origem. A partir da origem traçamos o eixo z, e a partir deste eixo marcamos um ângulo de 120° com abertura à esquerda e traçamos o eixo x, e marcamos um ângulo de 150° de abertura à direita e traçamos o eixo y.²⁶ Regra geral fazem-se representações no 1º triedro, em que o eixo x fica à esquerda do eixo z, e o eixo y fica à direita (figura 102).

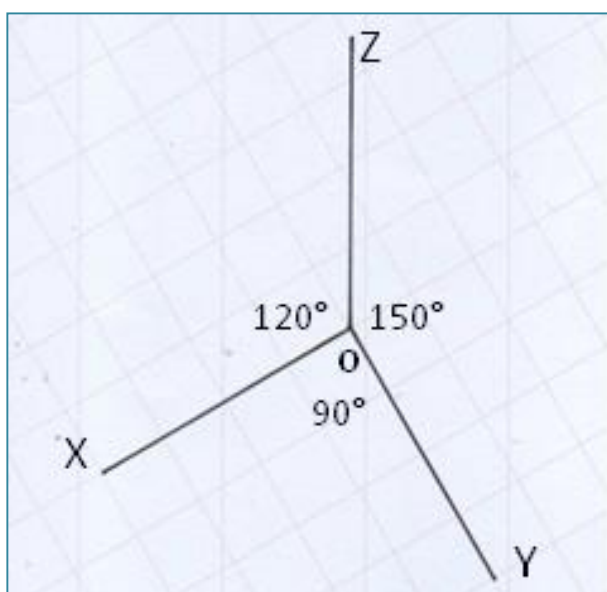


Figura 102: Mudança de triedro, fase 1.

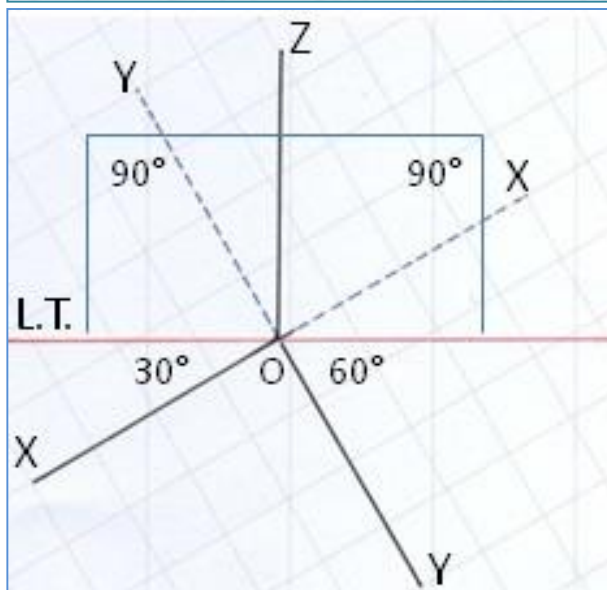


Figura 103: Mudança de triedro, fase 2.

²⁶ Nos nossos exercícios os valores dos ângulos ZOx e ZOY têm sido sempre estes. Quando aplicamos o outro conjunto de valores mais comuns, 135° para ambos os ângulos, passamos a chamar-lhe perspectiva isocavaleira e estudamo-la aparte.

2. Prolongamos os eixos x e y, aqui representados a traço interrompido e traçamos a linha de terra a passar pelo ponto de origem. Decompomos o ângulo zox de 120° em ângulos de $90^\circ + 30^\circ$, e decompomos o ângulo zoy de 150° em ângulos de $90^\circ + 60^\circ$ (figura 103).

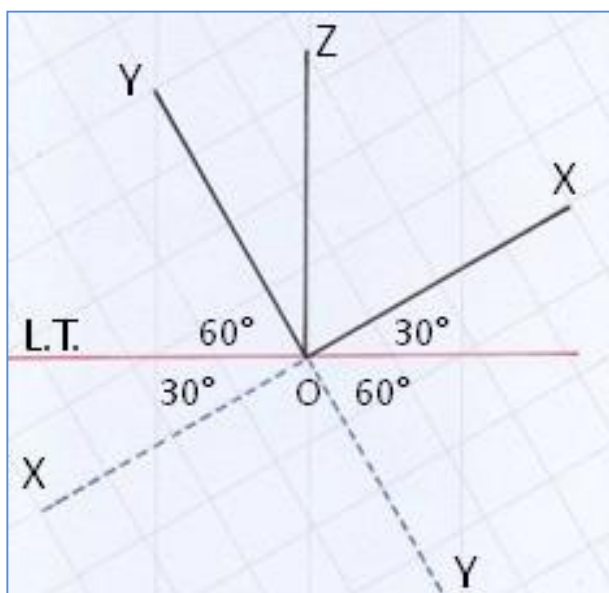


Figura 104: Mudança de triedro, fase 3.

C. Nesta imagem, como se vê, o ângulo formado pelo eixo coordenado x com a linha de terra tem uma amplitude de 30° . O ângulo formado pelo eixo coordenado y com a linha de terra tem uma amplitude de 60° (figura 104).

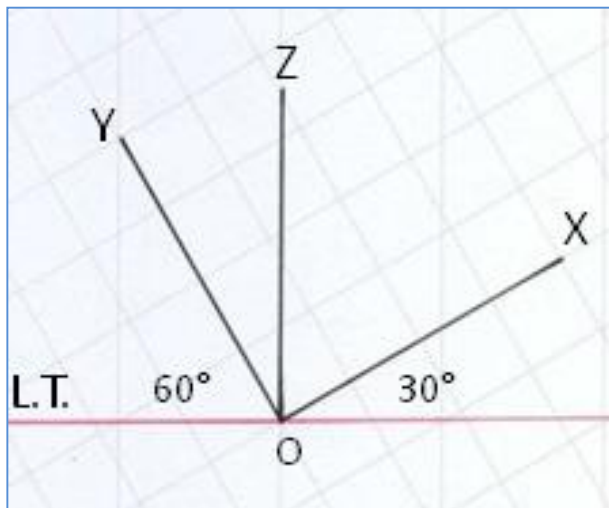


Figura 105: Mudança de triedro, fase 4.

4. Esta é, como facilmente se entende, a configuração final dos eixos após a mudança para o 4º triedro (figura 105).

No caso de se iniciar o processo a partir de uma representação do 2º triedro.

O eixo x faz um ângulo de 120° com o eixo z, abertura à direita.

O eixo y faz um ângulo de 150° com o eixo z abertura à esquerda.

O processo é exatamente o mesmo excetuando o sentido da abertura dos ângulos zox e zoy que neste caso se invertem.

A abordagem prática da perspectiva militar é semelhante aos casos anteriormente estudados.

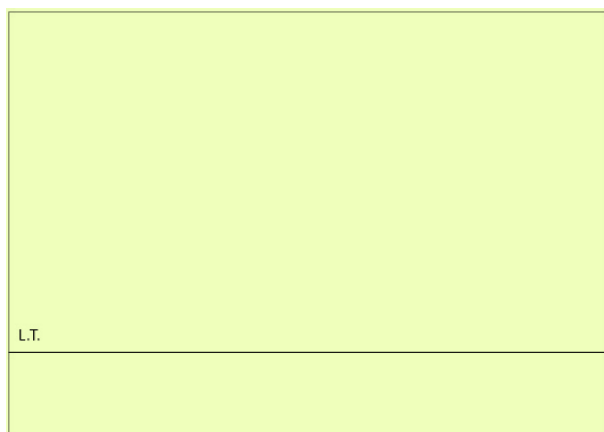


Figura 106: Representação em perspectiva militar normalizada, fase 1.

1. Primeiro traçamos a linha de terra (figura 106).

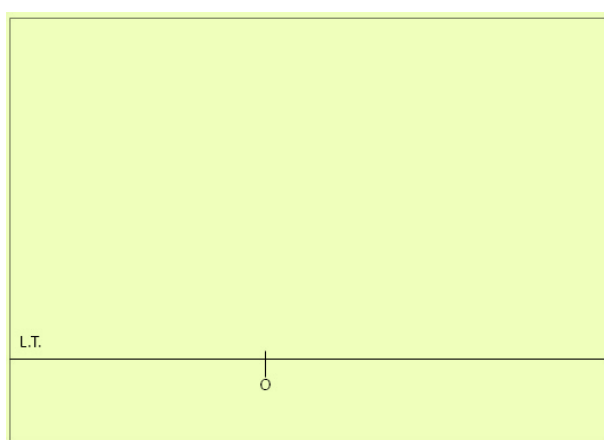


Figura 107: Representação em perspectiva militar normalizada, fase 2.

2. Assinalamos o ponto de origem (figura 107).

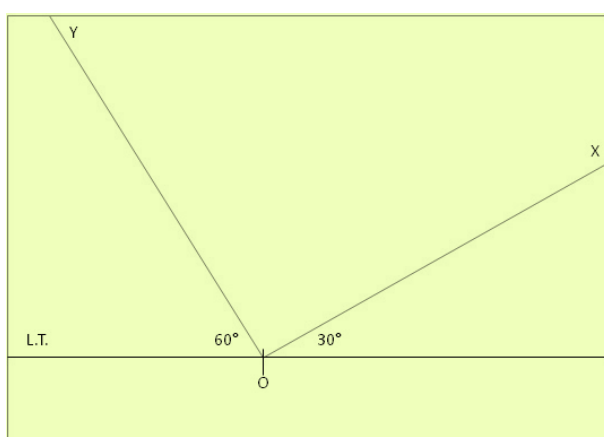


Figura 108: Representação em perspectiva militar normalizada, fase 3.

3. Representamos o eixo x a fazer um ângulo de fuga de 30° com a linha de terra, e o eixo y a fazer um ângulo de fuga de 60° .

Pode-se, mas não é necessário representar o eixo z.

É indiferente que as suas aberturas sejam à esquerda ou à direita. Tudo depende da vista lateral que se pretende mostrar (figura 108).

Quanto à representação do objeto, procedemos segundo o que anteriormente já foi dito para as outras axonometrias.

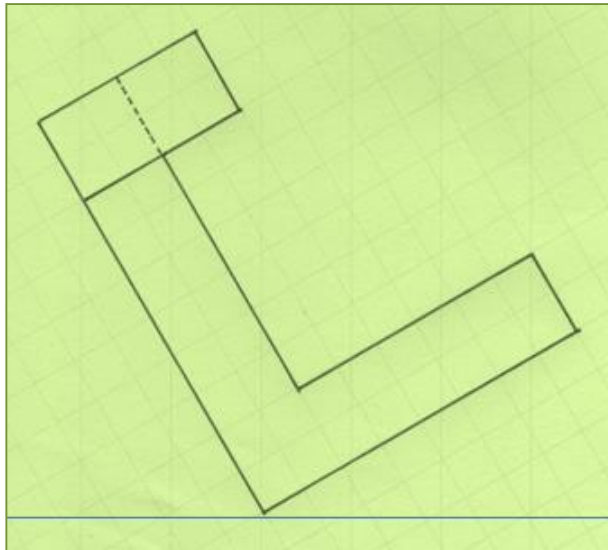


Figura 109: Representação em perspectiva militar normalizada, fase 4.

4. Representamos a planta do objeto. Na prática não é usual colocar letras a indicar a linha de terra e os eixos coordenados (figura 109).

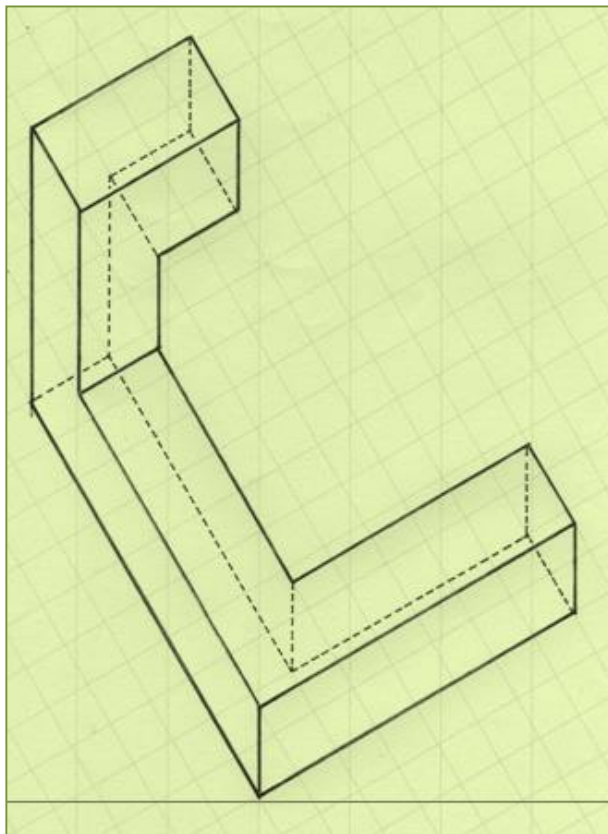


Figura 110: Representação em perspectiva militar normalizada, fase 5.

5. A partir da planta faz-se o levantamento do objeto (figura 110).

12.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva militar

Série 7: reconhecimento, leitura e cópia de desenhos em perspectiva militar

Fase 1: observar várias representações em perspectiva cilíndrica, e reconhecer aquelas que estão realizadas em perspectiva militar, pela amplitude dos ângulos de fuga dos seus eixos x e y .

Fase 2: copiar unicamente aquelas que estão representadas em perspectiva militar.

Abaixo seguem alguns exemplos de desenhos/resolução executados pelos estudantes (figuras 111, 112, 113, 114).

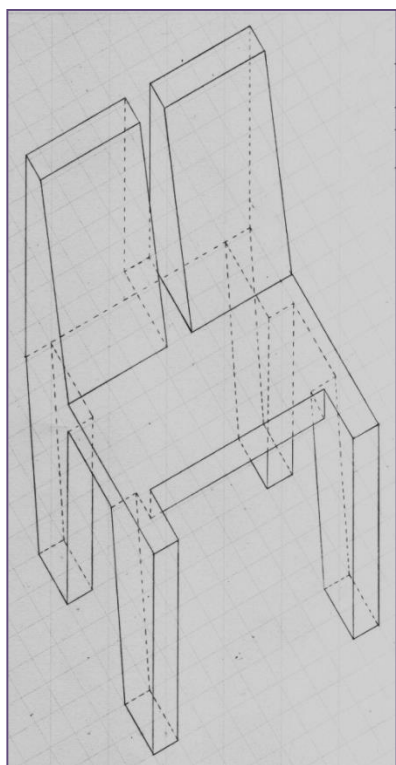


Figura 111: Cadeira.

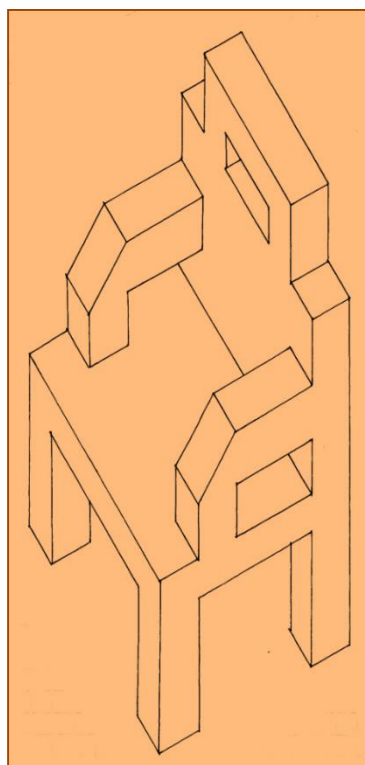


Figura 112: Cadeira.

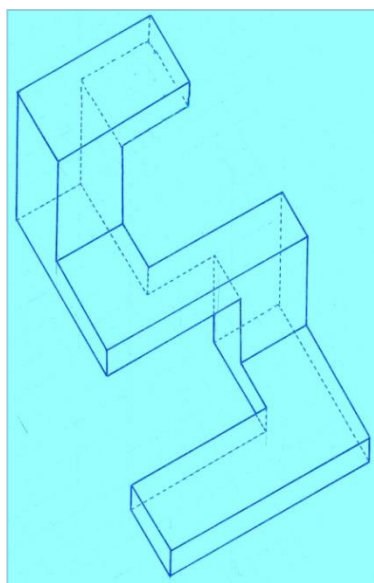


Figura 113: Objeto lúdico.

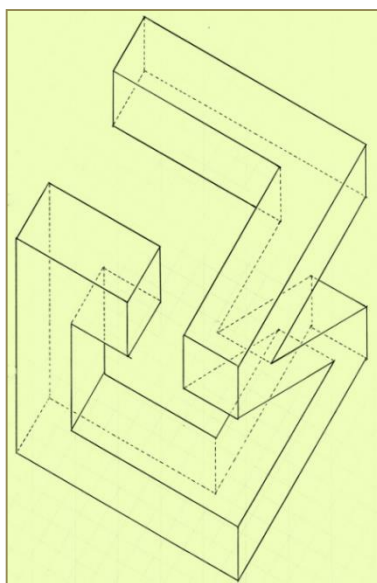


Figura 114: Objeto lúdico.

Série 8: execução de desenhos em perspectiva militar

Representar em perspectiva militar objetos dados numa outra perspectiva cilíndrica não identificada.

Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 106).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva militar esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

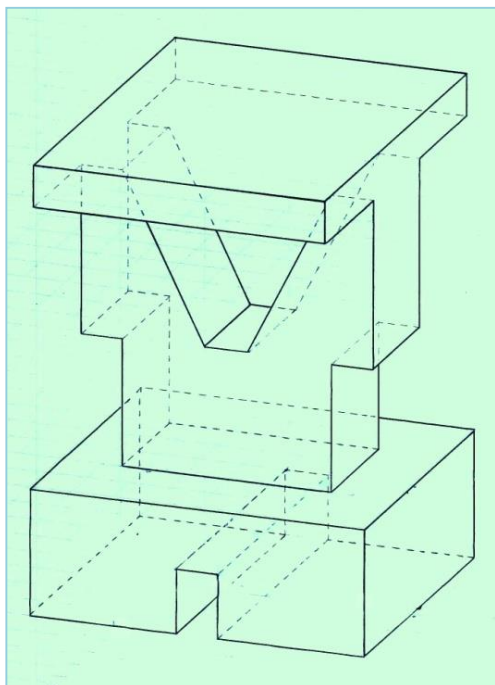


Figura 115: Objeto de tipo comum representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

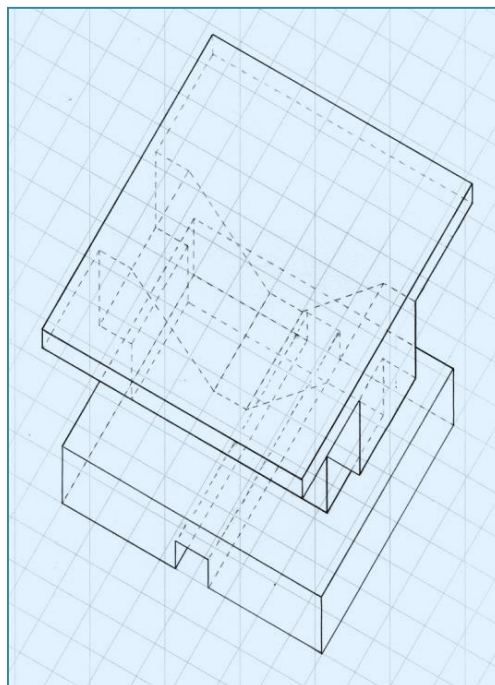


Figura 116: Objeto de tipo comum representado em perspectiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica (figura 108).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva militar esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

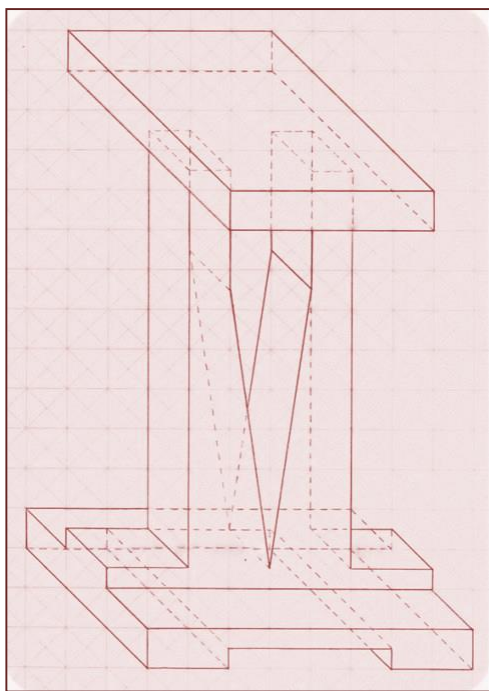


Figura 117: Objeto de tipo comum representado numa perspectiva não identificada no enunciado.

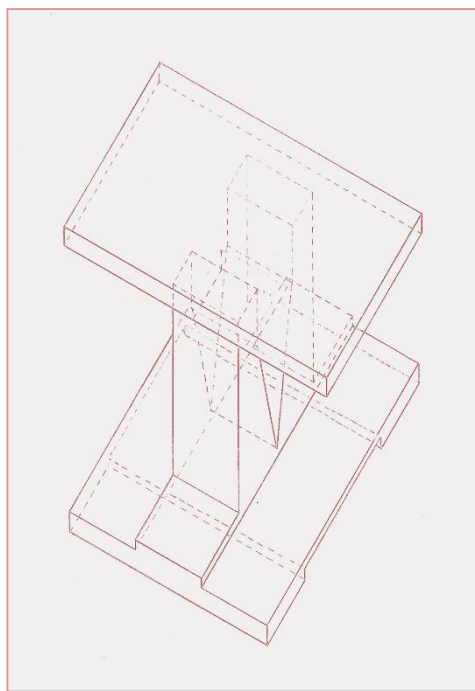


Figura 118: Objeto de tipo comum representado em perspectiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 13
Perspetiva isocavaleira



Figura 119: "s", 2006, José Mário.

13.1. Nota prévia

No ensino secundário os estudantes aprenderam que há dois tipos de axonometrias clinogonais: a perspectiva cavaleira e a perspectiva militar. Apesar de estas duas perspectivas cilíndricas serem casos únicos de axonometrias clinogonais, para efeitos de ordem prática, quando numa perspectiva militar a amplitude dos ângulos zox e zoy é de 135° chamamos-lhe perspectiva isocavaleira. Executar uma perspectiva isocavaleira é, por conseguinte, o mesmo que executar uma perspectiva militar.

13.2. Generalidades. Caraterísticas

Resumidamente uma perspectiva isocavaleira é como um caso particular de perspectiva militar em que a amplitude dos ângulos entre o eixo z e o eixo x , e entre o eixo z e o eixo y são iguais a 135° . É só uma denominação com o objetivo prático de nos enviar diretamente para uma representação militar cujos ângulos de fuga têm amplitudes iguais.

Sendo uma perspectiva planométrica, quando resolvida por processos puramente geométricos, faz-se o rebatimento do eixo z para se determinar o seu coeficiente de redução, e o rebatimento de um dos planos coordenados para se representar em verdadeira grandeza uma das suas vistas. É também necessário conhecer o valor da inclinação das retas projetantes (figura 120).

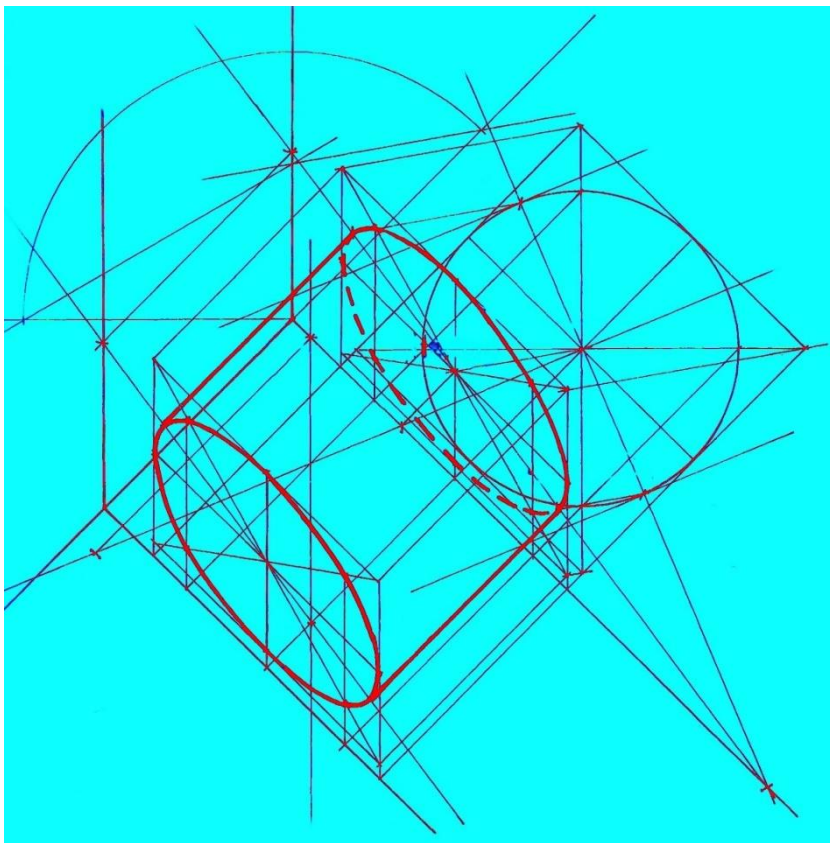


Figura 120: Perspetiva isocavaleira de um cilindro.

13.3. Perspetiva isocavaleira prática/perspetiva isocavaleira normalizada

Na nossa prática representativa mudamos para o 3° ou 4° triedros e aplicamos um coeficiente de redução para o eixo z tal como para a perspectiva militar. O processo é o habitual.

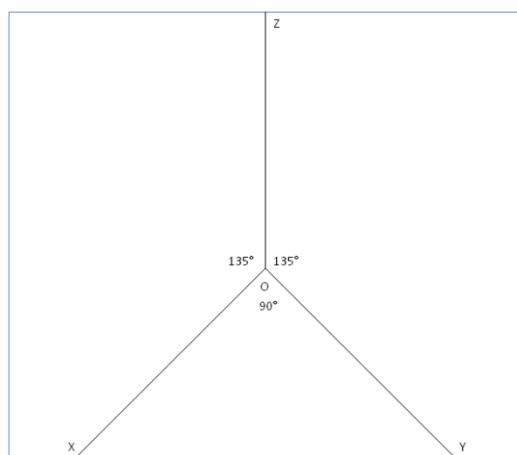


Figura 121: Mudança de triedro, fase 1.

A. Segundo os processos de execução puramente geométricos de uma perspectiva isocavaleira, começamos por assinalar o ponto de origem. A partir do ponto de origem traçamos o eixo z, e a partir deste eixo marcamos um ângulo de 135° com abertura à esquerda e traçamos o eixo x, e marcamos um ângulo de 135° de abertura à direita e traçamos o eixo y. Regra geral fazem-se representações no 1º triedro, em que o eixo x fica à esquerda do eixo z, e o eixo y fica à direita (figura 121).

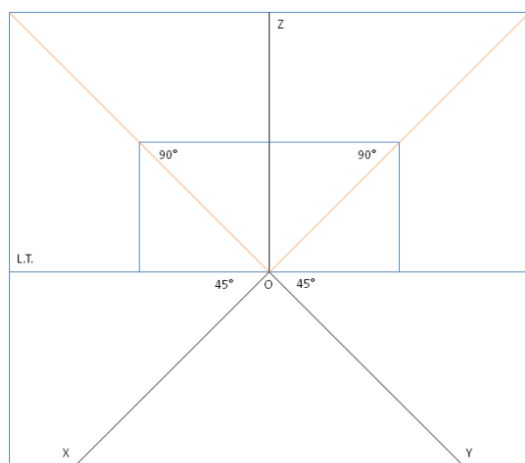


Figura 122. Mudança de triedro, fase 2.

B. Prolongamos os eixos x e y, aqui representados a traço alaranjado e traçamos a linha de terra a passar pelo ponto de origem. Decompomos os ângulo zox e zoy de 135° em ângulos de $90^\circ + 45^\circ$ (figura 122).

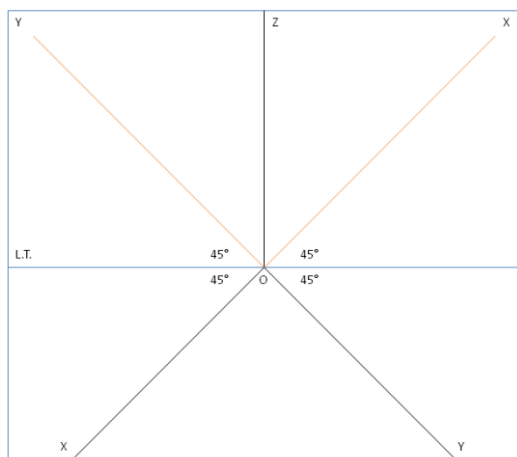


Figura 123: Mudança de triedro, fase 3.

C. Nesta imagem, como se vê, os ângulos formados pelos eixos coordenados x e y com a linha de terra têm uma amplitude de 45° (figura 123).

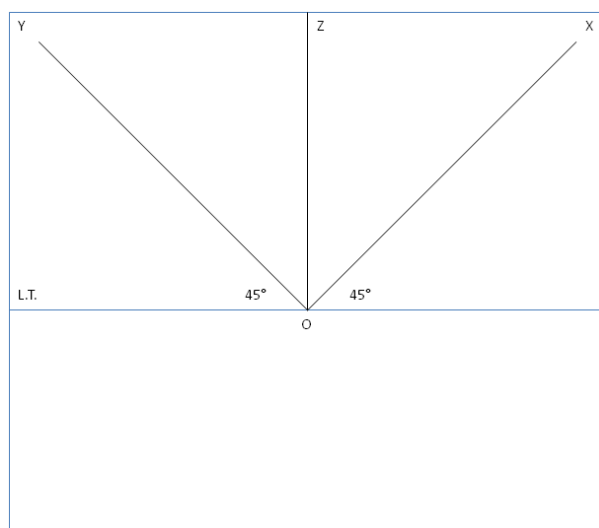


Figura 124: Mudança de triedro, fase 4.

D. Esta é, como facilmente se entende, a configuração final dos eixos após a mudança para o 4º triedro (figura 124).

Na prática da perspectiva isocavaleira o processo é idêntico aos casos das outras perspectivas cilíndricas.



Figura 125: Representação em perspectiva isocavaleira normalizada, fase 1.

1. Traça-se a linha de terra (figura 125).

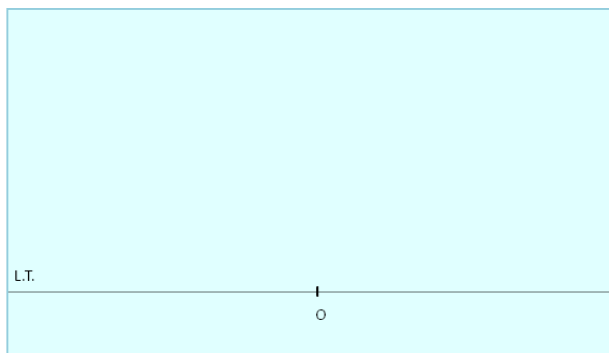


Figura 126: Representação em perspectiva isocavaleira normalizada, fase 2.

2. Assinala-se o ponto de origem (figura 126).

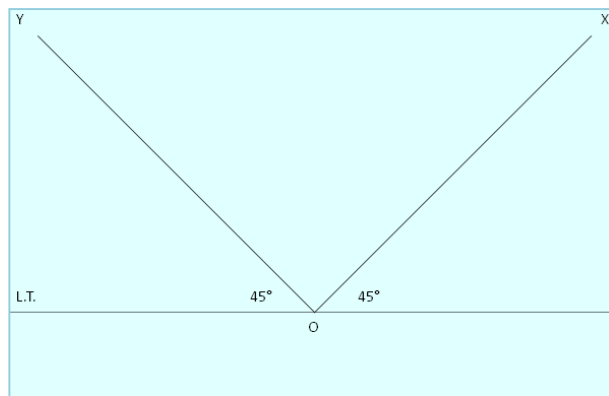


Figura 127: Representação em perspectiva isocavaleira normalizada, fase 3.

3. Finalmente, representam-se os eixos x e y com ângulos de fuga de 45° com a linha de terra. O eixo z pode ser representado, mas não é necessário porque sabemos ser sempre vertical (figura 127).

É indiferente que as suas aberturas sejam à esquerda ou à direita. Tudo depende da vista lateral que se pretende mostrar. Quando se inicia o processo a partir de uma representação do 2º triedro inverte-se a posição dos eixos.

Quanto à representação do objeto, também se procede segundo o que anteriormente já foi dito para as outras axonometrias.

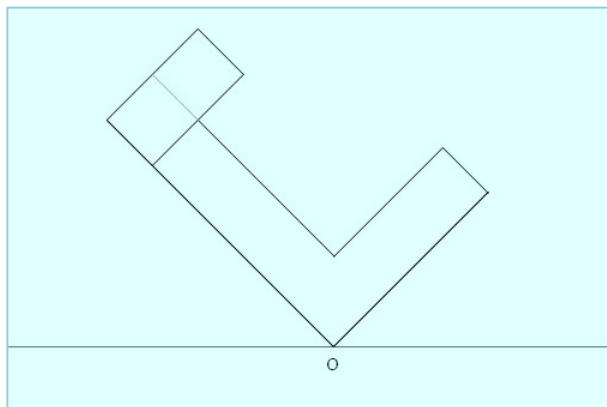


Figura 128: Representação em perspectiva isocavaleira normalizada, fase 4.

4. Representamos a planta do objeto.

Na prática não é usual colocar letras a indicar a linha de terra e os eixos coordenados (figura 128).

5. A partir da planta faz-se o levantamento do objeto (figura 129).

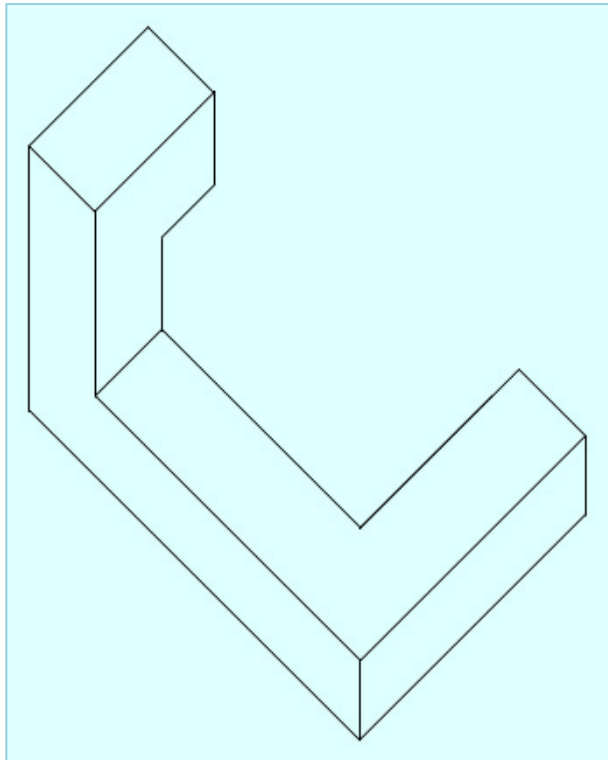


Figura 129: Representação em perspectiva isocavaleira normalizada, fase 5.

13.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva isocavaleira

Série 9 reconhecimento, leitura e cópia de desenhos em perspectiva isocavaleira

Fase 1: observar várias representações em perspectiva cilíndrica, e reconhecer aquelas que estão realizadas em perspectiva isocavaleira pela amplitude dos ângulos de fuga dos seus eixos x e y.

Fase 2: copiar unicamente aquelas que estão representadas em perspectiva cavaleira.

Abaixo seguem alguns exemplos de desenhos/resposta executados pelos estudantes (figuras 130, 131, 132, 133, 134).

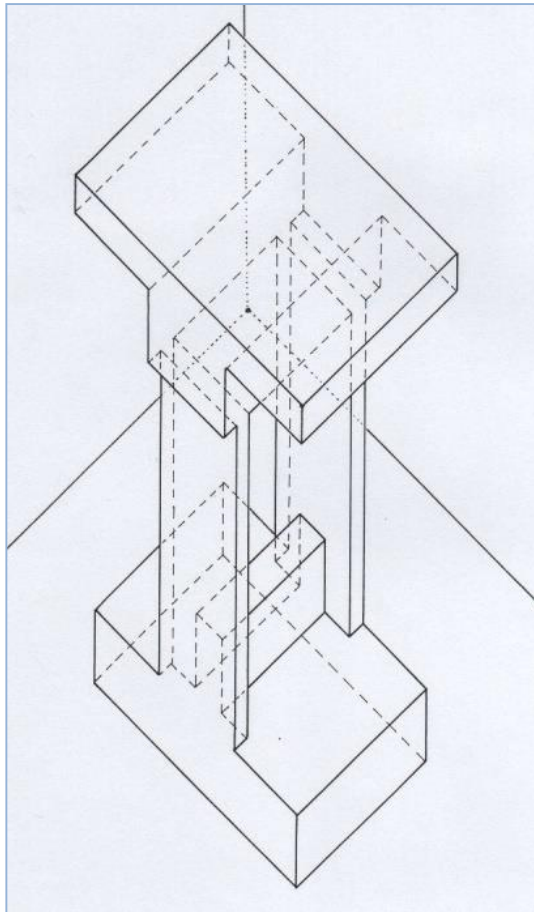


Figura 130: Mesa.

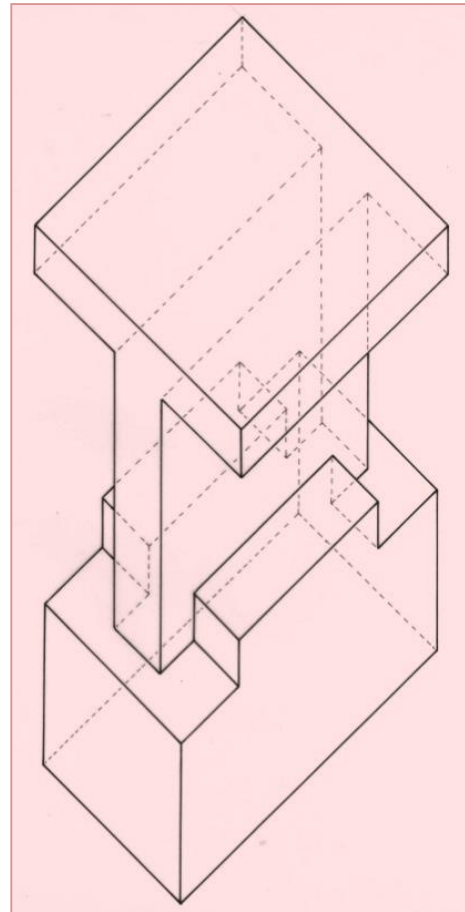


Figura 131: Mesa.

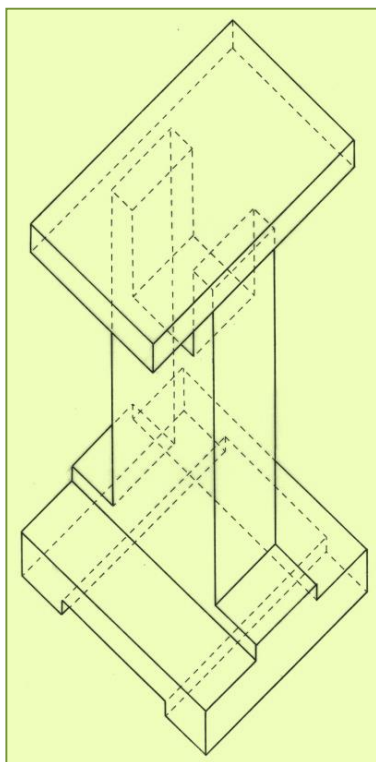


Figura 132: Mesa.

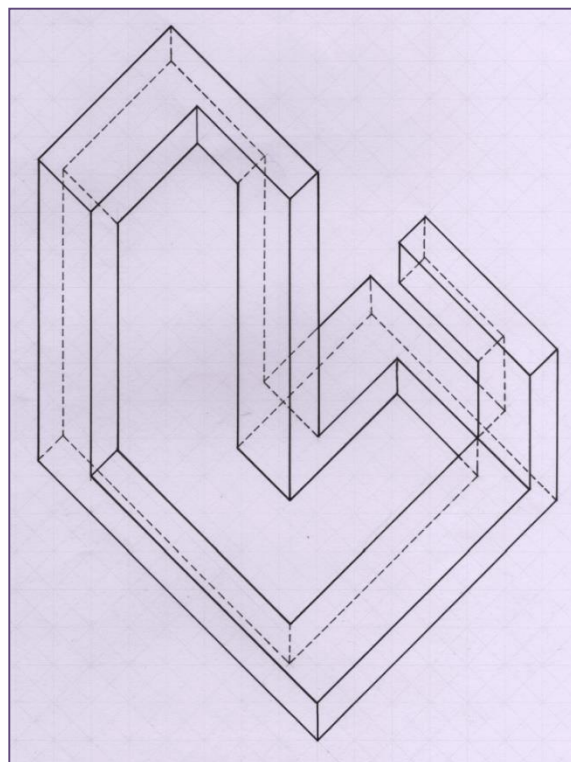


Figura 133: Objeto lúdico.

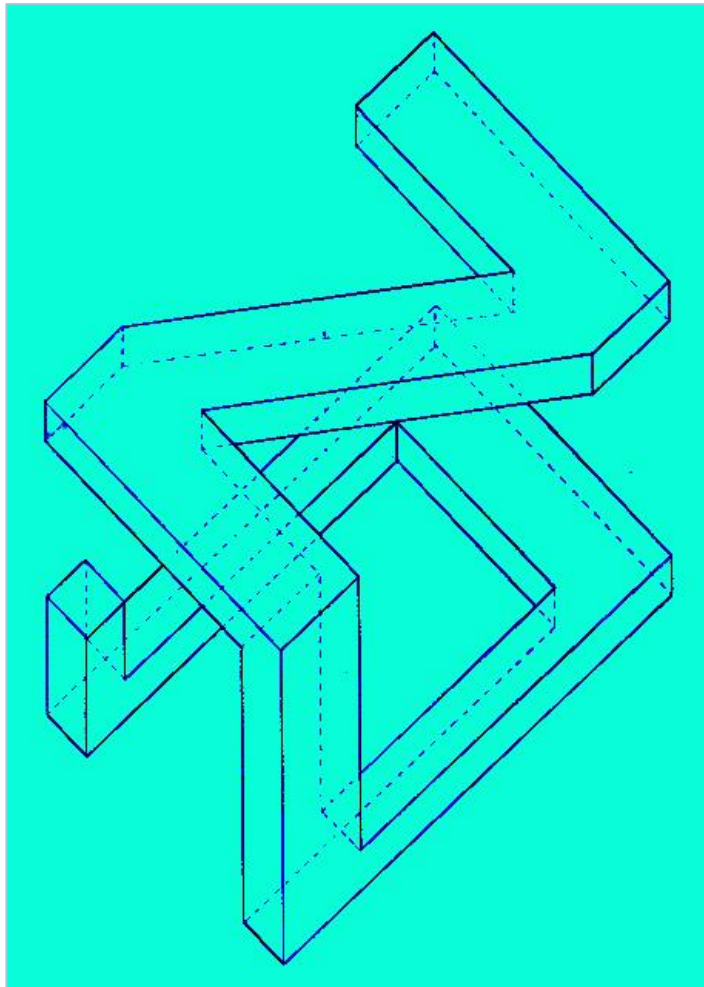


Figura 134: Objeto lúdico.

Série 10: execução de desenhos em perspectiva isocavaleira

Representar em perspectiva isocavaleira objetos dados numa outra perspectiva cilíndrica não identificada.

Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto representado numa das variantes de perspectiva cilíndrica. (figuras 125).

Nota: no enunciado dado aos estudantes o objeto está devidamente cotado.

Objetivo:

Representar em perspectiva isocavaleira esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Não são pedidas as arestas invisíveis

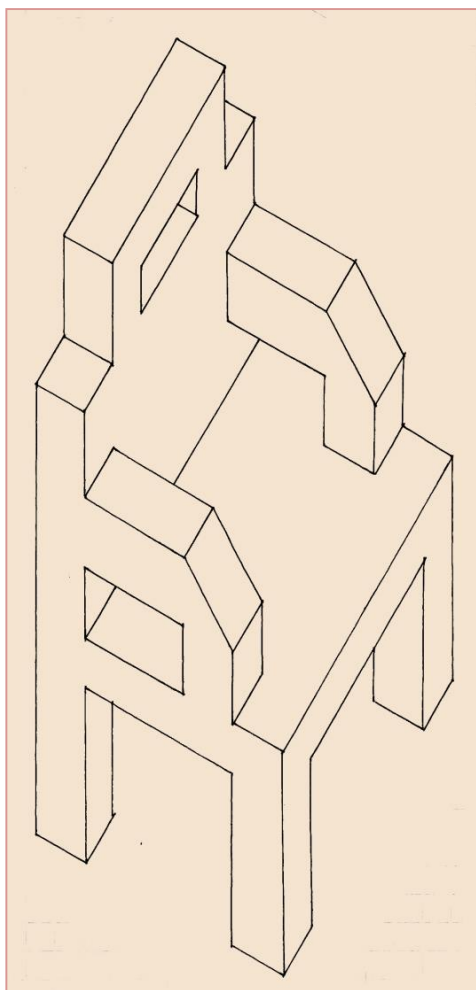


Figura 135: Objeto de tipo comum representado numa perspectiva não identificada.

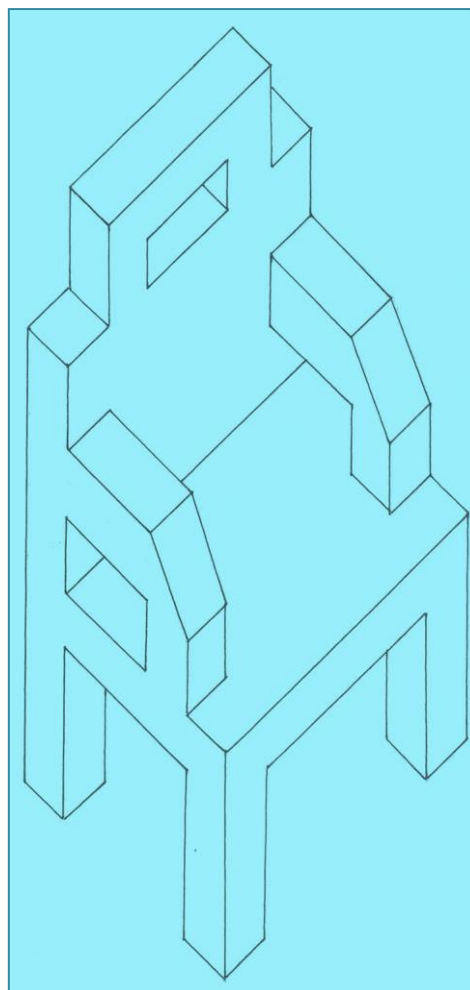


Figura 136: Objeto de tipo comum representado em perspectiva isocavaleira (resolução apresentada por um estudante).

13.5. Nota de final de capítulo

Conforme vamos lecionando as diferentes perspectivas os estudantes vão memorizando as suas configurações, vão tendo uma ideia cada vez mais aproximada do valor dos seus ângulos baseada unicamente na observação, por isso normalmente no fim destes estudos, quando fazemos exercícios de revisão geral, e damos uma imagem em perspectiva não identificada, os estudantes já sabem de que perspectiva se trata.

Da observação que temos feito, quando mostramos um conjunto de cinco imagens do objeto que nos serviu para exemplificar os processos de transformação do 1º para o 3º triedro, e pedimos aos estudantes que comparem as suas características formais para as legendarem, os resultados obtidos são francamente positivos.

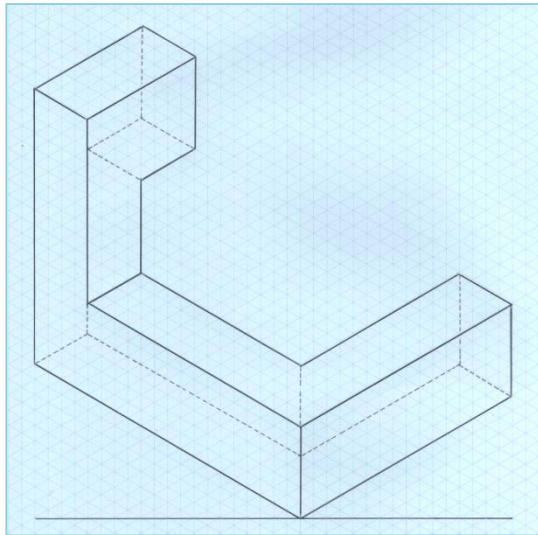


Figura 137: Perspetiva isométrica.

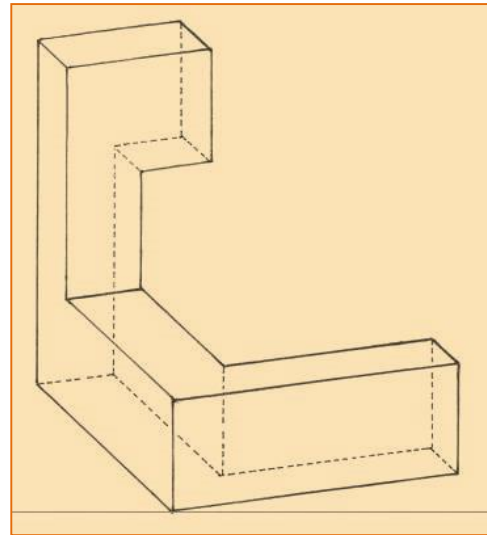


Figura 138: Perspetiva dimétrica.

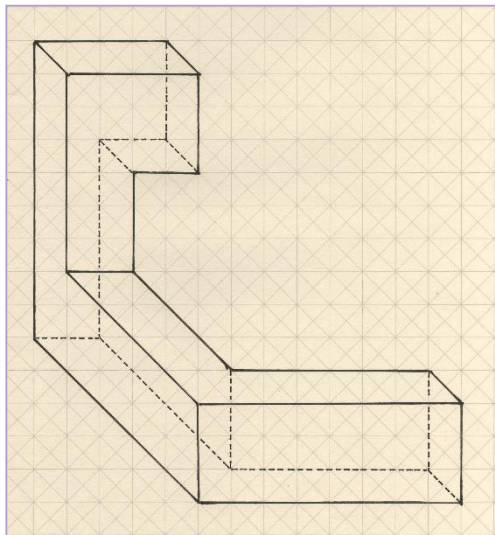


Figura 139: Perspetiva cavaleira.

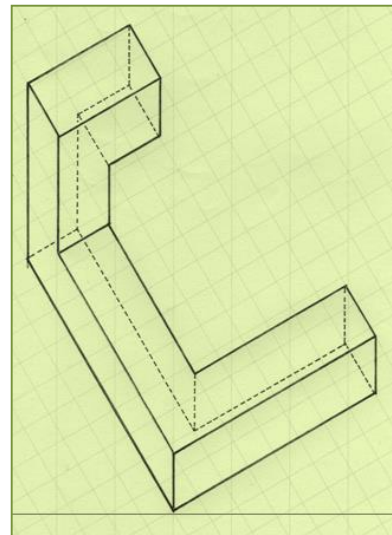


Figura 140: Perspetiva militar.

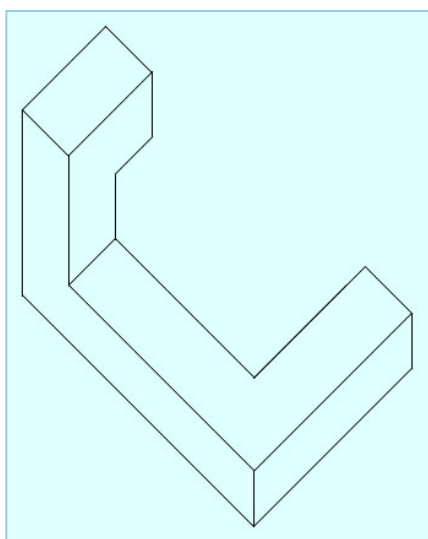


Figura 141: Perspetiva isocavaleira.

Chegados ao fim deste capítulo esperamos sempre, como resultado da aprendizagem da perspetiva cilíndrica, que todos os estudantes sejam capazes de as reconhecer e de as identificar a todas, que conheçam as suas diferentes características. Esperamos que

também sejam capazes de interpretar corretamente as imagens, de compreender processos de representação e de saber pô-los em prática. Que verifiquem que os desenhos dão uma ideia bastante aproximada da tridimensionalidade do objeto representado, permitindo um fácil acesso às suas medidas reais, e que a partir daí compreendam ainda as suas vantagens, desvantagens se as houver e possíveis aplicações.

Analisando os resultados obtidos ao longo destes anos podemos afirmar que a maioria dos estudantes consegue reconhecer, distinguir, compreender e realizar imagens em perspectiva cilíndrica, e até mesmo decidir e escolher qual delas melhor se adequa à concretização de uma proposta específica.

Capítulo 3

A projeção ortográfica



Figura 142: “o estranho visionário”, 2001, José Mário.

Lição nº 14
Métodos de representação por vistas



Figura 143: "universo pluridiverso", 2004, José Mário.

14.1. Nota prévia

Segundo os atuais programas, o primeiro contacto que os estudantes têm com a representação de objetos através das suas vistas acontece no 9º ano, ainda que a um nível muito elementar. É no ensino secundário, no 10º e 11º anos, que estudam o método diédrico ou dupla projeção ortogonal, o qual, tal como o próprio nome sugere, permite a representação de objetos por duas das suas projeções ou vistas.

Como sabemos, nesses estudos, os objetos que servem de modelo são sempre cubos, paralelepípedos, prismas, pirâmides, cones cilindros e esferas, e há vários tipos de exercícios que são executados com estes sólidos, nalguns deles o objetivo é representá-los assentes em qualquer tipo de plano.

Nos nossos estudos não costumamos usar esse tipo de sólidos, salvo alguma exceção em que é preciso desmontar uma dada figura para que seja explicada detalhadamente. Os nossos modelos são, tal como para os exercícios em perspetiva cilíndrica, outro tipo de objetos. Por norma, e já que os objetivos são outros, esses objetos estão sempre assentes no plano horizontal.

14.2. Generalidades. Caraterísticas

Toda a representação por vistas é feita segundo as regras do sistema de projeção cilíndrica ortogonal. Por essa razão estes métodos são normalmente denominados por métodos de projeção ortográfica ou métodos de projeção ortogonal. A principal característica dos métodos de representação por vistas, ou melhor dizendo, a característica que de imediato a todos nós sobressai, e que de algum modo cria à partida uma certa perplexidade, é a de ser um tipo de representação absolutamente convencional.

De facto ninguém vê um objeto do modo como está representado. As imagens obtidas com estes métodos não nos dão uma noção imediata da tridimensionalidade do objeto, pois não se tratam de imagens únicas e globais, mas sim um conjunto de várias imagens parciais. Por esta razão, a compreensão do objeto resulta não de um processo direto, puramente visual e intuitivo, mas sim de um processo indireto, intelectualizado, de manipulação racional de dados objetivos. Alguns dos estudantes revelam sérias dificuldades em processar este tipo de informação e por conseguinte em chegar ao entendimento da imagem.

São métodos que podemos chamar de analíticos, no sentido em que se parte da análise de uma série de imagens múltiplas e parciais, de caraterísticas bidimensionais, e de cuja conjugação resulta o entendimento posterior da tridimensionalidade do objeto representado. Estas imagens parciais são denominadas vulgarmente por vistas, e o seu número varia conforme o método em questão. As vistas correspondem a projeções ortogonais sobre os vários planos de projeção que são definidos pelos eixos coordenados x e z . Conforme o método assim também teremos uma, duas, três ou seis vistas.

Alguns estudantes desconhecem o termo vista. Isto deve-se ao facto de no ensino secundário o termo usado é quase exclusivamente projeção ortogonal. Mas este é um daqueles conhecimentos que se adquire imediatamente e não volta a ser esquecido.

Nestes métodos o ponto do qual se observa, isto é, o ponto de vista ou observador, normalmente denominado por centro de projeção, encontra-se a uma distância infinita, e como tal, é não-real. Não é representável mas simplesmente imaginável. Por essa razão os raios visuais ou retas projetantes, não podem partir de um ponto específico, comportam-se como um feixe cilíndrico, mantêm-se paralelos entre si, e paralelos a uma dada direção. Diz-se portanto que estes métodos pertencem aos sistemas de projeção cilíndrica ou paralela.

Para a exposição do tema métodos de representação por vistas decidimos organizá-los em dois grupos:

- os métodos fundamentais de projeção ortogonal;
- os métodos de múltipla projeção ortogonal.

14.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos nos métodos de representação por vistas

Nas aulas dedicadas ao estudo dos processos de leitura, interpretação e execução de desenhos nos diversos métodos de representação por vistas costumamos seguir uma certa ordem. Inicialmente, explicamos pela primeira vez para alguns estudantes e relembramos para a maioria dos outros, as características que permitem fazer a distinção entre os diferentes métodos. Como facilmente todos ficam de imediato a saber, essas diferenças são mínimas, resumem-se ao número de vistas e à posição que ocupam relativamente umas às outras.

Pretendemos que, no final dos estudos relativos a este tema, perante diferentes representações, sejam os estudantes capazes de reconhecer qual o método de projeção ortogonal por vistas que têm diante de si. Normalmente esta é uma tarefa simples para a grande maioria, pois em exercícios específicos revelam que compreendem que determinado objeto está, por exemplo, representado em método europeu ou do 1º diedro porque cumpre com as regras desse tipo de representação. Após o reconhecimento do método, a meta seguinte é a do entendimento das implicações que essas diferenças possam ter quanto à leitura, interpretação e execução de imagens.

Da experiência que temos, do que temos observado, os exercícios de leitura, interpretação e compreensão de imagens executadas segundo as normas da projeção ortogonal por vistas, nem sempre é fácil e em casos particulares os exercícios parecem ganhar uma dimensão imprevista assumindo-se como verdadeiros quebra-cabeças, pois alguns dos nossos estudantes não conseguem fazer uma mínima ideia da tridimensionalidade do objeto representado. Esta situação é para nós compreensível porque eles não estão normalmente treinados para resolver este tipo de problemas que impliquem compreender um dado objeto, isto é, a sua totalidade, a partir de um conjunto de imagens parciais. Sabemos portanto que esta é sem dúvida uma das fases mais complexas de toda a aprendizagem.

Os exercícios tipificados do programa do ensino secundário acabam por dar maior importância à memorização/mecanização de processos de resolução de problemas, por sinal bastante complexos na sua abstração, do que ao exercício específico de visualização de objetos.

Chama-se visualização ao processo mental de criar uma imagem tridimensional de um dado objeto. Neste caso o processo consiste em criar essa imagem a partir da leitura e interpretação de uma imagem de carácter bidimensional. No fundo trata-se de uma tradução num outro tipo de imagem que, apesar de convencional, é de certo modo parecido com a percepção visual que temos da volumetria desse objeto. O exercício de visualizar é pois um processo de tornar visível, entendível. A resolução destes exercícios depende da capacidade que cada um tem, ou aprende e desenvolve, de “sobrevoar” o objeto mentalmente, de conjugar as vistas dadas e daí compreender a, ou, em problemas específicos, as possibilidades da sua forma tridimensional.

Para que os estudantes possam adquirir e desenvolver esta capacidade é exigido bastante treino. Um dos exercícios iniciais previstos é o de os levar a tomar contacto visual com este tipo de linguagem, a lidar com desenhos e a observá-los com atenção, mesmo antes de a entender. A princípio, para muitos deles, é-lhes complicado lidar com desenhos nesta particular linguagem convencional, mas depois notamos que aos poucos vão entendendo o discurso gráfico, começando com desenhos de menor dificuldade, até que, numa fase ulterior, já conseguem decodificar mensagens mais complexas escritas nestes códigos. O objetivo final ideal é o de conseguir que todos os estudantes possam entender quaisquer imagens de carácter bidimensional de objetos tridimensionais.

Para verificarmos se os estudantes entenderam ou não a morfologia do objeto em questão, servimo-nos de alguns exercícios concebidos especificamente para esse objetivo. É dada uma imagem de um certo objeto em projeção ortogonal por vistas, e pede-se aos estudantes que a traduzam num sistema em que seja facilmente compreensível a volumetria desse objeto, ou seja, que faça a sua representação numa das perspectivas cilíndricas já estudadas.

Por fim explicamos os procedimentos que permitem passar à execução de desenhos nos métodos de representação por vistas. Estes exercícios são mais simples que os de interpretação. Concluindo-se o processo, testamos os conhecimentos adquiridos confirmando-os na prática com a concretização de mensagens gráficas. Nos exercícios cujo

objetivo é o de praticar a representação nos métodos de representação por vistas, é dada uma imagem em perspectiva cilíndrica devidamente cotada.

Pretendemos que os estudantes descubram as respostas gráficas em termos do que é visível e invisível, imaginadas a partir de qualquer uma das posições ortogonais convencionais, e que correspondem à imagem tridimensional dada. Pretendemos que a partir da imagem, o estudante faça uma representação rigorosa, em dupla, tripla ou sêxtupla projeção ortogonal. Temos constatado que sendo bastante difícil o entendimento destas mensagens por vistas, por ser um tipo de representação muito intelectualizado e distante do nosso modo de perceber o mundo que nos rodeia, é relativamente simples fazer representações nesses métodos.

Podemos, do que já foi dito, concluir que os métodos de representação por vistas e a perspectiva cilíndrica se comportam de modo inverso quanto à leitura e interpretação, e quanto ao processo de representação das imagens. É importante que os estudantes tomem consciência destas particularidades pois em situações reais a escolha de um ou outro método tem muito a ver com o seu propósito, com a sua finalidade num dado contexto. É fundamental compreender que os métodos de projeção ortogonal por vistas são de leitura e entendimento mais complexo e de processos de representação relativamente simples, enquanto as perspectivas cilíndricas são de leitura e entendimento mais simples e de processos de representação de imagens mais complexos.

Elaboramos diversos exercícios tipificados em que uma representação num dos sistemas é a resposta a um problema proposto pelo outro sistema, e vice-versa. Como se pode constatar, todos os exercícios envolvidos no desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de representações de objetos em perspectiva cilíndrica, acabam também por favorecer o desenvolvimento da capacidade de execução de desenhos em dupla e múltipla projeção ortogonal. Por outro lado, todos os exercícios envolvidos no desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de representações de objetos em dupla e múltipla projeção ortogonal acabam também por favorecer o desenvolvimento da capacidade de execução de desenhos objetos em perspectiva cilíndrica.

Na aprendizagem dos vários métodos de representação por vistas, quer a explicação dos processos de interpretação e execução quer a resolução de problemas, também tem sido feita recorrendo a imagens dos dois tipos de objetos já anteriormente referidos:

- objetos comuns de tipo utilitário, mais facilmente identificáveis e visualizados;
- objetos de tipo lúdico inventados como um jogo de visualização de formas mais bizarras.

Estudamos alguns casos gerais e abrangentes que usamos para servir como ponte para a resolução de exercícios mais complexos, quer como trabalho de aula quer como trabalho individual autónomo.

Este tipo de conhecimentos, não se limita a ser aplicável em exercícios típicos de geometria, sai fora do círculo de ação desta unidade curricular e é aplicado noutras cadeiras de carácter prático, como por exemplo na disciplina de desenho técnico e de projeto.

Lição nº15
Métodos fundamentais de projeção ortogonal

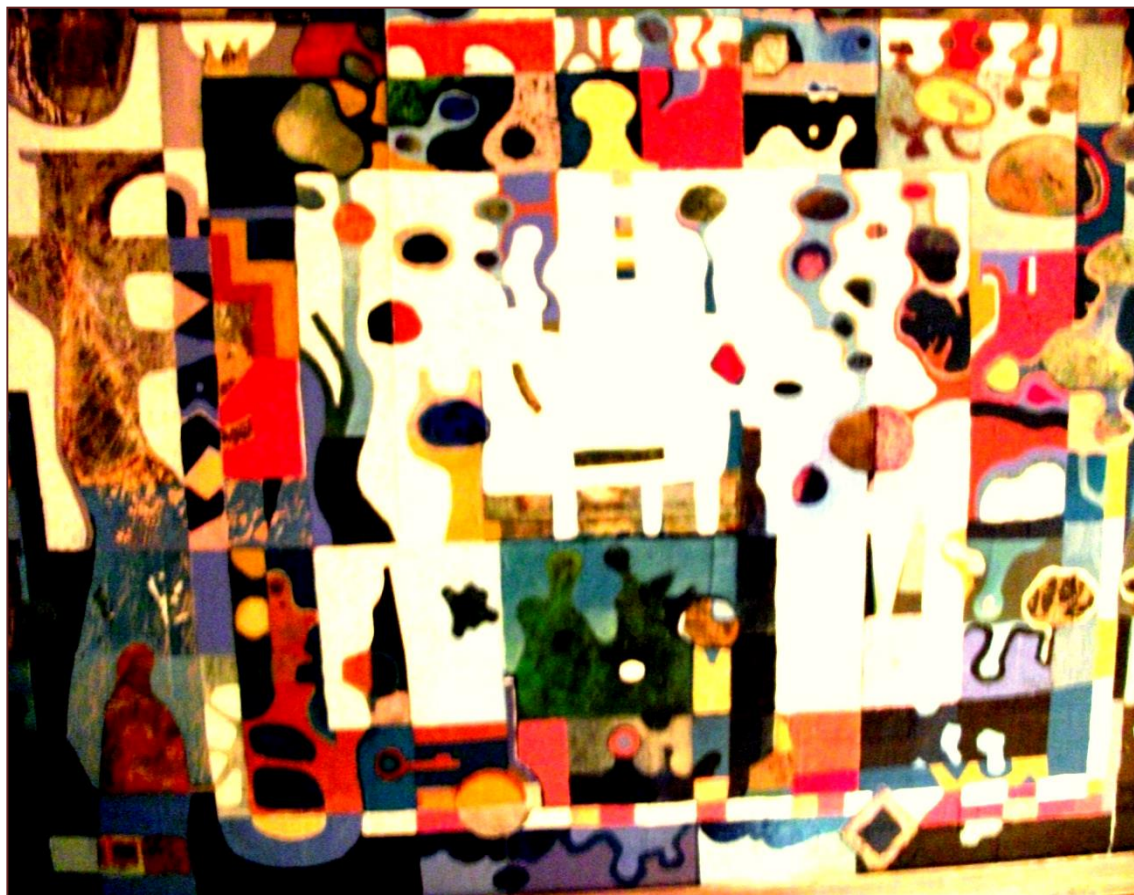


Figura 144: "labirinto", 2010, José Mário.

15.1. Generalidades. Características

Estes métodos, que unicamente para efeito de organização e exposição de conteúdos das nossas aulas são por nós denominados por métodos fundamentais de projeção ortogonal, permitem com um número mínimo necessário de vistas, representações de qualquer figura bidimensional ou tridimensional. É claro que algumas vezes essas vistas não são as suficientes para explicar de modo único e inteligível objetos morfológicamente complexos com faces oblíquas, superfícies curvas e demasiadas arestas coincidentes. Por essa razão nestes métodos é muitas das vezes necessário recorrer a rebatimentos ou projeções secundárias para superar essas falhas. Contudo, devido à economia de traçados e à sua quase total eficiência, em representações de leitura única de objetos mais simples, e ainda à facilidade de utilização em cálculos métricos projetuais, tais como distâncias, amplitude de ângulos, declives, pontos ou linhas de intersecção e cortes só para citar alguns, são provavelmente os métodos mais divulgados, estudados e mais aplicados. Referimo-nos ao método diédrico e ao método cotado. É especialmente nos princípios do método diédrico que se fundamentam todos os métodos de múltipla projeção ortogonal.

Lição nº16
Método diédrico



Figura 145: “o eterno segredo”, 2008, José Mário.

16.1. Nota prévia

O método diédrico, ou método da dupla projeção ortogonal ou ainda método de monge é provavelmente, de todos os métodos de projeção, o mais divulgado de todos. Todos os nossos estudantes, ou melhor, 95% deles já tomaram contacto com este método durante os dois anos da sua passagem pelo ensino secundário. Esta situação poderia levar a pensar que a maioria estaria perfeitamente à vontade com este método, mas a nossa experiência diz-nos que não é bem assim.

Sabemos muito bem que muitos deles se limitam a memorizar processos indispensáveis à resolução de problemas, talvez porque não têm ainda a idade ou capacidade para os visualizar e entender. Resulta daí que as matérias dadas foram umas etapas pelas quais passaram, e, como já passaram, deixaram de ter interesse, e como deixaram de ter interesse foram apagadas ou encaminhadas para zonas da memória de difícil acesso.

Se por exemplo pedimos aos estudantes que digam por palavras suas o que entendem por método diédrico, por mais absurdo que possa parecer, arriscamo-nos a que alguns vão mesmo responder que não sabem, apesar de a matéria que mais estudaram ter sido exatamente o método diédrico. Para além deste tipo de resposta quase incompreensível, é possível obter algumas outras respostas, que nos indicam que alguns dos estudantes, apesar de terem estudado a matéria, dificilmente conseguem expressar-se relativamente aos seus conteúdos.

16.2. Generalidades. Caraterísticas

O método diédrico é também conhecido pelo nome do seu inventor, o matemático francês chamado Gaspard Monge que viveu entre meados do século XVIII e as duas primeiras décadas do século XIX, (1746 / 1818). A sua obra é vasta, escreveu sobre cálculo infinitesimal e geometria analítica, mas é especialmente reconhecido por ter sido o criador da geometria descritiva²⁷. Amplamente divulgado na atualidade, este método foi inicialmente criado para ser utilizado em engenharia militar. Devido à sua importância, durante mais de uma década, este método foi considerado um segredo militar. Esta invenção veio a revolucionar não só a engenharia militar em particular, mas o desenho mecânico em geral. O desenvolvimento industrial durante o século XIX, com toda a maquinaria que lhe está associada certamente não teria sido possível. Todos os métodos de representação por vistas derivam da geometria descritiva de monge.

O método da dupla projeção ortogonal é, como todos os estudantes deveriam saber, constituído por dois planos de projeção, um plano frontal e um plano horizontal. A interseção destes dois planos é denominada por aresta do diedro ou mais comumente por eixo x, eixo das abcissas. Portanto, havendo dois planos de projeção, para cada ponto também há duas projeções, uma projeção horizontal assinalada com o algarismo 1 e uma projeção frontal assinalada com o algarismo 2.

No contexto dos cursos da ESAD, desde limitamos a aplicação deste método quase exclusivamente à representação de objetos inteiros ou seccionados, nas suas posições naturais²⁸. Os exercícios realizados nas nossas aulas podem ser entendidos como um prolongamento dos conhecimentos relativos à representação de sólidos com bases em planos bi-projectantes, isto é, em planos horizontais, frontais e de perfil. Não quer isto dizer que eventualmente não se possa recorrer a este método para outro tipo de ação como por exemplo num cálculo métrico.

²⁷ Para mais informações sobre Gaspard Monge consultar por exemplo: http://fr.wikipedia.org/wiki/Gaspard_Monge

²⁸ Para aprofundamento de todo o tipo de conhecimentos relativos ao método diédrico consultar:

Fernandez San Elias, G. *Geometria Descriptiva. Problemas y Aplicaciones Diédricas*.

Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Clérigo Pérez, Z., Fernandez San Elias, G., Marcos Robles, J.L. Martín Puebla, A., Palacio Bango, M.

Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

16.3. Leitura, interpretação e execução de desenhos no método diédrico

Os exercícios para desenvolvimento da capacidade de leitura, interpretação e execução de desenhos em método diédrico obedecem às características anteriormente definidas para todo e qualquer método de projeção ortogonal por vistas.

Tal como já anteriormente referimos, pode ser de facto difícil ler e interpretar imagens dadas em qualquer um dos métodos de representação por vistas pois são representações puramente intelectuais que obedecem a convencionalismos muito precisos. Em dupla projeção ortogonal notamos que a dificuldade pode ainda ser mais acentuada que nos outros métodos pelo facto de só existirem duas projeções ortogonais. Duas projeções fornecem informação necessária, mas por vezes só minimamente suficiente, o que obriga a raciocínios lógico-dedutivos mais complicados. Por vezes essa informação é mesmo insuficiente quanto à forma definitiva da figura. Não se verifica o critério de reversibilidade. Como é óbvio esta situação nunca pode acontecer quando se pretende passar uma mensagem de leitura única.

Há alguns exercícios por nós previstos para esta matéria em que o objetivo pretendido é mesmo o de serem apresentadas as várias soluções possíveis para as duas vistas dadas. Acharmos que este método se presta bastante bem para o objetivo de desenvolver a capacidade para visualizar tridimensionalmente.

Numa abordagem mais racional e construtiva ao processo de interpretação de desenhos em método diédrico, o desvendar da forma tridimensional deve ser feito por partes, até que por fim todas as partes sejam decifradas e se juntem formando o objeto total. Da conjugação metódica das duas vistas obtém-se uma possível visão coerente e total do objeto. Para demonstrar que o compreenderam corretamente os estudantes devem representá-lo em perspectiva cilíndrica para exibir a sua tridimensionalidade. Da experiência sabemos que para certos estudantes, com uma natural facilidade para estes domínios, a resolução destes exercícios tem muito pouco de metódico e bastante de intuitivo.

O tipo de problemas que normalmente propomos para a realização de um desenho em dupla projeção ortogonal, tem como dados de um enunciado uma imagem de um objeto em perspectiva cilíndrica devidamente cotado (figura 146).

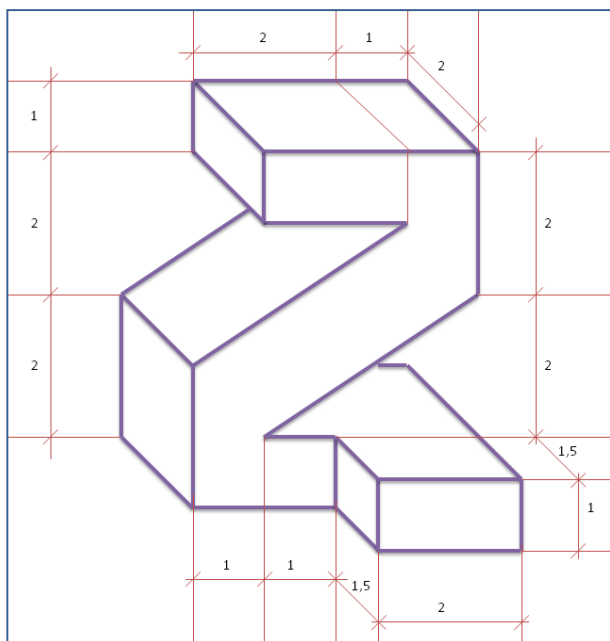


Figura 146: Objeto dado em perspectiva cavaleira.

Pretendemos que, num exercício de abstração, a um tempo se compreenda, se isole e se represente unicamente o que está voltado para cima, e num segundo tempo só o que está voltado para diante. Neste tipo de exercícios, é indiferente a distância a que se colocam as

duas vistas do eixo x separador, porque o que aqui se pretende é a forma do objeto, a dimensão das suas arestas, não se está a relacionar o objeto com qualquer referente externo para se poder dizer que a sua base tem uma determinada cota, ou que aquela face tem um certo afastamento ou abscissa. O importante é que ao desenhar o objeto se possam transmitir dados relativos às suas relações internas, às suas medidas parciais e totais.

Em todos os exercícios previstos, os objetos a representar encontram-se sempre no 1º ou no 3º diedro. A nossa opção é a de dar preferência a representações no 1º diedro, pelo facto de os estudantes estarem mais familiarizados com representações neste diedro, o qual, segundo as regras, é o único com cotas e afastamentos positivos. Verificamos que neste tipo de exercícios a dificuldade dos estudantes no entendimento das características formais do objeto é reduzida porque o objeto é dado a conhecer num tipo de representação de características tridimensionais em parte semelhante ao modo como é percecionado. A dificuldade pode eventualmente surgir quando existem faces de topo, de rampa, verticais ou oblíquas, quando há coincidências, quando há superfícies curvas.

A execução de qualquer desenho em método diédrico pode facilmente ser explicada em cinco fases e deve sempre começar com o traçado do eixo x. Este eixo vai separar a projeção frontal, que fica acima, da projeção horizontal abaixo, na representação de objetos situados no 1º diedro. Na representação de objetos situados no 3º diedro a projeção horizontal fica acima do eixo x, e a projeção frontal fica abaixo. Tomamos conhecimento das medidas máximas do objeto, a começar pela sua largura máxima, que se pode definir como uma diferença de abscissas. Traçamos duas linhas de chamada, perpendiculares ao eixo x, para assim definir os limites do objeto em termos de largura. Nas ilustrações que habitualmente usamos para explicar a representação em método diédrico aplicamos abscissas positivas. As projeções ficam perfeitamente alinhadas visto que a largura máxima é obviamente igual, quer em projeção frontal, quer em projeção horizontal. (figura 147). Seguidamente definimos os limites em termos de cota, que são visíveis em projeção frontal, e os limites em termos de afastamento, que são visíveis em projeção horizontal. (figura 148).

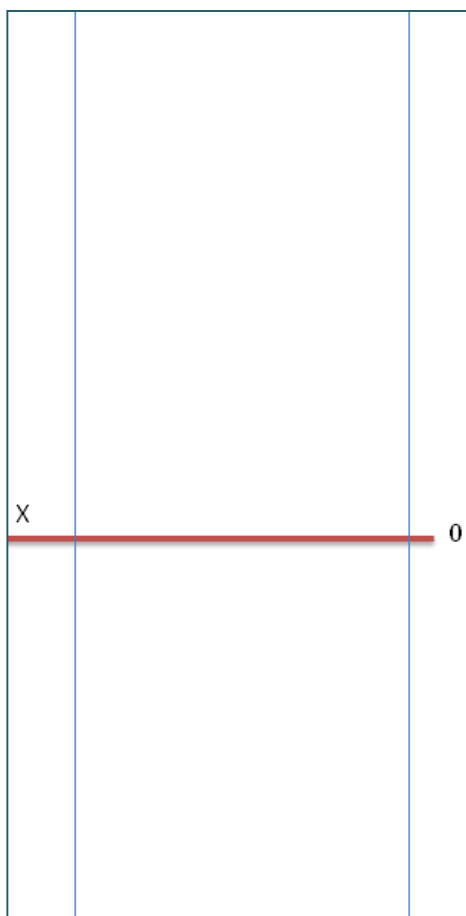


Figura 147: Representação diédrica fase 1.

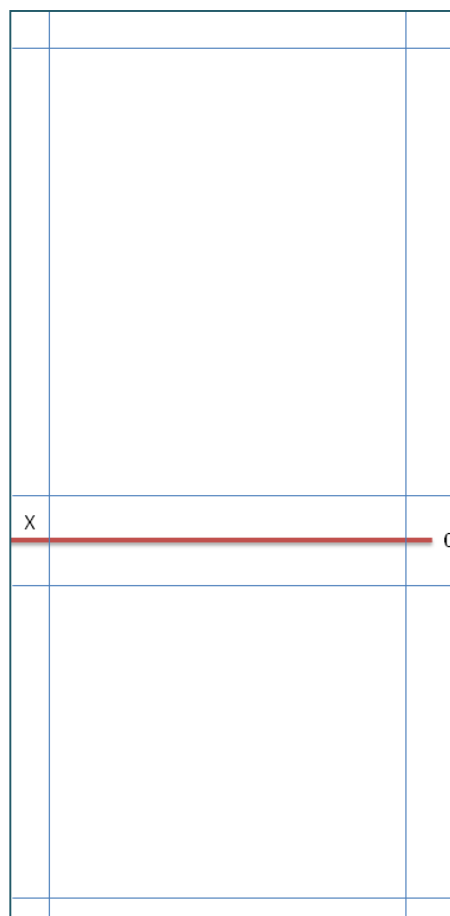


Figura 148: Representação diédrica fase 2.

Na continuação do processo assinalam-se todas as subdivisões das abcissas, e por cada uma delas traça-se uma perpendicular ao eixo x. (figura 149). Assinalam-se todas as subdivisões em termos de cotas e afastamentos, e por cada uma delas traça-se uma paralela ao eixo x (figura 150).

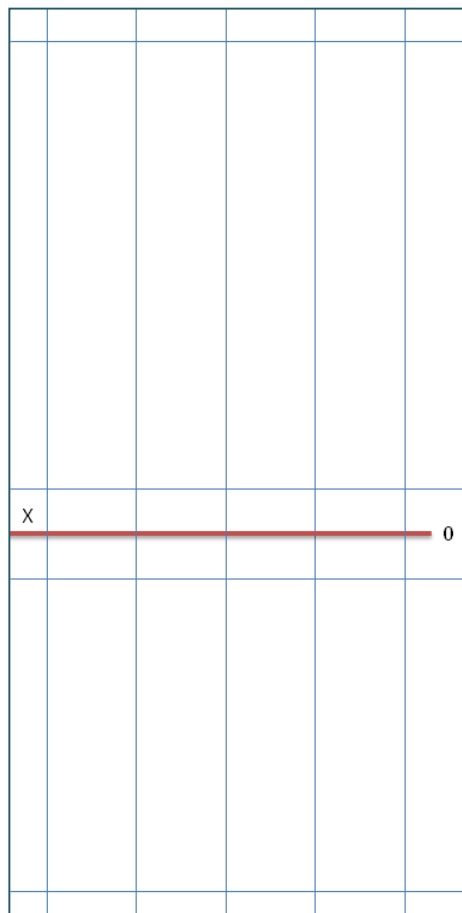


Figura 149: Representação diédrica fase 3.

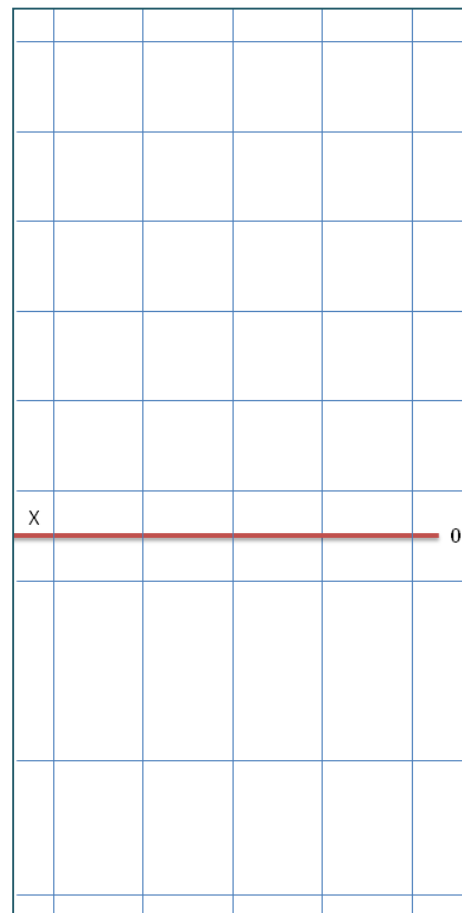


Figura 150: Representação diédrica fase 4.

O processo finaliza-se com a correta união de todos os pontos encontrados de modo a obter a representação do objeto (figura 151).

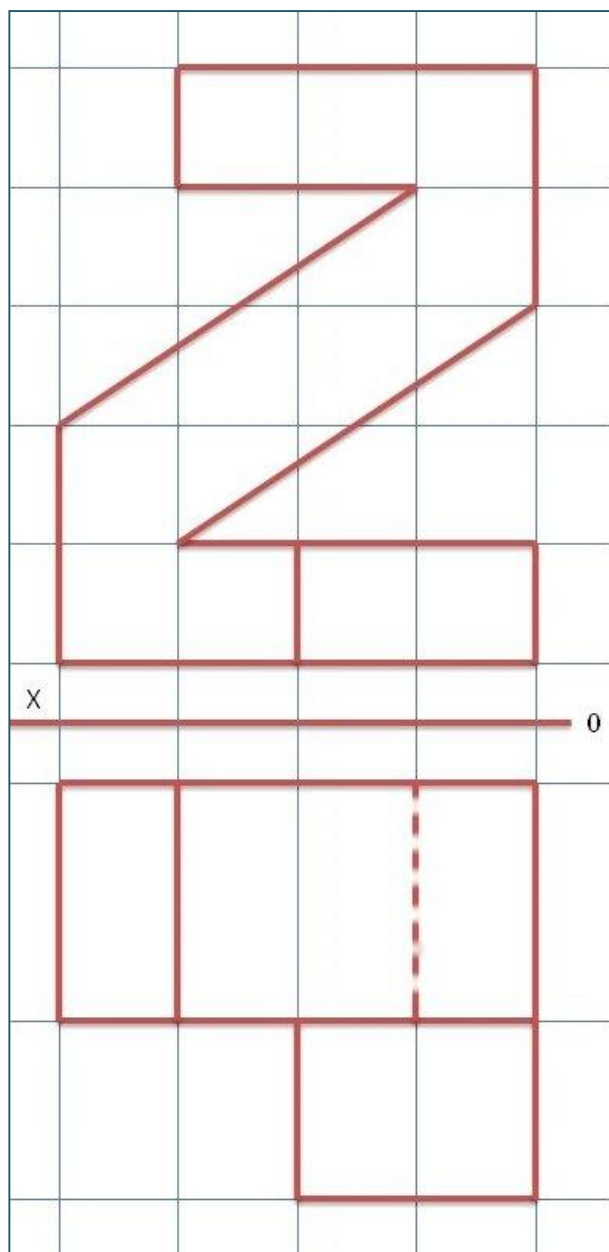


Figura 151. Representação diédrica fase 5.

16.4. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método diédrico

Série 11: leitura e interpretação de desenhos em método diédrico

Representar em perspectiva cilíndrica objetos dados em método diédrico. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

São dadas imagens em método diédrico de seis objetos de tipo lúdico. (figuras 152, 153, 154, 155, 156, 157).

Objetivo:

Representar em perspectiva cavaleira esses objetos.

Os ângulos de fuga podem ser de abertura à esquerda ou à direita com diferentes amplitudes. Os coeficientes de redução para o eixo y também podem variar. (nota: é possível que estes objetos possam ter mais do que uma solução).

Normas de representação:
 Arestas visíveis: traço contínuo médio.
 Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

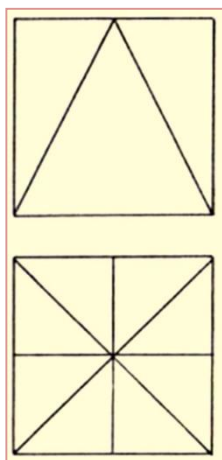


Figura 152: a1.

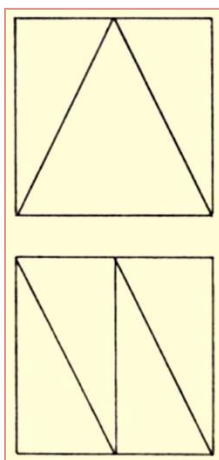


Figura 153: b1.

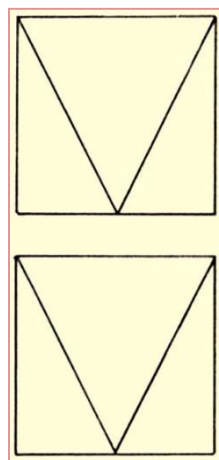


Figura 154: c1.

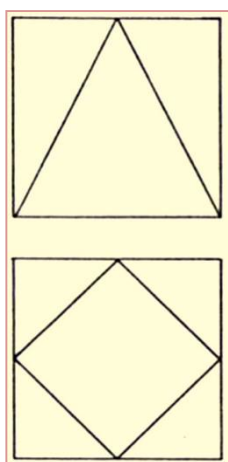


Figura 155: d1.

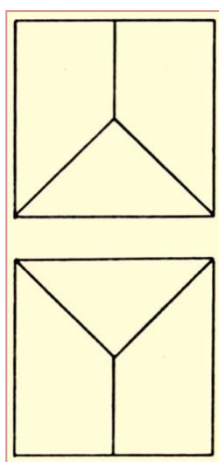


Figura 156: e1.

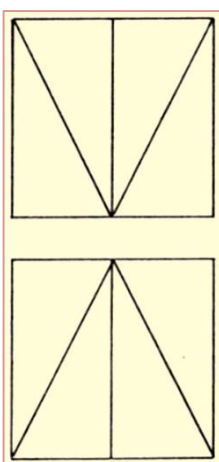


Figura 157: f1.

Resoluções apresentadas pelos estudantes.

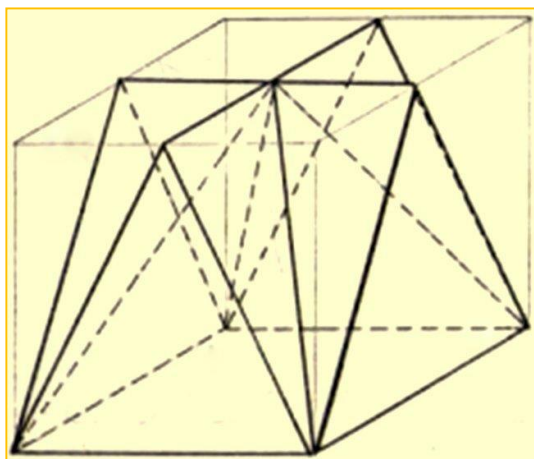


Figura 158: a2.

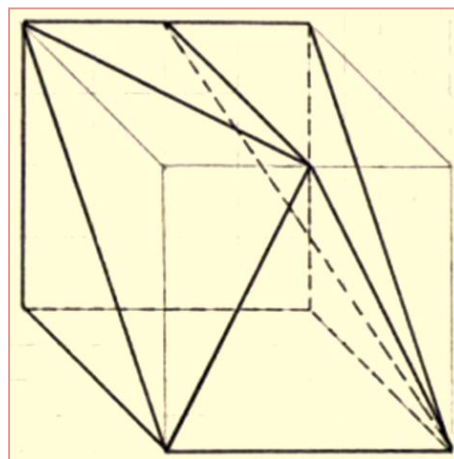


Figura 159: b2.

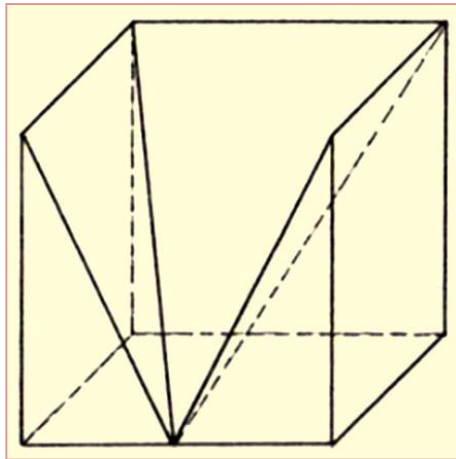


Figura 160: c2.

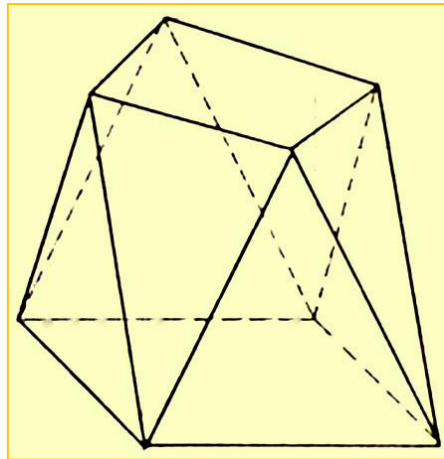


Figura 161: d2.

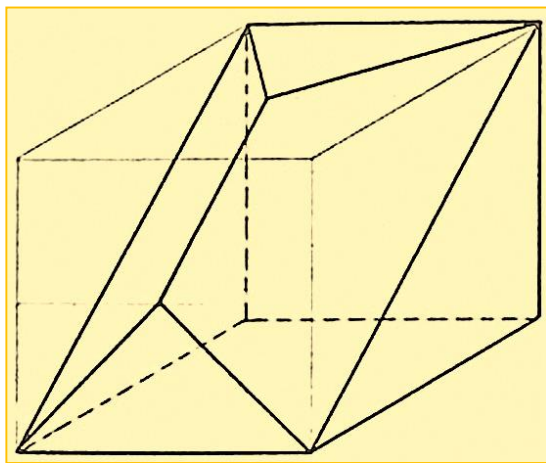


Figura 162: e2.

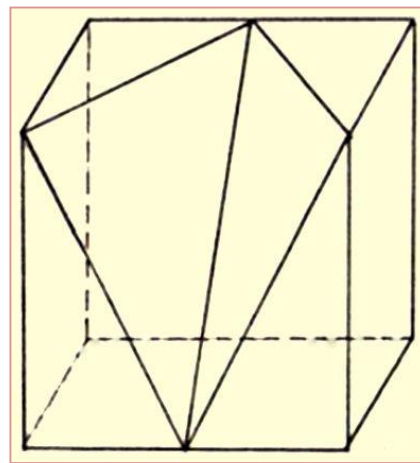


Figura 163: f2.

Série 12: execução de desenhos em método diédrico

Representar em método diédrico objetos dados em perspectiva cilíndrica. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto em perspectiva isométrica. (figura 164).

Objetivo:

Representar em método diédrico, no 1º diedro, esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

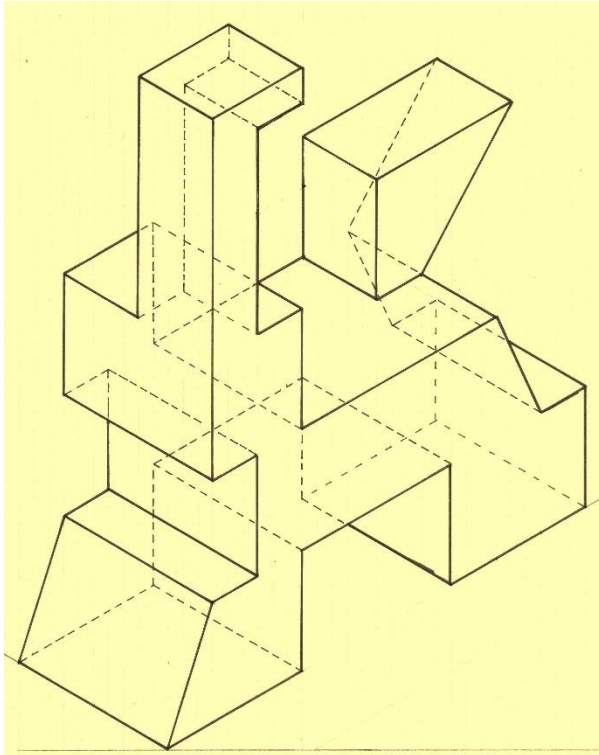


Figura 164: Objeto de tipo lúdico representado em perspectiva isométrica.

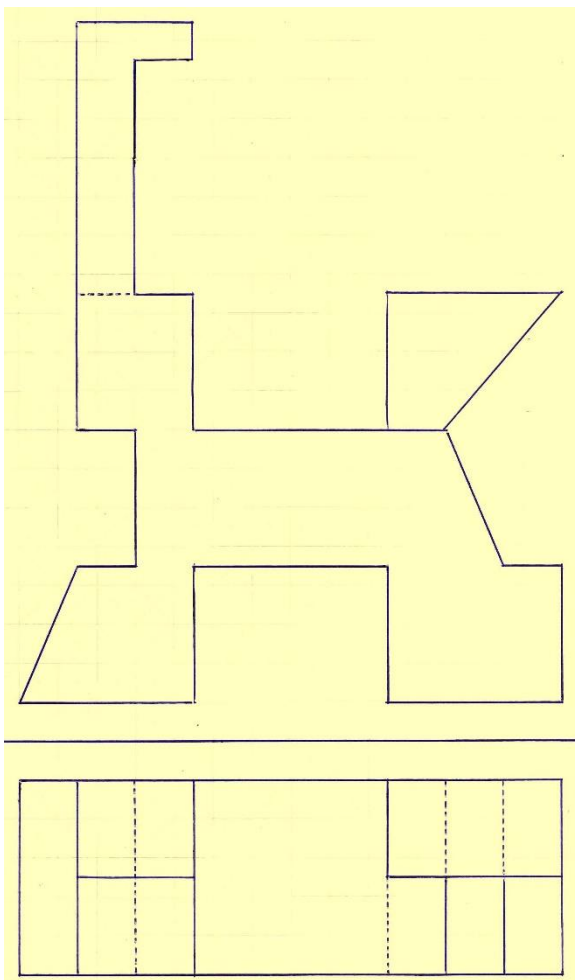


Figura 165: Objeto de tipo lúdico representado em método diédrico (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº17
Método das projeções cotadas



Figura 166: "a janela", 1987, José Mário.

17.1. Generalidades

O método das projeções cotadas foi criado por Philippe Büache (1700 - 1773)²⁹ em meados do século XVIII para conseguir executar o levantamento hidrográfico do canal da Mancha. Com o desencadear das guerras napoleônicas, este método começou a ser usado para fins militares. Só posteriormente é que foi aplicado em projetos de edifícios, estradas, ferrovias e pontes, sempre que é imprescindível conhecer a topografia de um terreno onde deverá ser executada uma obra de arquitetura ou engenharia. Este método também é conhecido como método dos planos cotados ou método cotado. No método cotado só existe um plano horizontal de projeção, por vezes designado por plano de comparação. Por essa razão também só existe uma projeção horizontal. Podemos dizer que este método é uma mono projeção ortogonal. A projeção de cada ponto tem a particularidade de apresentar sua cota referenciada numericamente entre parênteses.

O método das projeções cotadas resolve uma falha observada no método de monge. Nas representações em método de monge, a relação entre o valor da cota de um ponto e o do seu afastamento não pode, por razões de ordem dimensional, ultrapassar certos limites. É na prática impossível representar em papel as projeções de pontos, quando se verifica uma grande disparidade entre as suas cotas e seus respectivos afastamentos. Como no método das projeções cotadas as cotas são indicadas algebricamente, torna-se desnecessária a existência do plano frontal de projeção para localizar as figuras do espaço, e permite a representação de figuras de grandes dimensões.

As projeções dos pontos são assinaladas por uma letra maiúscula e exponenciadas pelo algarismo 1, cujo significado é o de projeção horizontal. O número entre parênteses associado à letra corresponde à cota do ponto. Exemplificando, o ponto A com 3 de cota deve ser representado por A1 (3). As retas devem ser assinaladas com uma letra minúscula seguida do algarismo 1.

Normalmente as retas são definidas por dois pontos devidamente cotados. As retas, quando necessário, deverão ser graduadas, isto é, deverão ter assinalados os seus pontos de cota inteira.

Os planos são definidos pela sua reta de maior declive ou pendente, cuja representação deve ser feita por duas linhas paralelas separadas por uma curtíssima distância, 1 mm por exemplo. Poder-se-á representar, ou não, o traço do plano no plano horizontal de projeção. As retas horizontais do plano, muito importantes na resolução de problemas, são perpendiculares à reta de maior declive.

Para se representar um ponto do espaço tridimensional são necessárias três coordenadas, já que três são os eixos orientadores segundo as três principais direções, abcissa, afastamento e cota. Como só há um plano horizontal de projeção, também só há uma projeção horizontal P1 do ponto P. Como não existe qualquer referente sobre esse plano horizontal, a posição dessa projeção horizontal é aleatória, pode ser mais à esquerda ou mais à direita, mais para cá ou mais para lá, pois não há nada que o impeça, e não há nenhum dado que a isso obrigue.

Aplicando uma linguagem convencional e específica desta disciplina, diríamos que a ausência de eixos coordenados referentes a abscissas e a afastamentos, não permite colocar um determinado ponto numa posição em que tenha uma determinada abcissa e um determinado afastamento. A única coordenada à qual nos podemos referir é a cota que é sempre assinalada entre parênteses junto ao ponto a que se refere.

Apesar de não existir propriamente um eixo vertical, há todo um plano horizontal que será o referente de cota nula, e a partir do qual se pode marcar qualquer valor para a cota. É claro que, atendendo à limitação imposta pelo facto de só existir uma verdadeira projeção horizontal, é sempre necessário recorrer a outras projeções auxiliares, obtidas por rebatimentos, para conseguir resolver alguns problemas da representação e uma total compreensão do pretendido.

Os termos mais utilizados neste sistema são:

Distância horizontal (dh): distância entre as projeções horizontais de dois pontos.

²⁹ Para mais informações sobre Philippe Buache consultar por exemplo: http://fr.wikipedia.org/wiki/Philippe_Buache

Distância vertical (dv): diferença de cotas entre dois pontos. Distância real (dr): verdadeira grandeza da distância entre dois pontos (distância rebatida). Declive de uma reta (d): distância vertical entre dois pontos cuja distância horizontal é uma unidade. Módulo ou intervalo de uma reta (m): distância horizontal entre dois pontos cuja distância vertical é uma unidade. O declive e módulo são inversos. Reta de maior declive ou pendente do plano (p): é a principal reta de um plano, pois define-o. Graduar uma reta: determinar os pontos de cota inteira dessa reta.

É importante esclarecer desde logo os nossos estudantes que este método de representação não será utilizado nesta unidade curricular. É um método muito utilizado em engenharia civil e de minas e em arquitetura, na representação de terrenos, de taludes, de aterros e desaterros, e ainda na representação de telhados com recurso a retas e curvas de nível. Sendo estes, assuntos que pouco ou nada têm a ver com a área de formação dos cursos da ESAD, limitar-nos-emos a mencionar alguns conhecimentos básicos, que eventualmente venham a ser necessários ^{3º}.

É, apesar de tudo, importante que se saiba um mínimo sobre este método para que, no caso de nos vir parar às mãos algum tipo de representação realizada neste método, pelo menos, o possamos identificar, e que no mínimo possamos ficar nem que seja com uma vaga ideia daquilo que o desenho pretende representar. Como não chegamos a resolver quais quer exercícios neste método também não temos imagens para mostrar.

^{3º} Para aprofundamento de todo o tipo de conhecimentos relativos ao método cotado consultar: Fernandez San Elias, G. *Geometria Descriptiva. Sistema Acotado. Problemas y Aplicaciones*. Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Lição nº18
Métodos de múltipla projeção ortogonal



Figura 167: "a quadratura do caos", 2005, José Mário.

18.1. Nota prévia

Os métodos de múltipla projeção ortogonal são abordados pela primeira vez no 9º ano, nas aulas de educação visual, e ainda que muito superficialmente nos livros de geometria do 10º ano, numa das páginas dedicadas à introdução e exposição dos sistemas de projeção e métodos de representação.

No ensino secundário não existe uma abordagem específica a estes métodos. Supomos que talvez isso se deva ao facto de o programa não contemplar a representação de objetos mais complexos como parte de um projeto. Os estudantes não estão portanto em total desconhecimento desta matéria. Assim, através de um diálogo orientado é possível, quer recorrendo à memória, quer recorrendo à dedução, chegar a uma plataforma básica de entendimento daquilo que são estes métodos de representação.

18.2. Generalidades. Caraterísticas gerais

As representações nos métodos de múltipla projeção ortogonal, são feitas com um máximo necessário e suficiente de vistas. Normalmente são representações com seis projeções ortogonais em seis planos de projeção. Fazendo uma comparação com o método diédrico constata-se que se acrescentaram mais quatro planos, um plano horizontal, um plano frontal, e dois planos de perfil, um lateral esquerdo e outro lateral direito.

Nos métodos de múltipla projeção ortogonal, há assim a considerar seis planos de projeção:

- dois planos horizontais, um superior e outro inferior;
- dois planos frontais, um anterior e outro posterior;
- dois planos de perfil, um lateral esquerdo e outro lateral direito.

Os seis planos correspondem às seis faces de um cubo, em cujo interior se encontra o objeto a representar, razão pela qual é comum apelidá-lo de cubo envolvente. Em cada um destes planos será representada uma vista:

- uma vista superior ou vista de cima (vc), uma vista inferior ou vista de baixo (vb);
- uma vista anterior ou vista de frente (vf), uma vista posterior ou vista de trás (vt);
- uma vista lateral esquerda (vle) e uma vista lateral direita (vld).

Nos diferentes métodos de múltipla projeção ortogonal as mesmas vistas são iguais, mas não se representam nos mesmos planos. A apresentação obedece a grelhas predefinidas que apesar de convencionais não são aleatórias. A razão lógica para a configuração dessa grelha deriva do facto do objeto se encontrar no 1º ou no 3º diedro.

Há quatro métodos a considerar:

- o método europeu ou método do primeiro diedro;
- o método americano ou método do terceiro diedro;
- o método das vistas deslocadas das suas posições convencionais ou método das vistas referenciadas, o qual não obedece a qualquer lógica;
- o método triédrico ou tripla projeção ortogonal é uma versão simplificada do método europeu ou do americano, das seis vistas totais só se representam as três vistas visíveis.

Com a ajuda de imagens realizadas no quadro torna-se óbvio que estes métodos são os que oferecem um maior número de vistas, sendo por conseguinte especialmente indicados para objetos de maior complexidade formal.

Lição nº 19
Método triédrico

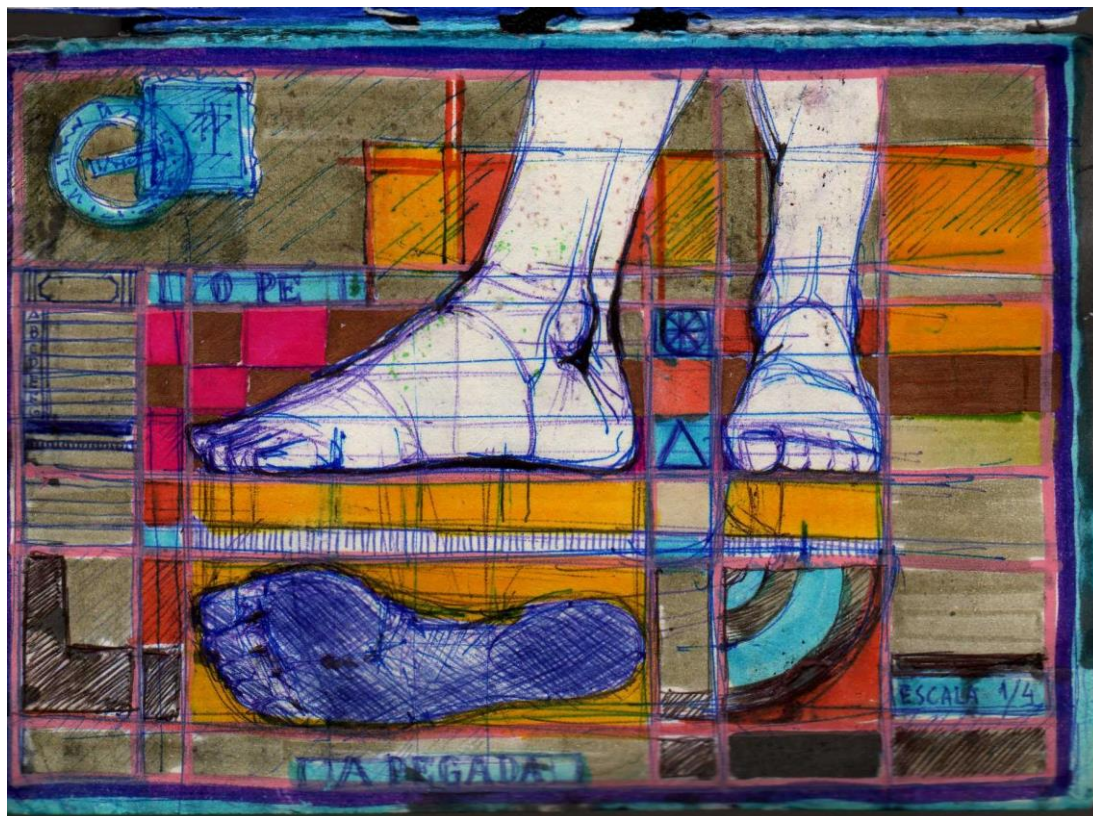


Figura 168: “o pé, a pegada”, 2001, José Mário.

19.1. Nota prévia

O método triédrico obedece a uma lógica de fácil compreensão para os estudantes que estudaram o método diédrico. Este método já fez parte da matéria do 3º período do 12º ano do ensino secundário, ou seja, no tempo em que a disciplina de geometria era dada em três anos. Atualmente não é estudado como um método em si, autonomamente, contudo, é aplicado na resolução de alguns problemas do método diédrico, como método auxiliar. É um dos métodos de resolução de problemas com planos de rampa, o qual consiste exatamente no rebatimento de uma terceira projeção obtida sobre um plano de perfil, relativamente ao qual o plano de rampa é projetante.

19.2. Generalidades. Características

O sistema triédrico pode ser imediatamente entendido como um prolongamento do sistema diédrico, ao qual, foi acrescentada uma nova projeção, operação que permite uma melhor visualização do objeto a ser representado. A passagem do método diédrico para o método triédrico resume-se assim à adição de um plano de projeção lateral, plano de perfil, aos planos de projeção horizontal e frontal. Desta operação aditiva resulta uma nova projeção, a projeção lateral. Passa-se assim de uma dupla projeção ortogonal a uma tripla projeção ortogonal. Este método tanto pode obedecer às convenções do 1º como do 3º diedro.

A posição relativa das vistas depende de o desenho ser executado conforme às convenções do 1º diedro ou do 3º diedro. Se o objeto for representado no 1º diedro, a vista lateral esquerda fica à direita da vista de frente, e a vista lateral direita fica à esquerda da vista de frente. Caso seja no 3º diedro, a vista lateral esquerda fica à esquerda da vista de frente e a vista lateral direita fica à direita da vista de frente.

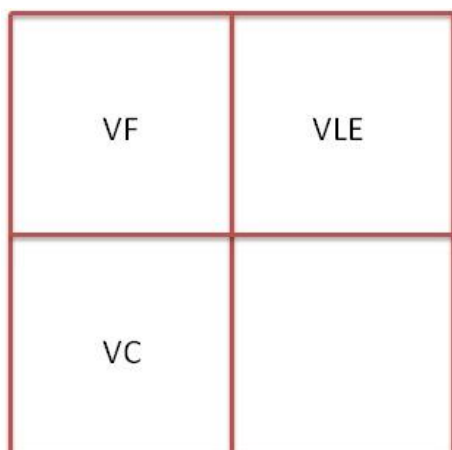


Figura 169: Três vistas no 1º diedro.

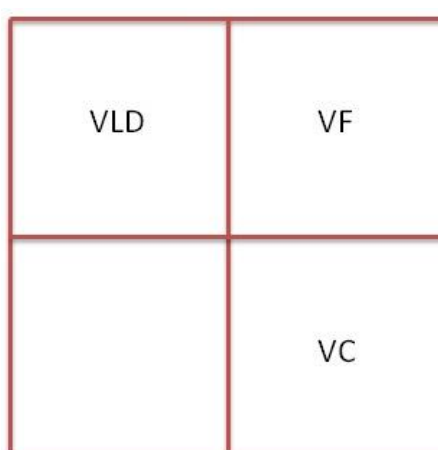


Figura 170: Três vistas no 1º diedro.

Nas duas imagens acima mostra-se o modo como se distribuem as 3 vistas principais conforme as normas do 1º diedro (figuras 169, 170).

Nas duas imagens abaixo (figuras 171, 172) mostra-se o modo como se distribuem as 3 vistas principais conforme as normas do 3º diedro³¹.

³¹ Nestes exemplos dados, quer para o método do 1º diedro, quer para o método do 3º diedro assumimos sempre que a vista de frente e a vista de cima são fundamentais.

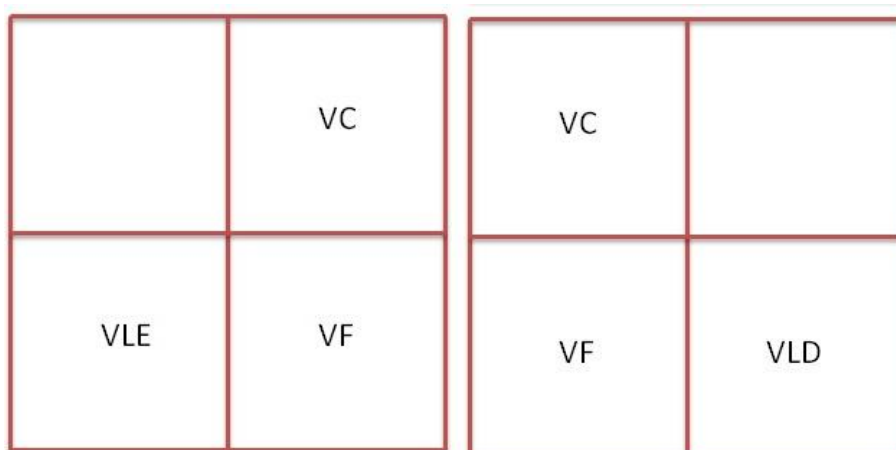


Figura 171: Três vistas no 3º diedro.

Figura 172: Três vistas no 3º diedro.

Podemos também entender o sistema triédrico como um modelo simplificado dos métodos de múltipla (sêxtupla) projeção ortogonal, pela subtração de três vistas das seis do modelo original. Quando na representação de um dado objeto constatamos que não são necessárias as seis vistas para não restarem quaisquer dúvidas quanto à sua forma, quando se conclui que se está a cair numa redundância, que não se está a dar mais informação nem a facilitar a leitura, pelo facto de serem representadas as suas seis vistas, então suprimem-se três das seis vistas. Assim, são unicamente representadas três vistas, aquelas que normalmente se denominam por vistas principais.

O método triédrico permite unicamente com três vistas representar de forma inequívoca a maioria dos objetos previstos nos nossos estudos. As aplicações que damos ao método triédrico são do mesmo tipo, mas muito mais vastas do que as que se dão ao método diédrico, e isto por uma razão muito simples, é que pelo facto de dispormos de três vistas temos uma representação que na grande maioria dos casos é de leitura única, o que não acontece quando só há duas vistas, em que se torna mais facilmente possível uma multiplicidade de leituras.

A identificação das projeções, caso seja necessário, segue a mesma lógica do método diédrico.

A projeção horizontal é exponenciada pelo algarismo 1.

A projeção frontal é exponenciada pelo algarismo 2.

A projeção lateral é exponenciada pelo algarismo 3.

Na grande maioria dos exercícios da unidade curricular não identificamos as projeções.

16.3. Leitura e interpretação de desenhos no método triédrico

Nos exercícios de leitura e interpretação de imagens dadas em tripla projeção ortogonal, pelo facto de existirem três projeções ortogonais a informação que se tem dos objetos por nós selecionados, é na grande maioria das vezes a necessária e suficiente para o entendimento da sua forma correta. As dificuldades de interpretação destes desenhos são praticamente iguais às experimentadas com o método diédrico, pois continuamos a estar perante um tipo de representação altamente intelectualizada.

A revelação da tridimensionalidade do objeto a partir da interpretação das três vistas dadas, é feita por partes, e só é atingida quando todas elas são compreendidas individualmente e posteriormente conjugadas. O estudante demonstra que entendeu corretamente a imagem em tripla projeção, fazendo uma representação em perspectiva cilíndrica do objeto dado. Resumidamente, estes exercícios têm duas fases, primeiro observar e interpretar uma imagem em método triédrico, segundo traduzi-la e transcrevê-la em perspectiva cilíndrica.

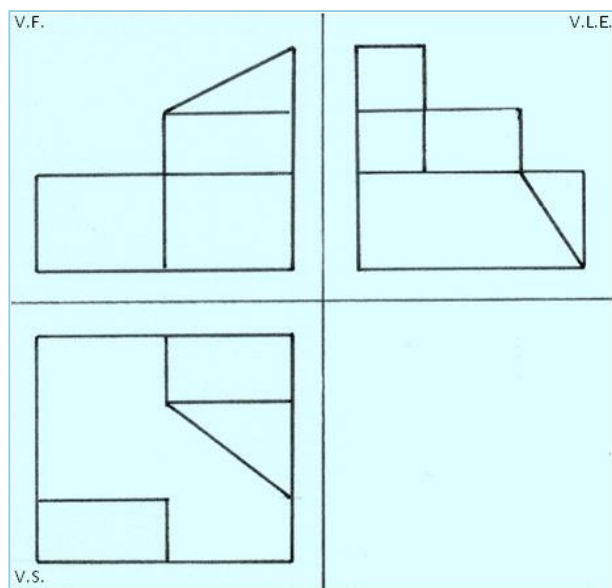


Figura 173: Objeto lúdico representado em tripla projeção ortogonal.

É dada uma imagem em método triédrico. Vista frontal (vf), vista superior (vs) e vista lateral esquerda (vle). (figura 163). Após devidamente entendida devemos fazer um esboço da forma final. Aliás, todo o processo de entendimento é feito à custa de sucessivos esboços que se vão sobrepondo na busca da solução correta que satisfaça todas as implicações do desenho.

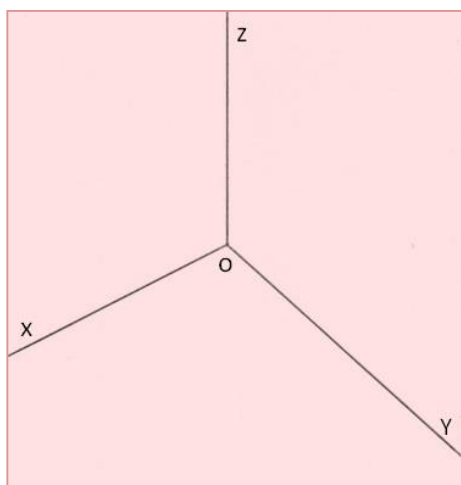


Figura 174: Eixos axonométricos.

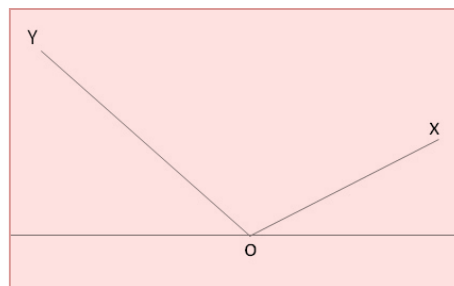


Figura 175: Eixos axonométricos.

Quando queremos passar ao desenho rigoroso devemos começar por traçar os eixos axonométricos conforme a perspectiva escolhida. Podemos optar por representar os eixos na sua forma original (figura 164), ou na sua forma mais prática. (figura 175). Na continuação da explicação relativa ao desenvolvimento deste exercício e apesar de, de facto, ser uma perspectiva normalizada, optamos pela forma original dos eixos, pois há sempre alguns dos estudantes que continuam a entender o processo de representação axonométrica desse modo. O processo é facilmente explicado aos estudantes em quatro fases.

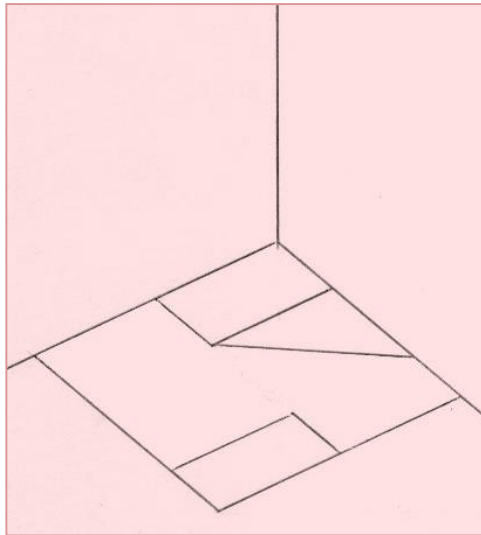


Figura 176: Representação da planta.

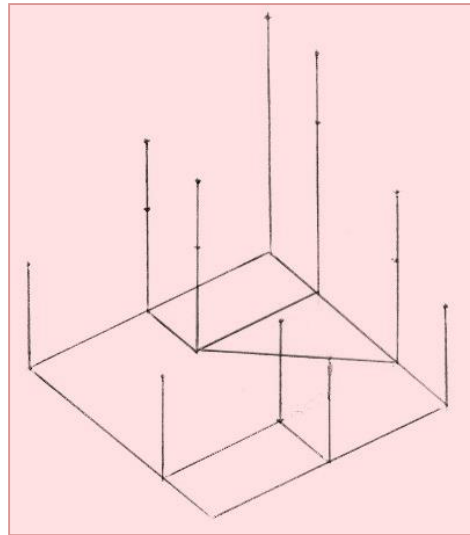


Figura 177: Atribuição de cotas.

Representamos a planta, (figuras 176), normalmente evitamos sobrecarregar o desenho com letras. A partir da planta levantamos as cotas respectivas aos pontos da planta (figura 177).

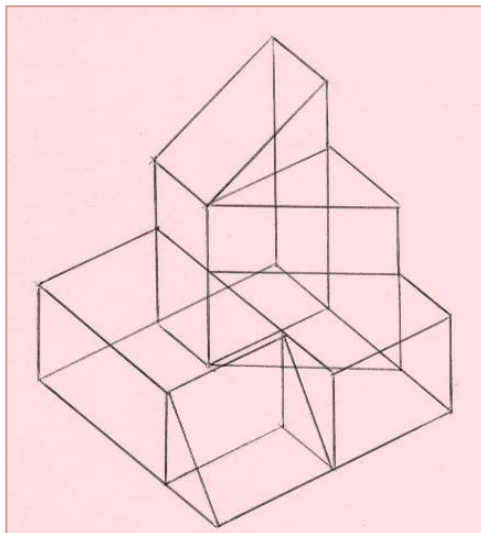


Figura 178: Estrutura linear tridimensional.

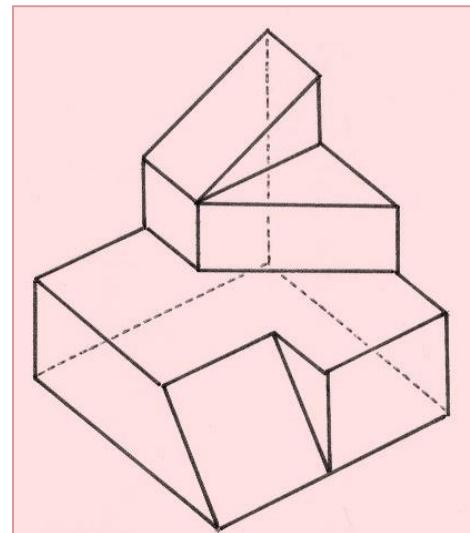


Figura 179: Eliminação de linhas de construção.

Unimos os pontos de modo a obter uma estrutura linear tridimensional (figura 178). Finalizamos o desenho definindo unicamente o que são arestas visíveis a traço contínuo e arestas invisíveis a traço interrompido. Todas as linhas auxiliares utilizadas durante o processo construtivo devem ser apagadas (figura 179).

19.4. Execução de desenhos no método triédrico

O outro tipo de problemas que propomos para este conteúdo programático é a realização de desenhos em tripla projeção ortogonal, de algum modo podemos dizer que são o inverso dos anteriores. Estes exercícios têm como dados imagens de objetos em perspectiva cilíndrica (figura 180). Os estudantes revelam que interpretaram corretamente essas imagens traduzindo-as em tripla projeção ortogonal.

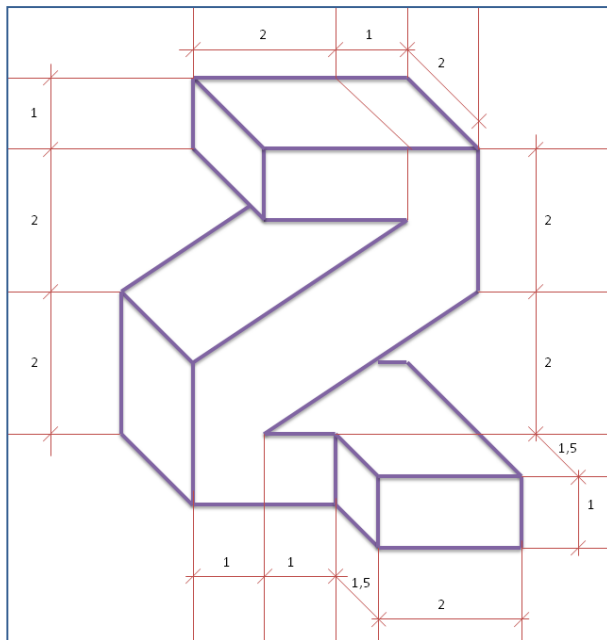


Figura 18o: Objeto lúdico representado em perspectiva cavaleira.

Temos verificado que nestes exercícios, as dificuldades dos estudantes quanto à compreensão dos objetos propostos são mínimas visto que estes estão representados tridimensionalmente. Tal como já aconteceu com os exercícios pensados para a representação diédrica, é indiferente a distância a que colocamos o objeto dos planos de projeção, o importante é que ao desenhar o objeto possamos transmitir o máximo de dados relativos às suas relações internas, às suas medidas parciais e totais.

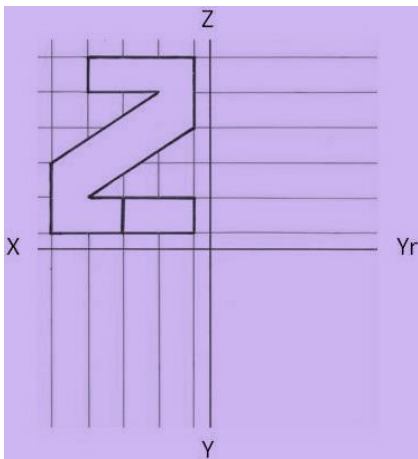


Figura 181: Projeção frontal do objeto dado.

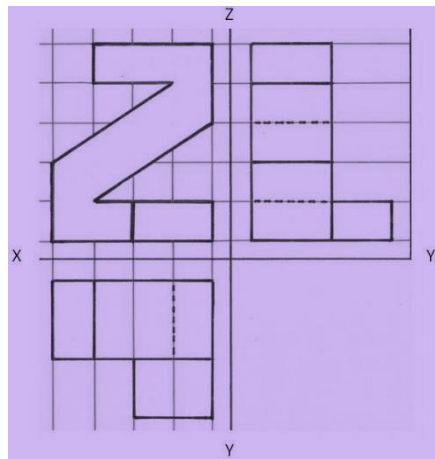


Figura 182: Tripla projeção do objeto dado.

Iniciamos qualquer representação em método triédrico traçando os eixos x , y e z .

O eixo x separa a projeção frontal da projeção horizontal.

O eixo z separa a projeção frontal da projeção lateral.

O eixo y separa a projeção horizontal da projeção lateral.

A projeção lateral é obrigatoriamente rebatida.

A projeção frontal deve ser a primeira a ser representada (figura 181). É importante que se compreenda que há uma vantagem neste procedimento, vantagem que reside no facto de se poderem não só traçar duas perpendiculares ao eixo x, definindo imediatamente as larguras máximas, com correspondência na projeção horizontal, como de se poderem também traçar duas perpendiculares ao eixo z definindo de igual modo os limites em termos de altura, com correspondência na projeção lateral. O processo avança registando todas as subdivisões das larguras, alturas e de profundidades, e por cada uma delas traçar

perpendiculares aos eixos, obtendo deste modo as respectivas correspondências nas três projeções. O exercício conclui-se unindo convenientemente todos os pontos encontrados. (figura 182).

19.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método triédrico

Série 13: leitura e interpretação de desenhos no método triédrico

Representar em perspectiva cilíndrica objetos dados em método triédrico. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto de tipo comum, e de fácil visualização, em método triédrico, (figura 183).

Objetivo:

Representar em perspectiva isométrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido

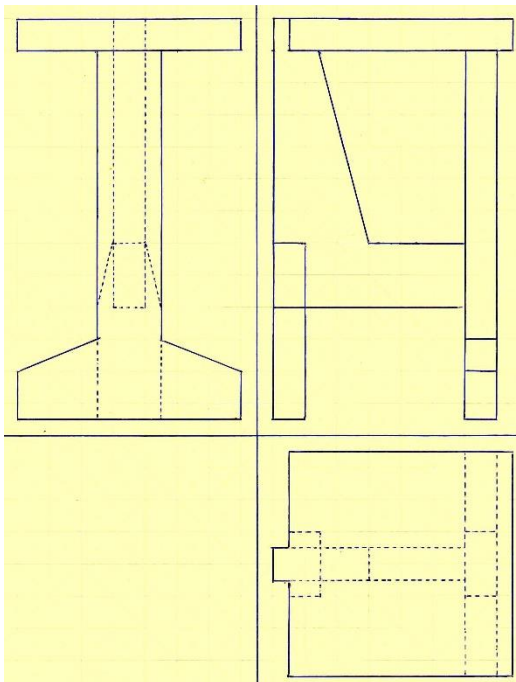


Figura 183: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro.

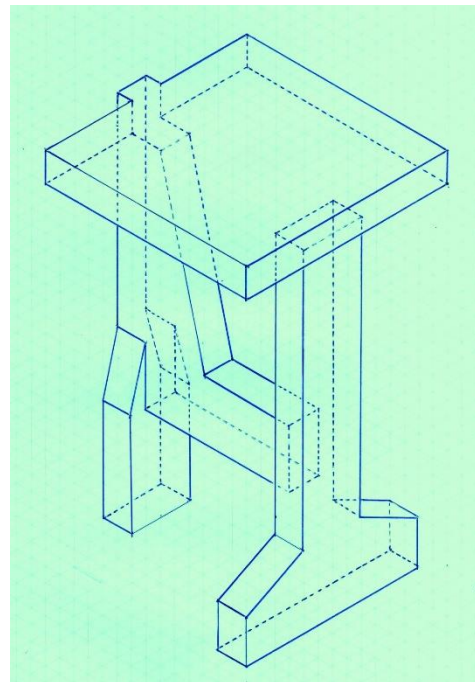


Figura 184: O objeto dado representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada a imagem de um objeto de tipo comum, e de fácil visualização, em método triédrico: vista frontal, vista superior e vista lateral esquerda (figura 185).

Objetivo:

Representar em quatro variantes de perspectiva cilíndrica esse objeto.

O objeto deve ser representado em perspectiva isométrica, perspectiva dimétrica, perspectiva cavaleira e perspectiva isocavaleira.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

As figuras seguintes ilustram as resoluções apresentadas por um estudante.

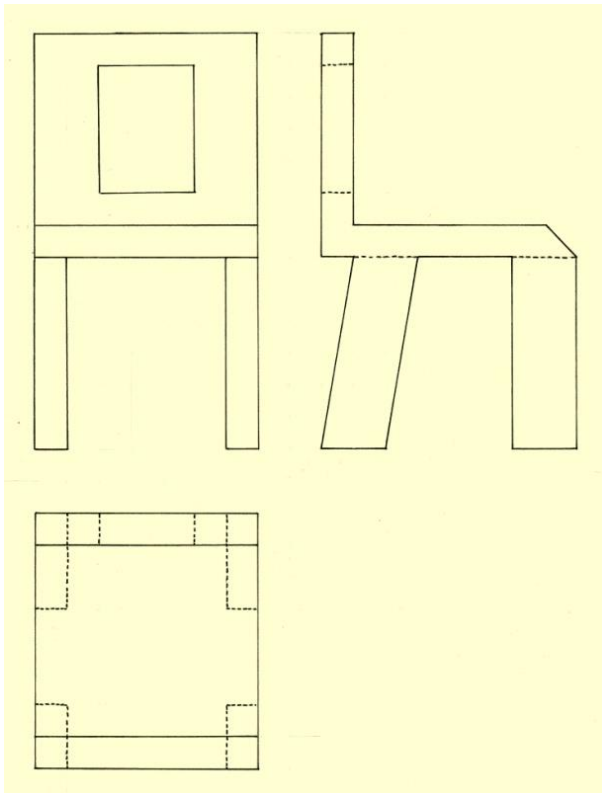


Figura 185: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro.

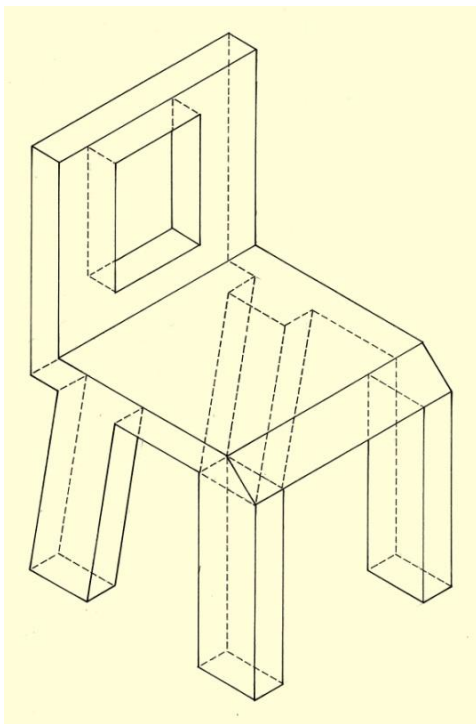


Figura 186: perspetiva isométrica.

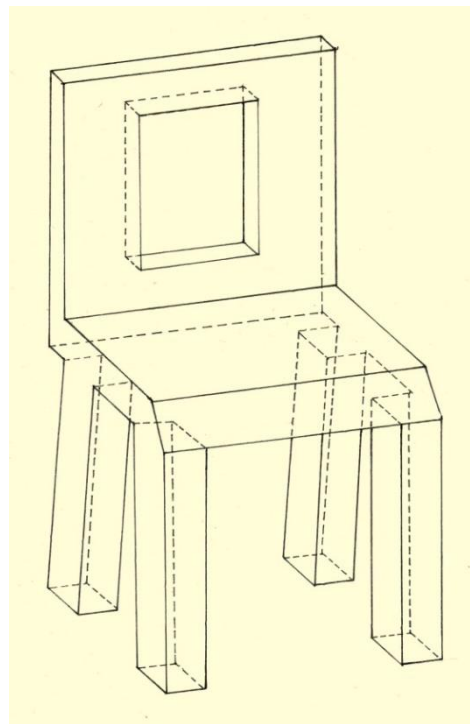


Figura 187: perspetiva dimétrica.

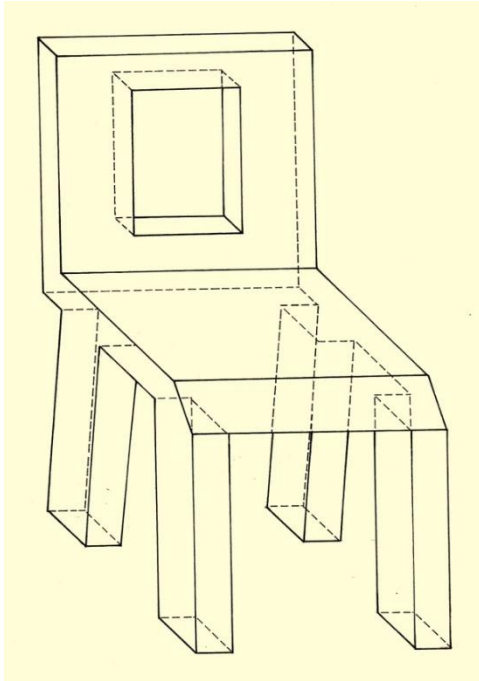


Figura 188: perspectiva cavaleira.

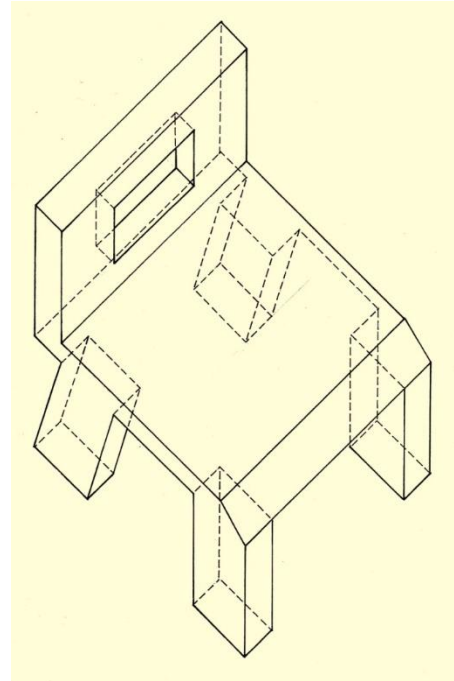


Figura 189: perspectiva isocavaleira.

Série 14: execução de desenhos no método triédrico

Representar em método triédrico objetos dados em perspectiva cilíndrica. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva dimétrica (figura 190).

Objetivo:

Representar em método triédrico esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino

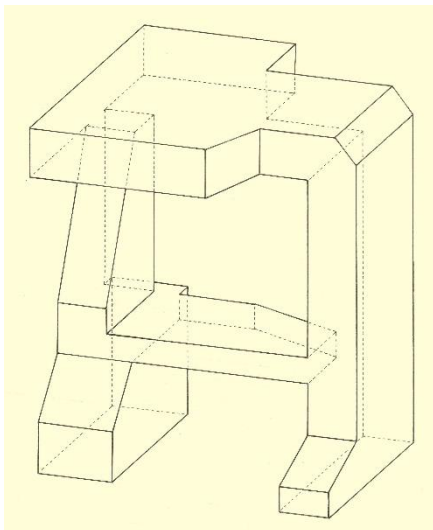


Figura 190: Objeto representado em perspectiva dimétrica.

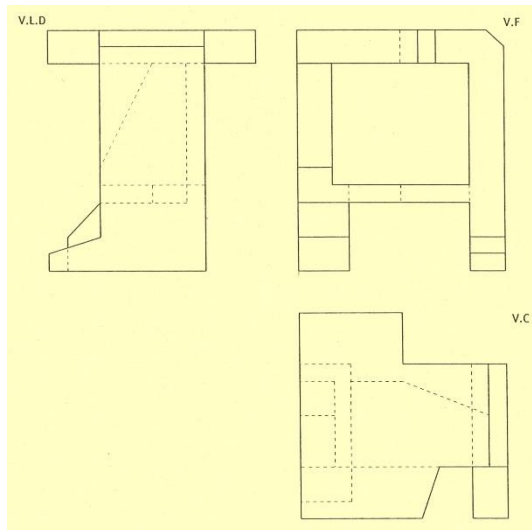


Figura 191: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 192).

Objetivo:

Representar em método triédrico esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas visíveis: traço interrompido fino

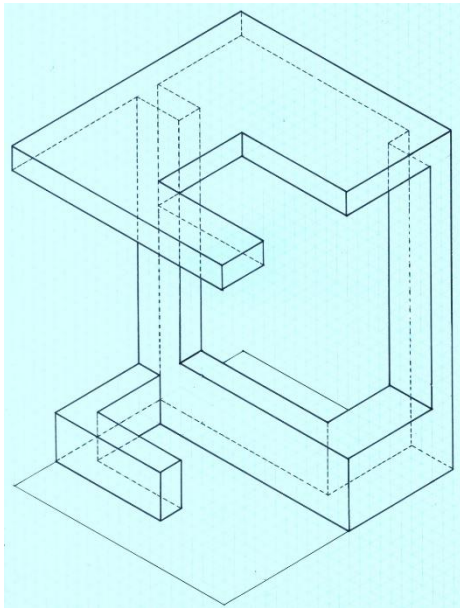


Figura 192: Objeto representado em isométrica.

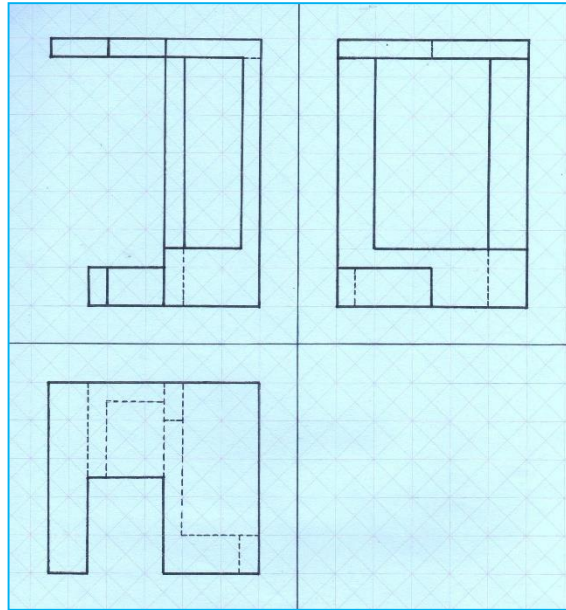


Figura 193: Objeto representado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 20

O método europeu ou método do 1º diedro



Figura 194: “psicografia do delírio”, 2003, José Mário.

20.1. Nota prévia

O método europeu, não é totalmente desconhecido dos estudantes. Tal como já referimos foi, ainda que superficialmente, estudado e aplicado em alguns exercícios no 9º ano. Se alguns dos estudantes ainda têm uma vaga ideia deste método, outros há que de pouco ou nada se lembram. Apesar disso, após iniciarmos o seu estudo, todos os estudantes acabam por se recordar que neste método, a representação de um dado objeto é constituída pelas suas seis vistas cuja disposição obedece às convenções de projeção do 1º diedro.

Sendo um método do 1º diedro, o modo como se opera a projeção das suas vistas, é por regra de fácil compreensão para os estudantes cujo estudo do método diédrico se baseou essencialmente na resolução de exercícios com figuras situadas no 1º diedro. Este método é por nós algumas vezes usado na leitura, interpretação e representação de objetos mais complexos, inteiros e seccionados, nas suas posições naturais.

20.2. Generalidades. Caraterísticas

Como o método europeu é um método do 1º diedro, as seis vistas ocupam posições convencionadas, sendo portanto desnecessário nomeá-las no desenho. As vistas devem obrigatoriamente ocupar as seguintes posições:

- A vista de frente ou frontal anterior ao centro;
- À sua esquerda fica a vista lateral direita, à sua direita a vista lateral esquerda;
- À direita da vista lateral esquerda fica a vista de trás ou frontal posterior;
- Por cima da vista de frente, fica a vista de baixo ou vista inferior, por baixo fica a vista de cima ou vista superior.

Há uma caraterística que apesar de óbvia, convém sempre referir, e que normalmente é de grande ajuda para os estudantes:

- As seis vistas formam três pares de simetrias.

Assim, a vista anterior é simétrica da vista posterior, segundo um eixo de simetria vertical, a vista superior é simétrica da vista inferior segundo um eixo de simetria fronto-horizontal, e a vista lateral esquerda é simétrica da vista lateral direita segundo um eixo de simetria vertical. Isto implica que o número de arestas de cada um destes pares de vistas seja exatamente o mesmo. Há que ter contudo atenção, pois neste jogo de simetrias, algumas das arestas visíveis passam a invisíveis e vice-versa, enquanto outras permanecem no mesmo registo.

Nos exercícios que executamos continua a não ser relevante a distância a que se colocam as vistas dos eixos coordenados. Essa distância não pode é ser nula, caso contrário corre-se o evidente risco de confundir as vistas. O que realmente interessa neste tipo de representações é que o desenho forneça todos os dados relativos às dimensões do objeto representado.

Dispondo de seis projeções ortogonais a informação que obtemos quanto à forma dos objetos representados é sempre, ou na maioria das vezes, a suficiente para que o possamos entender. De facto há casos de objetos que são tão complexos que é ainda necessário recorrer a outras vistas secundárias e a secções rebatidas para que o seu entendimento fique completo. Dado que o grau de complexidade formal dos objetos por nós utilizado nunca é extremamente elevado, só mesmo nalguns casos especiais é que recorreremos às seis vistas. Eventualmente desenhamos as seis vistas para poder oferecer mais informação quando as três vistas são ou parecem ser insuficientes, mas normalmente é para puro treino, isto é, apesar de as três vistas serem suficientes, acrescentam-se as outras três simplesmente para praticar a execução desse tipo de representação.

20.3. Leitura e interpretação de desenhos no método europeu

As metodologias a aplicar no processo desenvolvimento da capacidade de leitura, interpretação e execução de desenhos no método europeu são basicamente as já

anteriormente referidas para todo e qualquer método de projeção ortogonal por vistas. Isso é uma coisa que os estudantes constatarem de imediato, portanto quanto a leitura e interpretação não há assim nada de relevante a acrescentar ao que já lhes foi explicado anteriormente relativamente aos métodos de dupla e tripla projeção ortogonal. Os exercícios previstos obedecem à mesma lógica, é dada uma imagem de um objeto em método europeu e pede-se ao estudante que o represente numa das perspectivas cilíndricas estudadas. Quanto à representação é necessário dar-lhes alguns tópicos.

20.4. Execução de desenhos no método europeu



Figura 195: Distribuição das seis vistas em método europeu.

Na execução de qualquer representação em método europeu sugerimos aos estudantes que devem criar uma grelha que divide a folha em seis áreas distintas, as quais serão ocupadas pelas seis vistas do objeto a representar. Cada vista ocupa obrigatoriamente um lugar específico nessa grelha logo é necessário atribuir espaço suficiente para que a vista possa ser desenhada nele. Num desenho esquemático realizado no quadro mostramos como ficam organizadas essas vistas e qual a razão de ser dessa organização, (figura 185). Também fazemos desenhos mais detalhados explicando o modo como o objeto se projeta no cubo envolvente, e como este se abre e se planifica. Esta explicação ajuda a compreender a razão de ser da grelha apresentada.

No exercício que escolhemos para explicar o procedimento mais lógico a seguir na aplicação do método europeu, voltamos a utilizar o mesmo objeto utilizado quando fizemos a representação em método diédrico e triédrico.

Tal como já foi aconselhado relativamente ao método triédrico, também neste caso é importante que os estudantes reconheçam que há todo o interesse em começar por desenhar a vista de frente, já que esta, como facilmente podem constatar no processo de construção do desenho, é a vista que vai ajudar a organiza-lo, isto é, o desenho é organizado em função da vista frontal pois a partir dela podem ser traçadas as linhas que vão definir alturas e larguras (figura 196).

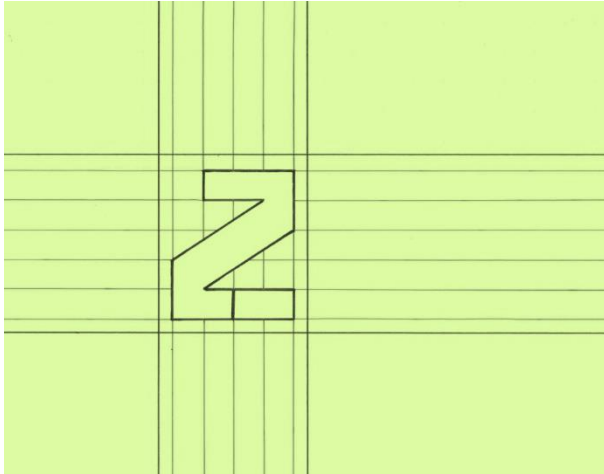


Figura 196: Vista frontal.

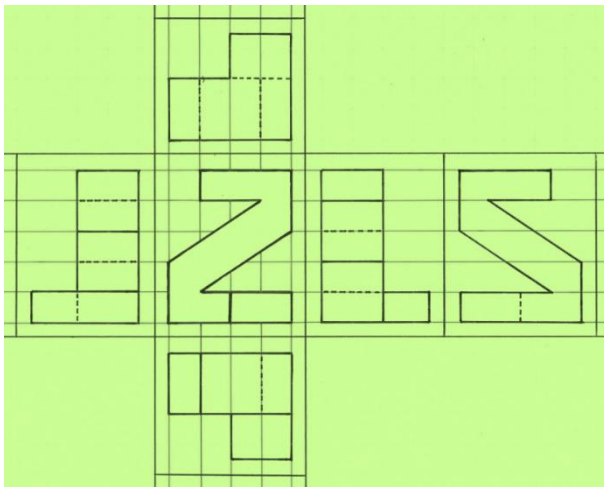


Figura 197: As seis projeções em método europeu.

A partir da largura da vista de frente define-se a largura da vista de cima e da vista de baixo. Define-se também a altura das duas vistas laterais, esquerda e direita, bem como da vista de trás. Temos verificado que é uma grande ajuda na resolução destes exercícios, o conhecimento que os estudantes adquiriram quanto às relações de simetria entre os pares de vistas, pois permite de imediato ter a noção exata das suas linhas de contorno aparente. (figura 197).

20.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método europeu

Série 15: leitura e interpretação de desenhos no método europeu
Representar em perspetiva cilíndrica objetos dados em método europeu.
Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto em método europeu (figura 198).

Objetivo:

Representar em perspetiva cilíndrica esse mesmo objeto.

O objeto deve ser representado em perspetiva isométrica, perspetiva dimétrica, perspetiva cavaleira e perspetiva isocavaleira.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

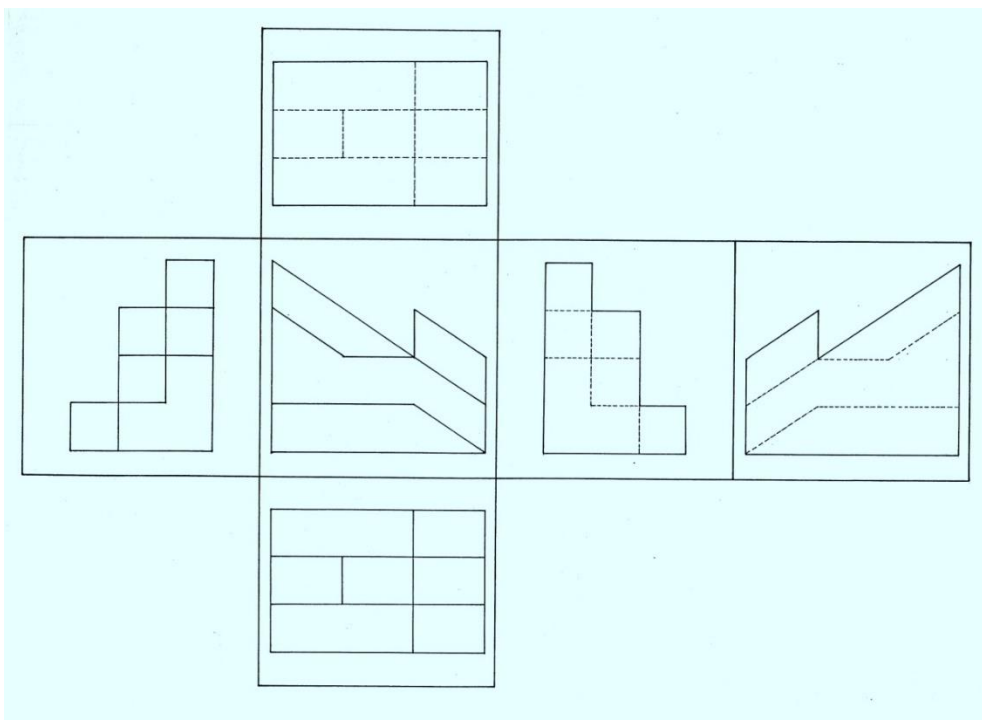


Figura 198: Objeto representado em método europeu.

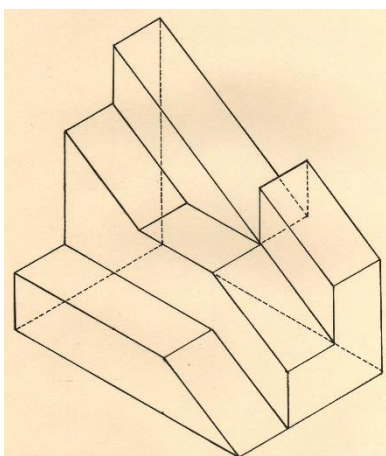


Figura 199: Perspetiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

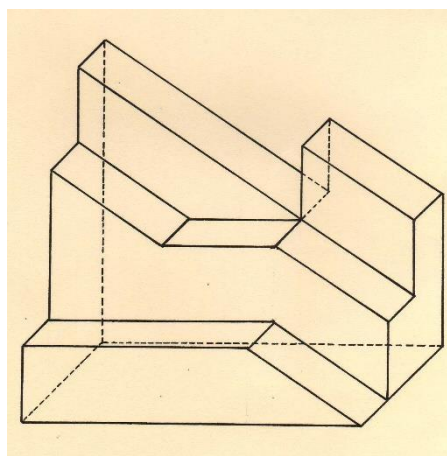


Figura 200: Perspetiva cavaleira (resolução apresentada o por um estudante).

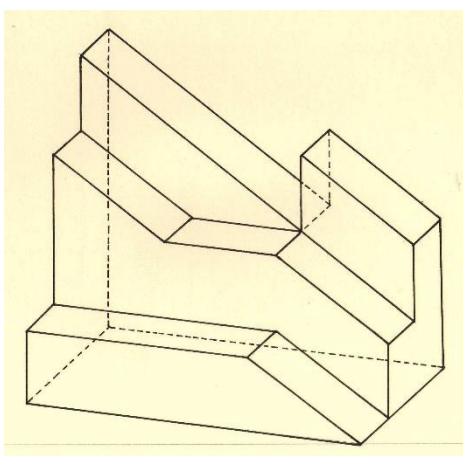


Figura 201: Perspetiva dimétrica (resolução apresentada por um estudante).

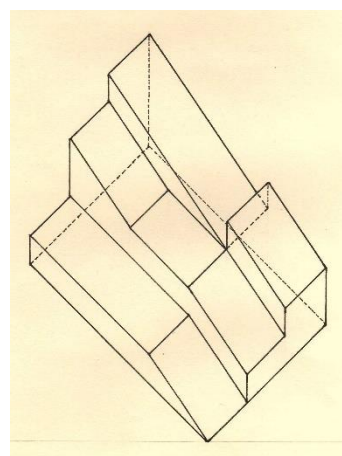


Figura 202: Perspetiva isocavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Série 16: execução de desenhos no método europeu

Representar em método europeu objetos dados em perspectiva cilíndrica. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva cavaleira (figura 203).

Objetivo:

Representar em método europeu esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

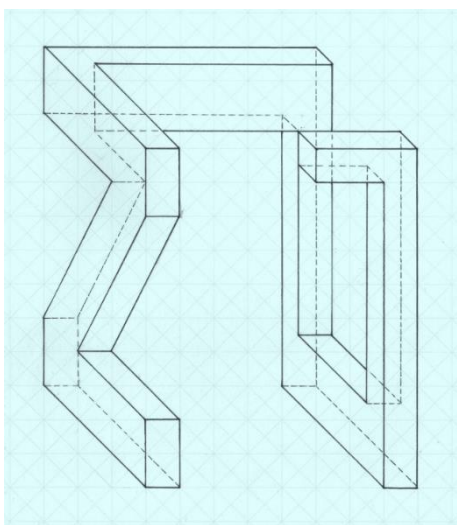


Figura 203: Objeto representado em perspectiva cavaleira.

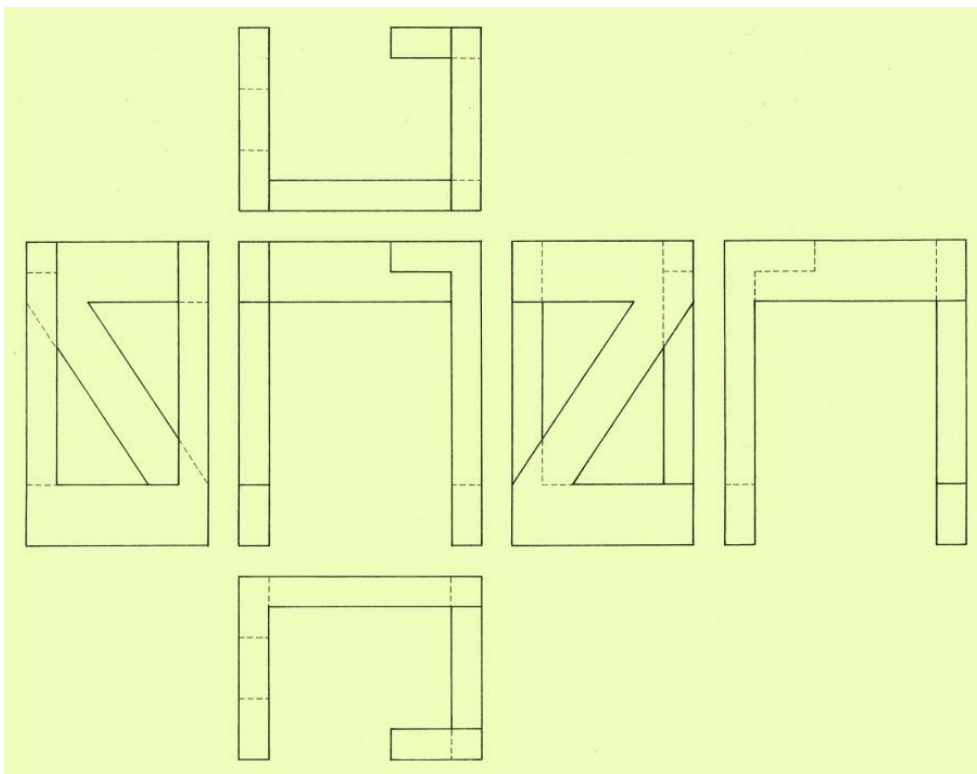


Figura 204: Objeto dado representado em método europeu (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 21

O método americano ou método do 3º diedro



Figura 205: "upsidedown", 2007, José Mário.

21.1. Nota prévia

O que anteriormente foi dito para o método europeu pode também ser dito para o método americano. Este método não é desconhecido dos estudantes, foi seguramente mencionado e provavelmente aplicado em alguns exercícios no 9º ano. Mesmo tendo em conta que a memória relativa a este método não seja a mais clara, quando iniciamos o seu estudo verificamos que todos os estudantes conseguem de imediato compreender o modo como se projetam as suas seis vistas. O método americano é muitíssimo semelhante ao método europeu. O número de vistas é o mesmo e as vistas são iguais, a única coisa que se altera é a sua posição relativamente umas às outras. Curiosamente, verificamos também, que, por essa mesma razão, pela sua semelhança, surgem algumas vezes confusões na colocação das vistas na grelha organizadora e até mesmo no nome dado às vistas, confundindo especialmente as vistas laterais.

21.2. Generalidades. Caraterísticas

O método americano é também chamado de método do 3º diedro visto que a posicionamento das vistas segue a lógica convencionada para a representação no terceiro diedro. Sendo um método do 3º diedro, as vistas devem obrigatoriamente ocupar certas posições:

- A vista de frente ou vista anterior ao centro;
- À sua esquerda fica a vista lateral esquerda, à sua direita a vista lateral direita;
- À esquerda da vista lateral esquerda fica a vista de trás ou vista posterior;
- Por cima da vista de frente, a vista de cima ou vista superior e por baixo a vista de baixo ou vista inferior.

Da nossa experiência sabemos que é absolutamente necessário frisar que nos métodos europeu e americano, as vistas de mesmo nomes são rigorosamente iguais, a única diferença consiste nas posições que ocupam nas respetivas grelhas. Pode parecer desnecessário ter que remarcar esta questão, mas não é bem assim. Apesar de ser óbvio que as vistas com o mesmo nome sejam iguais, na prática muitos estudantes confundem-se. Já observamos muitos desenhos em que essa confusão é evidente.

21.3. Leitura e interpretação de desenhos no método americano

As metodologias a aplicar no processo ensino/aprendizagem, para desenvolvimento da capacidade de leitura, interpretação de desenhos do método americano são as já anteriormente referidas para todo e qualquer método de projeção ortogonal por vistas, portanto normalmente não há nada a acrescentar ao que já dissemos em aulas anteriores.

21.4. Execução de desenhos no método americano

Quanto à representação também pouco mais há a acrescentar ao que já foi dito para o método europeu.



Figura 206: Distribuição das vistas em método americano.

Na execução de qualquer representação em método americano os estudantes devem igualmente começar por criar uma grelha. Com a experiência anterior que tiveram, acham este procedimento bastante lógico e ao dividirem a folha em seis áreas distintas já sabem que estas serão ocupadas pelas seis vistas do objeto a representar, e que cada vista ocupa obrigatoriamente um lugar específico nessa grelha. Ao colocarmos os nomes em cada uma das divisões da grelha os estudantes verificam que a única diferença entre o método americano e o método europeu consiste, como já foi explicado, na disposição das 6 vistas na grelha (figura 206).

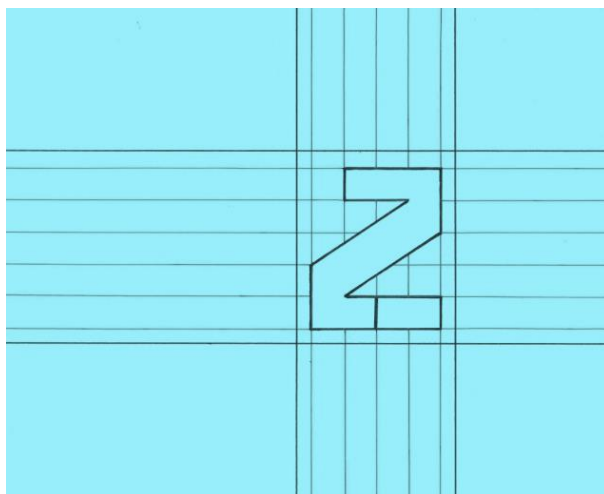


Figura 207: Vista de frente do objeto dado.

Tal como já aprenderam relativamente ao método europeu, os estudantes conseguem deduzir que também no caso do método americano devem iniciar a representação pela vista frontal, pois logicamente todo o desenho será organizado em relação a esta vista com o traçado das linhas que definem alturas e larguras (figura 207).

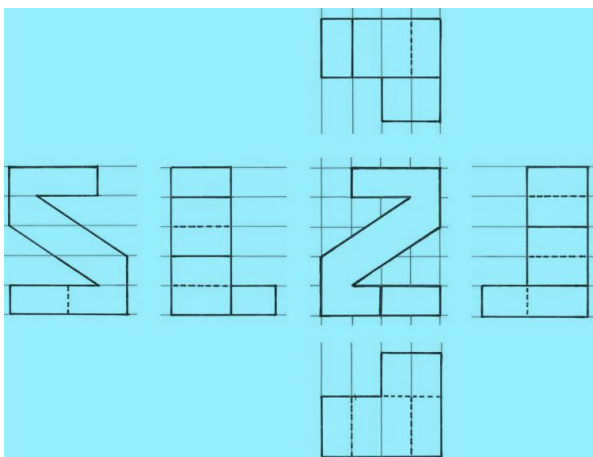


Figura 208: Objeto representado pelas suas seis vistas em método americano.

A partir da largura da vista de frente define-se a largura da vista de cima e da vista de baixo, e a altura das duas vistas laterais, e da vista de trás (figura 208). Tal como no método europeu verificam-se as mesmas relações de simetria entre as vistas: vista de frente com vista de trás, vista de cima com vista de baixo e vista direita com vista esquerda.

21.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método americano

Série 17: leitura e interpretação de desenhos no método americano

Representar em perspetiva cilíndrica objetos dados em método americano

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto em método americano (figura 209).

Objetivo:

Representar em perspetiva isométrica esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

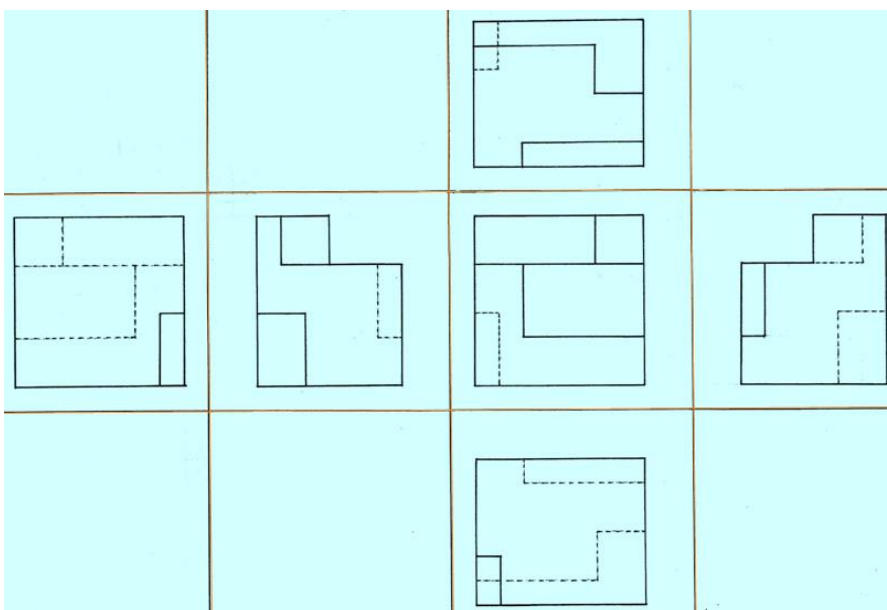


Figura 209: Objeto representado em método americano.

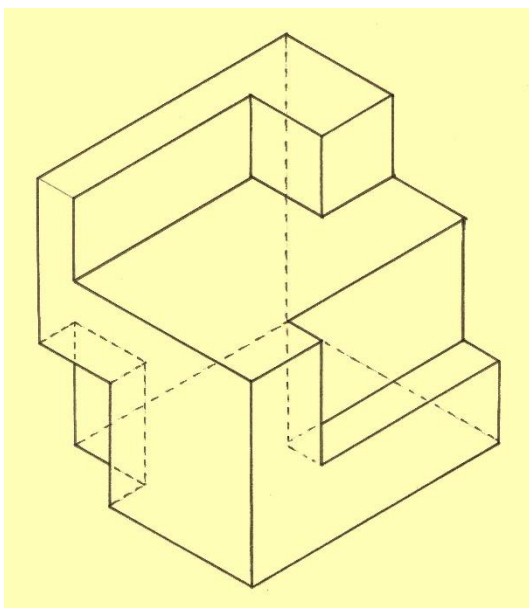


Figura 210: Objeto dado representado em perspectiva isométrica (resolução apresentada por um estudante).

Série 18: execução de desenhos no método americano

Representar em método americano objetos dados em perspectiva cilíndrica. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 211).

Objetivo:

Representar em método americano esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

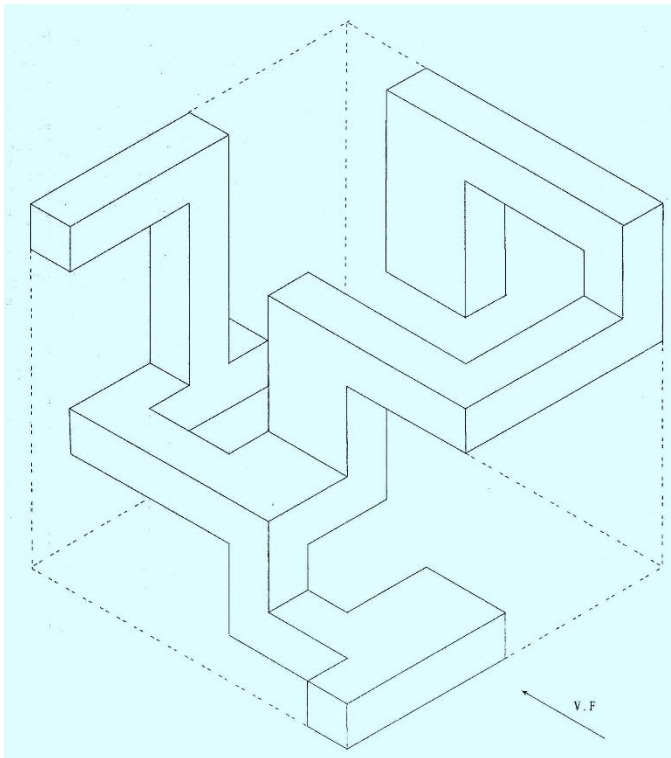


Figura 211: Objeto representado em perspectiva isométrica.

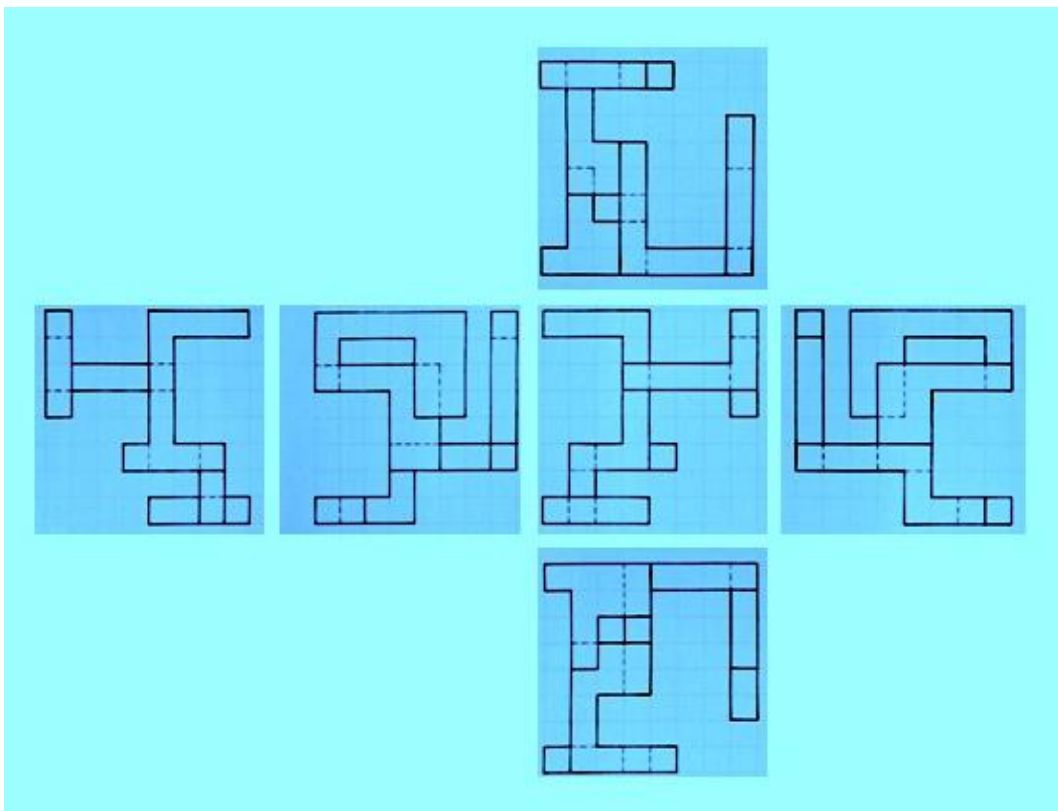


Figura 212: Objeto representado pelas suas seis vistas em método americano (resolução apresentada por um estudante).

Lição nº 22

Método das vistas deslocadas das suas posições
convencionadas ou método das flechas referenciadas



Figura 213: “trás-os-montes”, 1997, José Mário.

22.1. Nota prévia

É muito raro encontrar algum estudante que já tenha ouvido falar do método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas. Provavelmente este método não é sequer mencionado quando se abordam os métodos de múltipla projeção ortogonal no 3º ciclo. Como no programa da unidade curricular este método é estudado após os métodos do 1º e do 3º diedro, verificamos que os estudantes não têm qualquer dificuldade em entender a sua aplicação. Acontece mesmo que, talvez pelo facto de não obedecer a uma convenção, seja o preferido de alguns dos estudantes, pois nunca correm o risco de se enganarem na posição das vistas, já que estas podem ocupar qualquer posição. As vistas não têm posições predefinidas.

22.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Não há muito a referir quanto ao método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas. Tal como o nome indica, é um método em que as vistas não são colocadas em posições que obedecem a uma convenção, tal como acontece nos métodos europeu ou americano. As seis vistas não são representadas em posições específicas derivadas de uma regra própria de um determinado processo de projetar. As vistas são representadas segundo a lógica que o desenhador muito bem entender. Atendendo à ausência de uma regra e à enorme versatilidade deste método, é indispensável que as vistas estejam sempre devidamente referenciadas, daí o nome de método das flechas referenciadas.

22.3. Leitura e interpretação de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

Quanto a leitura e interpretação, atendendo a que não há propriamente uma ordem, é necessário prestar atenção ao nome das vistas para que possam ser conjugadas corretamente.

22.4. Execução de desenhos método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

Quanto à execução, o desenho pode ser começado e posteriormente organizado sem que haja propriamente uma regra prévia a seguir. Em princípio não faz qualquer sentido começar por uma ou por outra vista em particular. Normalmente a distribuição das vistas é ditada pelo aproveitamento do espaço disponível para desenhar, ou a algum tipo de equilíbrio estético que se ache conveniente.

22.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

Série 19: leitura e interpretação de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

Representar em perspetiva cilíndrica objetos dados no método das vistas referenciadas.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas (figura 214 a, 214b).

Objetivo:

Representar em perspetiva cavaleira esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

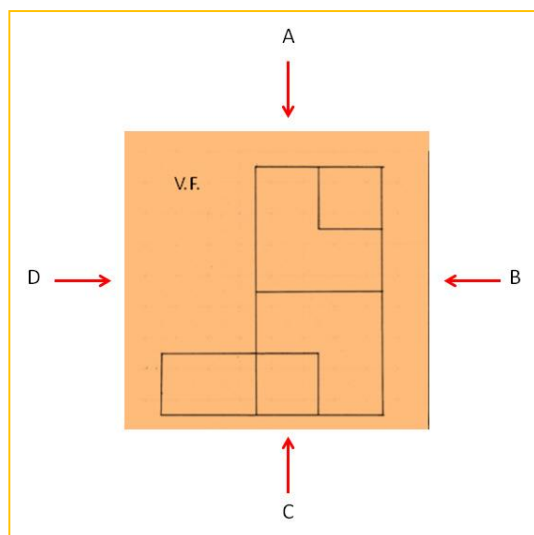
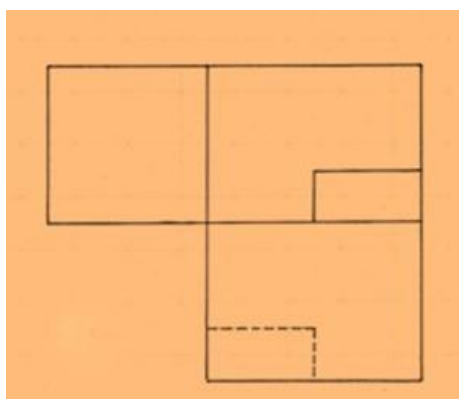
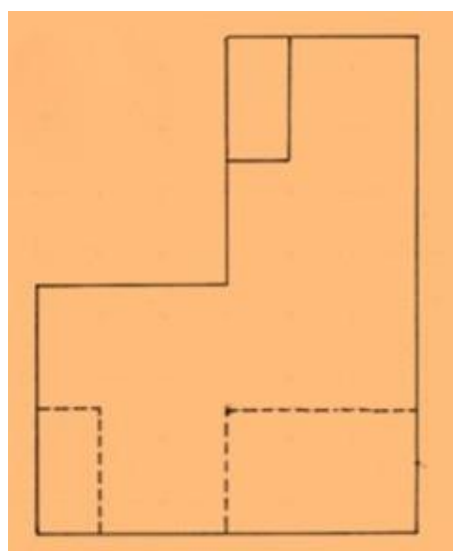


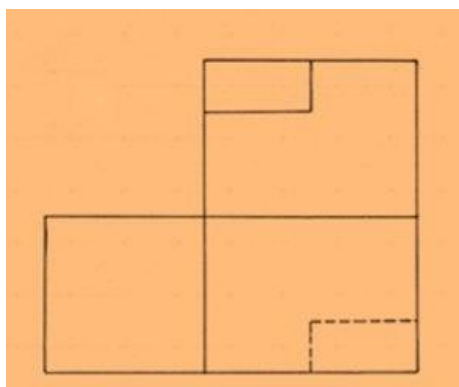
Figura 214a: objeto representado pelo método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas.



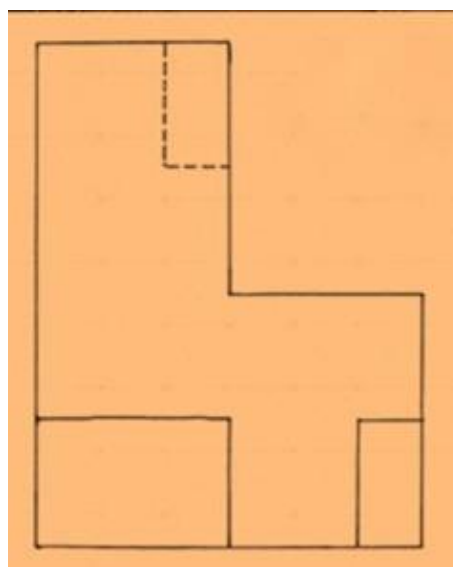
A



B



C



D

Figura 214b: objeto representado pelo método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas ou método das flechas referenciadas.

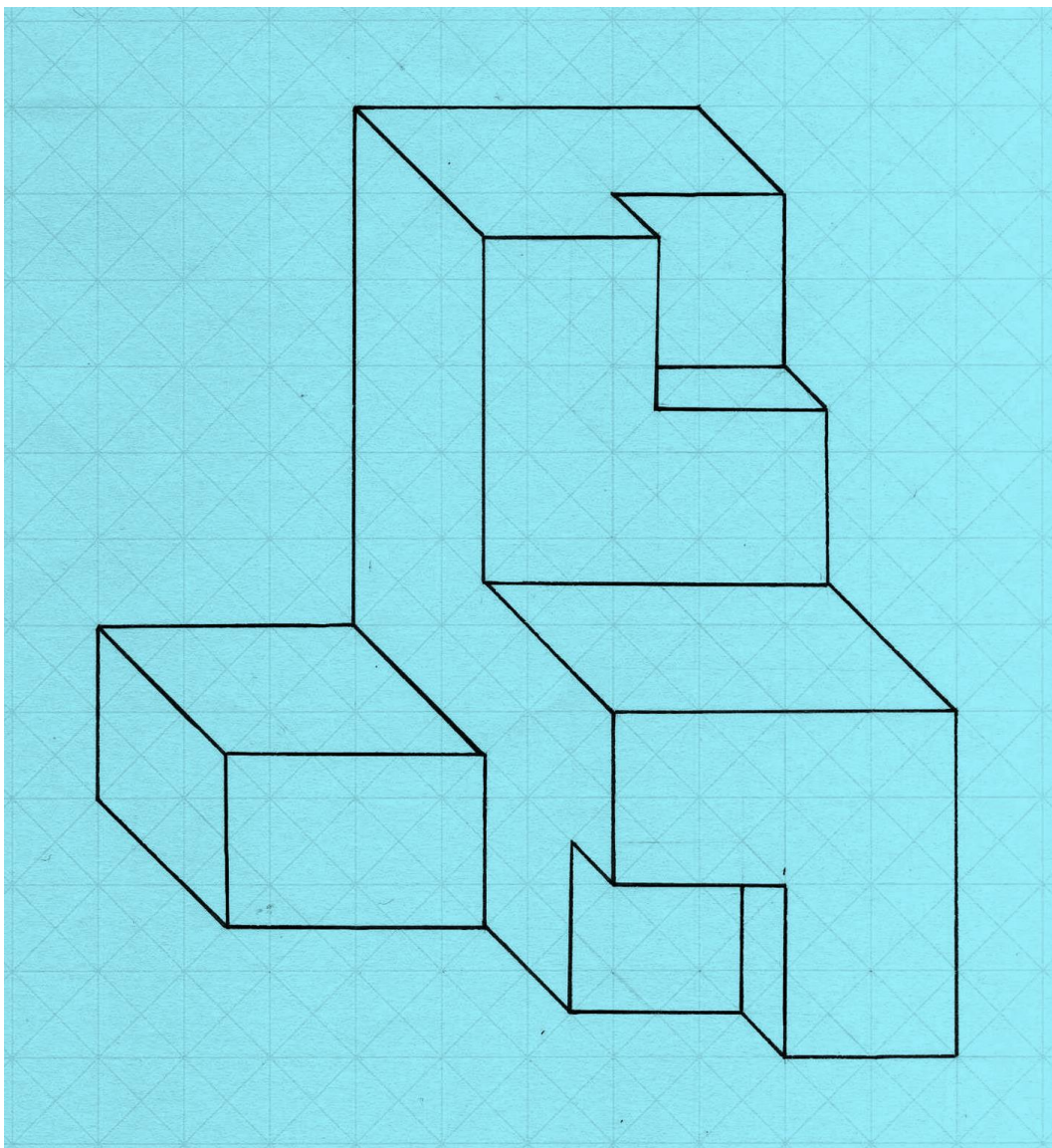


Figura 215: O mesmo objeto representado em perspectiva cavaleira (resolução apresentada por um estudante).

Série 20: execução de desenhos no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas

Representar no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas objetos dados em perspectiva cilíndrica. Abaixo seguem alguns exemplos deste tipo de exercícios.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica.

São visíveis as vistas de frente, de cima e lateral esquerda (figura 216).

Objetivo:

Representar no método das vistas referenciadas esse objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

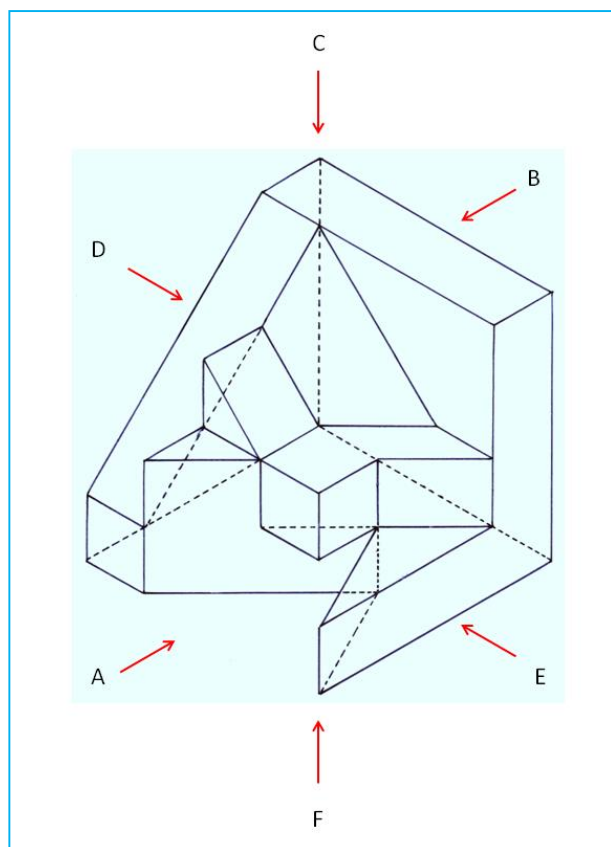


Figura 216: Objeto representado em perspectiva isométrica.

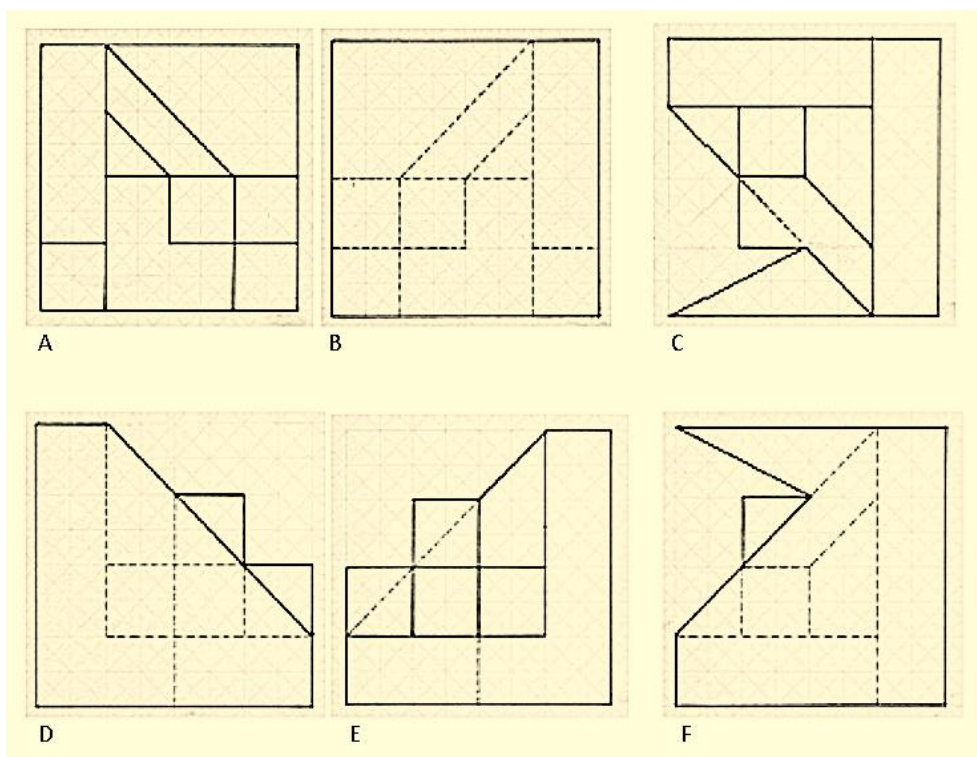


Figura 217: Objeto representado no método das vistas deslocadas das suas posições convencionadas (resolução apresentada por um estudante).

Legenda:

A: vista de frente B: vista de trás C: vista de cima
D: vista esquerda E: vista direita F: vista de baixo

Como é evidente não há propriamente uma solução única para este tipo de exercícios. O modo como as vistas são distribuídas e organizadas não tem que obedecer a qualquer modelo. Esta é uma solução possível, a começar pela própria atribuição da vista de frente. Notamos que nos poucos exercícios que fazemos neste método os estudantes procuram sempre estabelecer uma lógica de pares. Seja lá qual for a solução dada, é sempre indispensável identificar as vistas.

22.6. Nota de final de capítulo

Chegados ao fim deste capítulo os estudantes já perceberam que estes métodos são todos parecidos, já compreenderam que por exemplo uma vista de cima é igual em todos eles. De facto a única coisa a memorizar é o número de vistas e a sua disposição relativamente umas às outras. Nos exercícios finais de revisão quando damos uma imagem num dos métodos, apesar de não o identificarmos, os estudantes reconhecem-no.

Como resultado da aprendizagem dos métodos de projeção ortogonal os estudantes devem ter adquirido a capacidade para os reconhecer e identificar a todos, pelas características próprias das suas imagens. Devem também ser capazes de interpretar essas imagens, de compreender processos de as representar e de saber pô-los em prática. Devem ainda compreender que apesar destas representações não serem exatamente aquelas que oferecem uma visão mais aproximada da tridimensionalidade do objeto, são contudo muito boas no que diz respeito ao acesso direto às suas medidas reais. Devem finalmente refletir e avaliar quais as vantagens, desvantagens da aplicação destes métodos.

A partir dos resultados obtidos em exercícios tipificados, concluímos que apesar da interpretação de imagens de objetos dados pelas suas vistas, e o seu correto entendimento serem sempre problemáticos, a maioria dos estudantes consegue reconhecer, distinguir, e realizar imagens nos métodos de projeção ortogonal.

Capítulo 4

Métodos auxiliares



Figura 218: "psico", 2007, José Mário.

Lição nº 22
Métodos Auxiliares

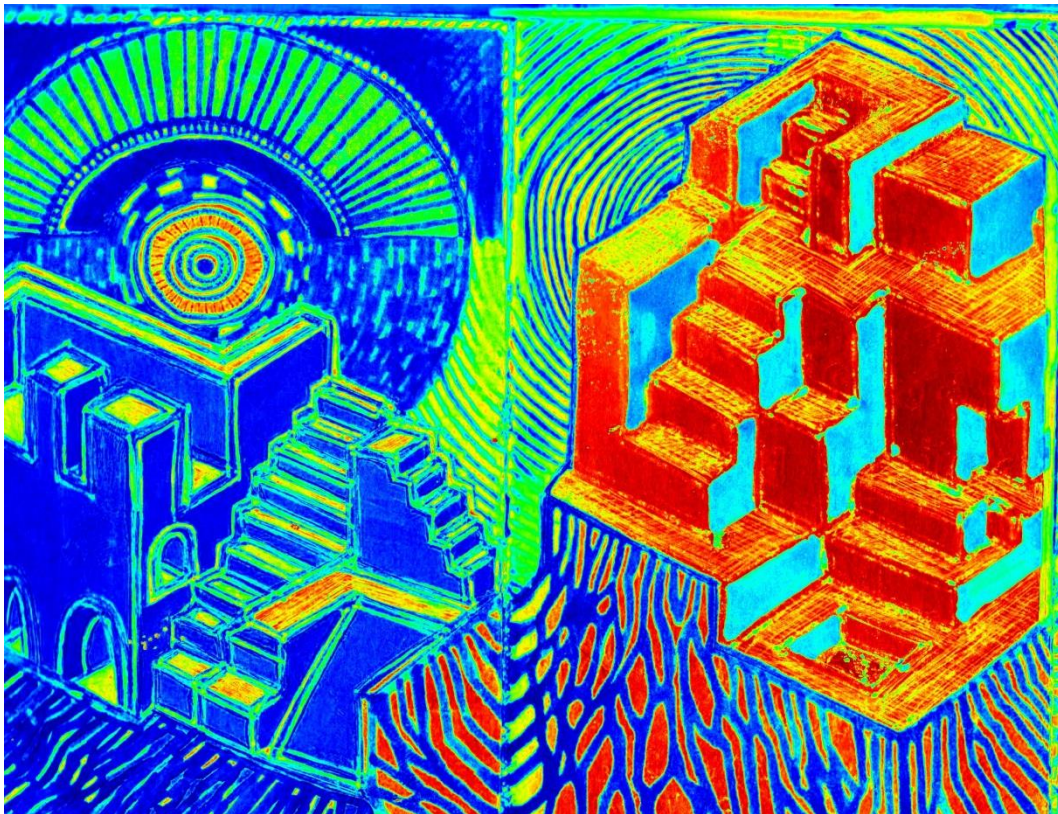


Figura 219: “bipolar”, 2014, José Mário.

23.1. Introdução

Métodos auxiliares ou métodos complementares, são todos aqueles que, quando necessário, conjugados com os métodos de representação, permitem resolver situações que de outro modo seriam irresolúveis. São métodos ou técnicas que permitem explicar convenientemente o que poderia ter ficado mal explicado, fornecendo conhecimentos mais particulares e pormenorizados de um dado objeto, que muitas das vezes são fundamentais e imprescindíveis para o entendimento do mesmo. Permitem ainda a superação de algumas das dificuldades que ocorrem na prática projectual, quer em questões de visualização, quer em questões de cálculo, quer até em questões relacionadas com a própria conceção e funcionalidade. Alargam o campo de possibilidades de representação e materialização de ideias, pelo alargamento dos horizontes dentro desta área específica. Acrescentam informação que vem a melhorar a representação quer em termos gráficos/estéticos, quer em termos gráficos/semânticos, isto é são métodos que superlativam o desenho em significativo e em significado.

O atual programa da unidade curricular de geometria e projeção prevê o estudo dos seguintes métodos:

- cortes e secções, muitas vezes associados a rebatimentos e mudanças de diedro;
- perspectiva explodida;
- rotações em perspectiva cilíndrica;
- reflexos em perspectiva cilíndrica;
- interseções e reuniões de polígonos, de polígonos com sólidos e de sólidos;
- planificações;
- sombras.

Lição nº24
Cortes e secções



Figura 220: “metamorfose”, 2007, José Mário.

24.1. Nota prévia

A matéria dos cortes e secções é dada atualmente no 11º ano do ensino secundário. É uma matéria que aí se resume à determinação das figuras de secção ou do corte produzidos por quaisquer tipos de planos em sólidos geométricos ditos clássicos, isto é, em cubos, paralelepípedos, prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas, no método diédrico. Sabemos pela nossa experiência docente que alguns dos estudantes, apesar de na devida altura achar essa matéria relativamente fácil de visualizar e executar, já a esqueceu parcialmente visto que, quando a aprendeu, se limitou a memorizar um processo de execução, os passos a dar para obter um resultado final. Provavelmente não compreendeu a razão de ser desses mesmos passos nem qual a finalidade da operação apesar de ter diante de si um resultado final.

Consideramos importante que os estudantes, no seu processo de aprendizagem, compreendam a razão pela qual, em determinadas circunstâncias devem optar pela execução de um tipo específico de corte que lhes resolvam um certo problema particular que lhes surja durante a elaboração de um projeto.

A questão mais técnica, que se prende com a execução em si, com os procedimentos a seguir para obter a imagem de que necessita para explicar ou calcular determinado pormenor, vem depois. Neste contexto, os estudantes, para além de simplesmente memorizar e resolver mecanicamente, são levados a entender porque são obrigado a pensar naquilo que estão a fazer. Temos ainda a considerar a questão dos modelos. Como modelos, estamos a referir-nos aos objetos em si, aos corpos sólidos que vão servir como material para a operação dos cortes. Como parte dos estudantes segue a via de design de produto ou interiores, é importante que alguns dos modelos deixem de ser os habituais sólidos geométricos clássicos e possam ser objetos que de algum modo se assemelhem a objetos do mundo real. Os conhecimentos relativos a cortes e secções aprendidos na unidade curricular de geometria e projeção são de igual modo, e como já deu para entender, aplicados na disciplina de projeto bem como na disciplina de desenho técnico.

24.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Apesar de sabermos que os estudantes, na sua grande maioria, já tiveram contacto com esta matéria, começamos sempre este tema com algumas noções básicas e fundamentais para que depois não haja alguns desentendimentos quanto ao que é pedido. Um corte é um processo que consiste em imaginar como fica formalmente uma peça após ter sido cortada por um ou vários planos combinados, e à qual foi retirada a parte situada entre o ponto de vista e esse ou esses planos. A parte que fica entre o observador e o plano secante ou plano de corte é virtualmente retirada de modo a que nada se interponha entre o observador e o que se pretende observar, para que se possam compreender a figura de secção e os pormenores internos até aí eram invisíveis ou ininteligíveis. Na figura 211 está representada uma xilogravura extraída do livro “*de re metallica*” de Georgius Agricola, considerado o pai da geologia como ciência, que pode ser entendida como um desenho técnico do século XVI, um corte que pretende ilustrar um processo de mineração utilizado pelos romanos nas ilhas britânicas.

À parte do sólido que se encontra para além plano secante, também se dá o nome de corte. O corte é não só o nome dado a uma técnica específica, mas também o nome dado à figura tridimensional resultante dessa técnica. A secção é a figura bidimensional que resulta da intersecção do plano de corte com o sólido.

Como sabemos Gaspard Monge foi o pai da geometria descritiva, mas na imagem abaixo, figura 212, Albrecht Dürer parece apresentar a dupla projeção de cone seccionado bem como a verdadeira grandeza dessa secção.



Figura 221: Xilogravura de Georgius Agricola, 1556.³²

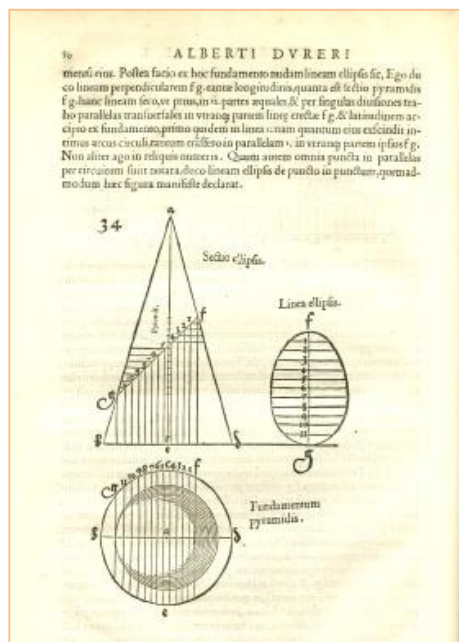


Figura 222. Secção cónica. Albrecht Dürer.³³

Há vários tipos de cortes. Cortes totais, meios-cortes, cortes parciais e cortes com planos sucessivos. Por regra, na prática, é sempre preferível utilizar planos secantes paralelos aos planos coordenados.

³² http://en.wikipedia.org/wiki/Cutaway_drawing

³³ http://www.maa.org/sites/default/files/images/cms_upload/0800809343079.jpg

Quando aplicamos um plano, de preferência devemos fazê-lo passar pelo eixo de simetria do objeto a ser cortado, se isso for possível, claro está. Normalmente usam-se planos frontais, planos de perfil e planos horizontais. Esta técnica é por nós realizada quer em perspectiva cilíndrica quer em projeção ortogonal por vistas. Na prática, em projeto, quando a representação é feita num destes métodos por vistas, a porção de sólido que é retirada não deve ser omissa em todas as vistas. De facto só numa das vistas, denominada vista cortada é que se faz essa omissão. A vista cortada é constituída pela secção e por tudo o que se vê para lá da secção.

Quanto à linguagem gráfica própria destes desenhos há a saber que a secção é usualmente assinalada a tracejado, mas há vários tipos de texturas convencionadas que podem ser aplicados para definirem de imediato o material ou materiais do objeto cortado. Existem tabelas não só de texturas mas também de cores para este efeito e podem ser consultadas em livros de desenho técnico. A secção deve ser delimitada por linha de contorno visível a traço contínuo grosso, em princípio é a linha mais destacada de todo o desenho. Devemos evitar as linhas de contorno invisível, pois podem criar ruído, complicando o desenho e dificultando a sua compreensão. Nos meios-corte aplica-se traço misto e nos cortes parciais aplica-se linha de fratura.

24.3. Leitura e interpretação de desenhos de cortes e secções

Como introdução a este tema, é imprescindível lembrar aos estudantes que representar um objeto pelas suas vistas ou em perspectiva cilíndrica, é, regra geral, quanto basta para que dele tenhamos a informação necessária e suficiente à compreensão da totalidade das suas formas. Porém, quando um objeto é mais complexo ou estranho, com reentrâncias, sobreposições e coincidências indesejáveis com muitas concavidades invisíveis, acontece que o desenho fica sobrecarregado de traçados interrompidos, tornando difícil ou equívoca a sua compreensão total, visto não explicar convenientemente alguns dos pormenores ocultos. Para resolver este tipo de problema podemos usar a técnica dos cortes e secções. Este é um dos métodos mais utilizado na linguagem gráfica convencional quando a imagem de que se dispõe não proporciona uma interpretação unívoca do objeto representado.

Os exercícios por nós escolhidos para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação, são constituídos por imagens de objetos cortados, quer em perspectiva cilíndrica quer em método triédrico. Estas imagens, de objetos comuns ou lúdicos, devem por regra, ser constituídos por pormenores e concavidades, os quais sempre acarretam na representação do objeto por inteiro, muitas arestas invisíveis que tornam o desenho confuso e difícil entendimento.

O objetivo é que o estudante constate que o corte vem facilitar a leitura dessas zonas mais saturadas, e que a secção permite ainda uma excelente compreensão de perfis e espessuras. Partindo da análise do corte, o estudante deverá ser capaz de compreender o objeto na sua totalidade. Por fim, se a imagem dada estiver em múltipla projeção ortogonal pedimos ao estudante que represente o objeto cortado em perspectiva cilíndrica, se a imagem estiver em perspectiva cilíndrica o objeto cortado deve ser representado numa outra variante de perspectiva cilíndrica.

Estes exercícios, para além de desenvolverem a capacidade de leitura e interpretação de desenhos de cortes e secções, reforçam a capacidade de leitura e interpretação de desenhos de grande densidade de linhas em perspectiva cilíndrica e tripla projeção ortogonal e a capacidade de execução de desenhos em perspectiva cilíndrica.

24.4. Execução de desenhos de cortes e secções

Apesar de já termos informado os nossos estudantes quanto às características gráficas que devem ter em conta caso necessitem de realizar um corte, muitas vezes, no contexto específico das nossas aulas, nos exercícios por nós concebidos para ensino/aprendizagem desta matéria exigimos-lhes que o representem de um modo diferente da regra. Para que não haja qualquer tipo de dúvidas quanto à razão de ser deste desvio da norma, esclarecemos que isto acontece porque nesses casos o nosso objetivo é que executem um desenho que revele a sua capacidade de entendimento de todo um processo. Certamente

não do modo que seria o escolhido se o objetivo do desenho fosse de um projeto que seguisse para uma linha de produção.

Por exemplo, na prática projectual, no desenho de um corte não é aconselhável representar arestas invisíveis, contudo nalguns dos desenhos por nós executados pedimos aos estudantes que as representem, porque o objetivo é confirmar se sabem quais são as arestas que continuariam invisíveis. De igual modo, sabemos que a parte “arrancada” não deve fazer parte do desenho de projeto, contudo em alguns dos nossos exercícios exigimos aos estudantes que a representem pois o objetivo é que tenham num só desenho a imagem da totalidade do objeto mas com dois tipos de traçado que distingam o que ficou, o corte, do que foi retirado. Por norma o plano secante deve passar por onde se julgue poder obter o máximo de informação possível quanto às partes interiores do objeto que possam ser de difícil ou impossível inteligibilidade na sua representação normal.

Em alguns dos exercícios que executamos, e tendo em conta que esta não é uma disciplina de projeto, nem sempre procuramos uma solução de caráter prático ou funcional, mas antes uma outra de caráter mais lúdico, na procura de uma forma curiosa. Para além de planos frontais, de perfil e horizontais, contudo, também realizamos cortes com planos verticais, de rampa, de topo ou oblíquos caso seja pertinente ou simplesmente pela estranheza,

Para a aplicação dos processos de realização de desenhos de cortes e secções, costumamos partir de um desenho técnico rigoroso previamente executado, em tripla projeção ortogonal ou em perspectiva cilíndrica³⁴. Sobre esse desenho decidimos qual o tipo de corte que vamos realizar, qual o tipo de corte mais adequado.

Habitualmente nunca escolhemos objetos muito complexos. Há pelo menos uma boa razão para esta opção, é que não estamos a criar um programa para estudantes de, por exemplo, engenharia mecânica, esta é uma escola cujos cursos são de artes e design com diferentes necessidades de conhecimentos e de competências em geometria.

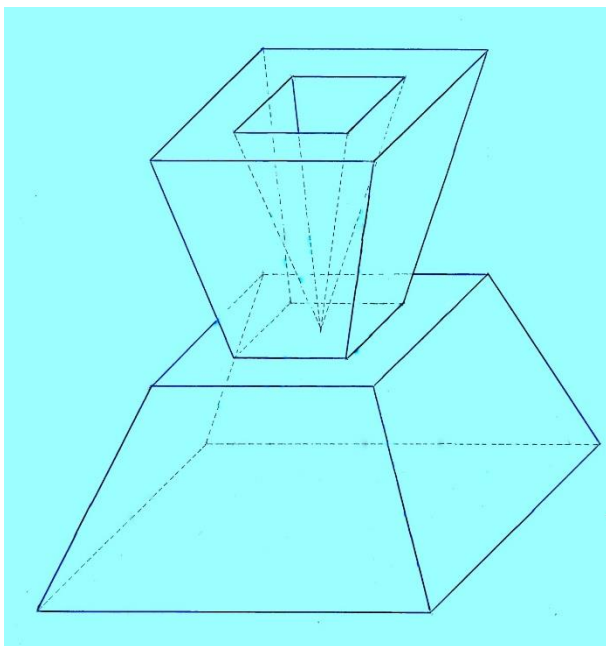


Figura 223: Objeto dado em perspectiva cavaleira.

No processo de realização de um corte em perspectiva cilíndrica começamos sempre com uma representação prévia do objeto a ser cortado.

³⁴Poder-se-á também optar por um desenho em perspectiva cónica para a execução de um Corte. Apesar de ser possível não é normalmente utilizado devido à sua excessiva complexidade. Não está prevista no programa da Unidade Curricular a realização de Cortes em perspectiva cónica Linear.

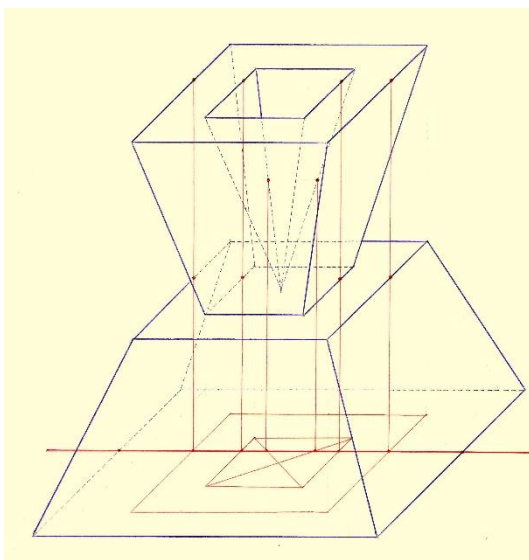


Figura 224: Determinação dos pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante com as projeções horizontais das arestas do objeto

Sobre a imagem do objeto que decidimos cortar, representamos o plano secante. Normalmente os planos secantes são projetantes os quais são definíveis por um único traço fundamental³⁵ no plano de projeção relativamente ao qual o plano secante é projetante, (Figura 214). Seguidamente determinamos os pontos de intersecção do traço fundamental do plano secante com as projeções das arestas do objeto nesse plano de projeção. Neste exemplo o plano secante é projetante horizontal, logo determinamos os pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante com as projeções horizontais das arestas do objeto. A partir dos pontos resultantes da intersecção do traço horizontal do plano com a projeção horizontal do objeto fazemos o levantamento dos pontos às suas respectivas cotas.

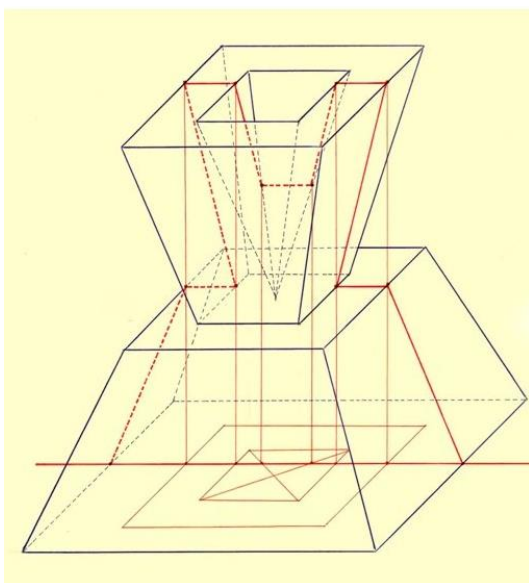


Figura 225: A secção produzida no objeto pelo plano secante.

A fase seguinte do processo é determinar a secção. Após o levantamento dos pontos às suas cotas devemos uni-los convenientemente de modo a determinarmos a figura de secção. Quando o objetivo do exercício é simplesmente determinar a figura de secção, devemos tomar em conta quais as partes da secção que são visíveis e quais as que são invisíveis, e o exercício fica terminado (figura 225).

³⁵ Criamos este termo por duas razões: primeiro porque de facto esse traço é o mais importante num plano projetante, e segundo por uma questão meramente prática de facilitar a exposição da matéria.

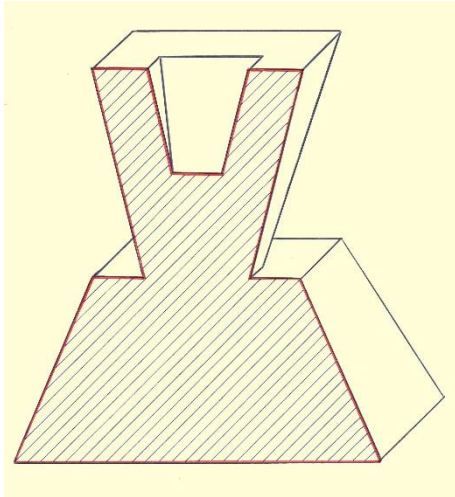


Figura 226: O corte.

Quando o objetivo do exercício é determinar o corte, é necessário imaginar que se retira toda a porção de objeto situada entre o observador e o plano secante, e representamos unicamente o que se encontra situado para além da secção. Quando realizamos o corte sobre o mesmo papel onde foi feito o desenho original deve o corte ser posto em destaque com um tipo de linha que permita distingui-lo da parte que foi “arrancada”. A área da figura de secção passa a ser visível e deve ser assinalada com uma trama. Normalmente usa-se tracejado a 45°, mas tal como já sabemos, podemos usar outros tipos de tramas, pois há uma série delas específicas para identificação de diferentes materiais. O contorno da figura de secção deve ser a linha mais forte de todo o desenho, (figura 226).

No exemplo que damos representamos o corte num papel à parte, o que é sempre desejável para evitar que haja qualquer tipo de confusão. Pode para o efeito ser utilizado papel de engenharia sobreposto ao desenho original.

O processo de realização de um corte num dos métodos de múltipla projeção ortogonal é de algum modo semelhante ao processo em perspetiva cilíndrica.

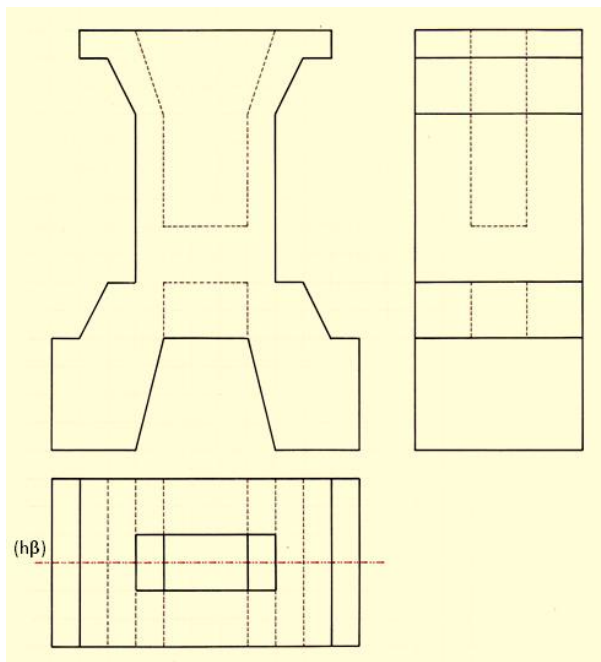


Figura 227: Representação das três vistas do objeto e do traço horizontal do plano secante.

Também neste caso começamos por fazer uma representação do objeto a ser cortado, decidimos qual o tipo de plano de corte e por onde passa.

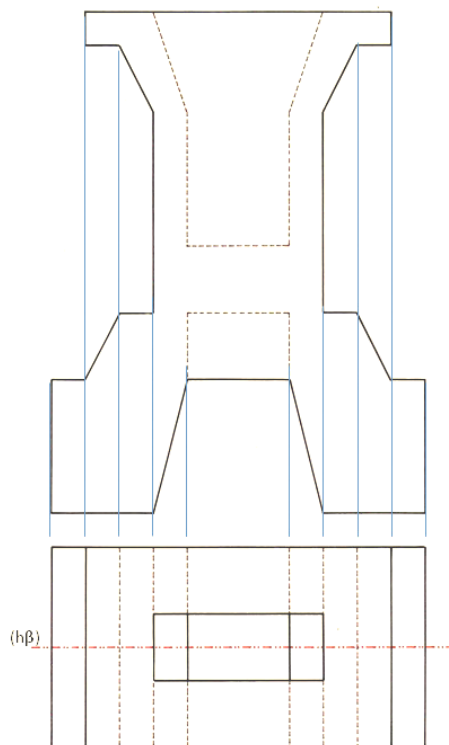


Figura 228: Determinação dos pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante com as projeções horizontais das arestas do objeto.

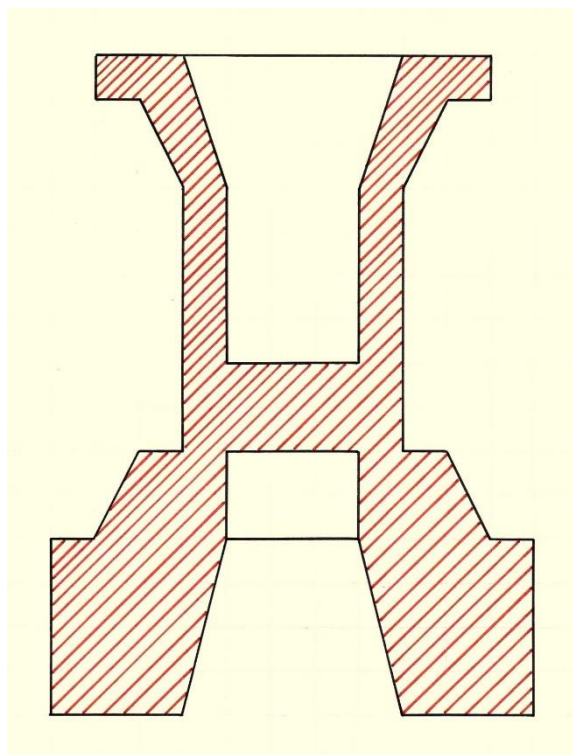


Figura 229: O corte. A figura de secção está preenchida com uma trama.

Neste exemplo o plano secante também é projetante horizontal, portanto, de igual modo, determinamos os pontos de intersecção do traço horizontal do plano secante, com as projeções horizontais das arestas do objeto, e fazemos o seu levantamento às respectivas cotas (figura 229).

O exercício é finalizado com a representação do corte que tem de ser posto em destaque com um tipo de linha que permita distingui-lo da parte que foi arrancada, isto no caso de ser tudo feito na mesma folha de papel. O contorno da figura de secção deve ser a linha mais forte de todo o desenho. Algumas vezes, tal como neste exemplo, executamos o corte sobre outro papel para que o resultado final seja mais inteligível.

24.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de cortes e secções

Série 21: leitura e interpretação de desenhos cortes e secções representados em perspectiva cilíndrica

O objetivo destes exercícios é representar em perspectiva cilíndrica um corte representado numa outra variante de perspectiva cilíndrica.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um corte produzido por dois planos secante projetantes horizontais combinados, um plano frontal e um plano de perfil, em perspectiva isométrica (figura 230).

Objetivo:

Representar o mesmo corte em perspectiva militar.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

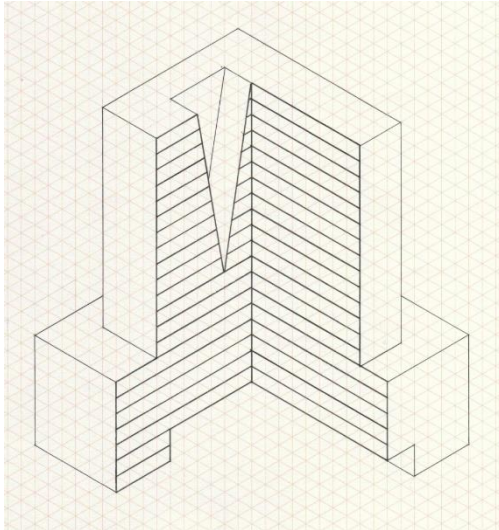


Figura 230: Corte em perspectiva isométrica.

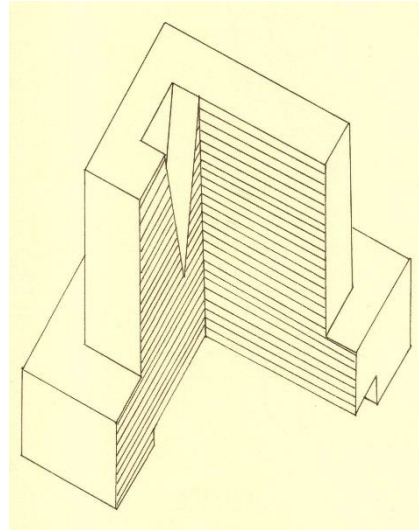


Figura 231. O mesmo corte em perspectiva militar (resolução apresentada por um estudante).

Série 22: leitura e interpretação de cortes e secções representados nos métodos de projeção por vistas

O objetivo destes exercícios é representar em perspectiva cilíndrica um corte representado num dos métodos de projeção por vistas

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um corte produzido por um plano secante projetante em método diédrico (figura 232).

Objetivo:

Representar o mesmo corte em perspectiva dimétrica.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

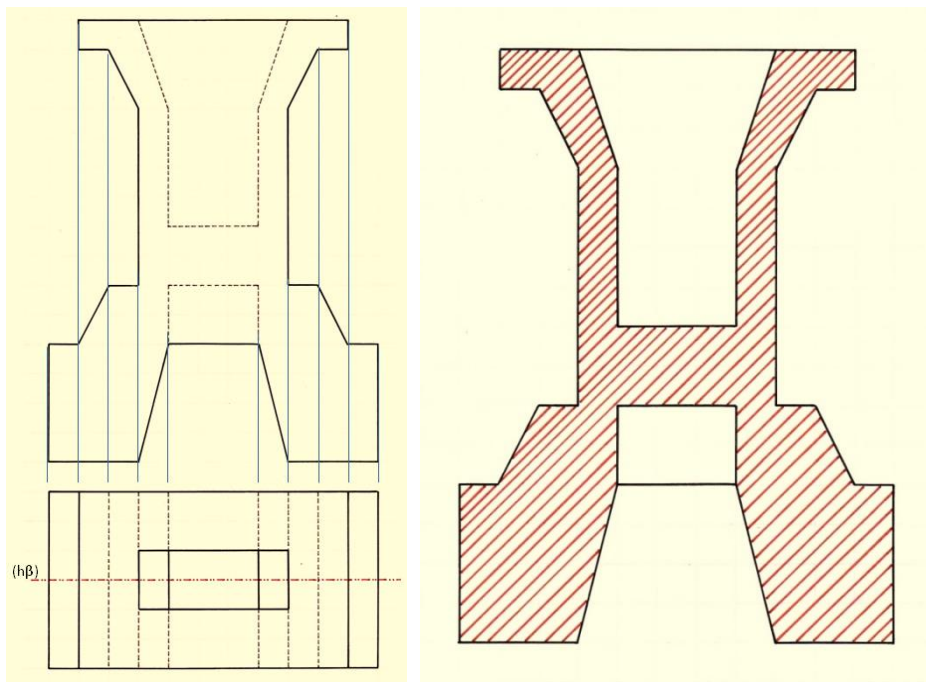


Figura 232: Corte em método diédrico.

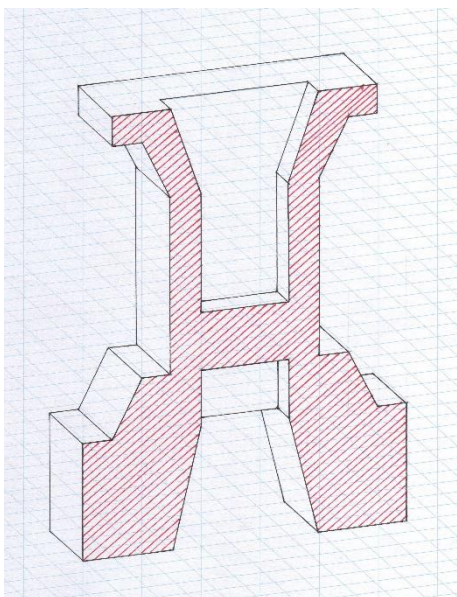


Figura 233: O mesmo corte em método diédrico (resolução apresentada por um estudante).

Série 23: execução de desenhos de cortes e secções representados em perspectiva cilíndrica

O objetivo destes exercícios é representar um corte em perspectiva cilíndrica.

Criamos várias opções para este tipo de exercícios. A imagem do objeto pode ser dada numa das perspectivas cilíndricas estudadas, ou em método triédrico. Os cortes podem ser totais, meios-cortes, cortes parciais ou corte com planos sucessivos. Os planos secantes podem ser ou não ser paralelos aos planos de projeção.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 234).

Objetivo:

Representar o corte produzido por um plano secante projetante horizontal (plano frontal) assinalado a vermelho pelo seu traço horizontal (hfn).

O plano fn passa pelo ponto médio m, da aresta da base [ab].

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

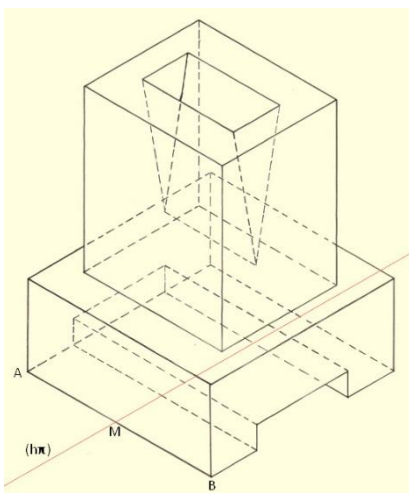


Figura 234: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

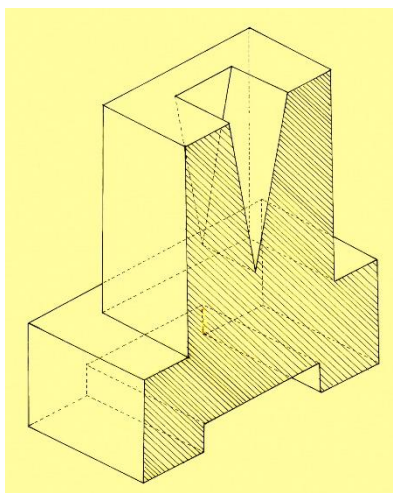


Figura 235: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 236).

Objetivo:

Representar o corte produzido por um plano secante projetante horizontal (plano vertical) assinalado a vermelho pelo seu traço horizontal ($h\beta$).

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino. A secção deve ser preenchida a tracejado.

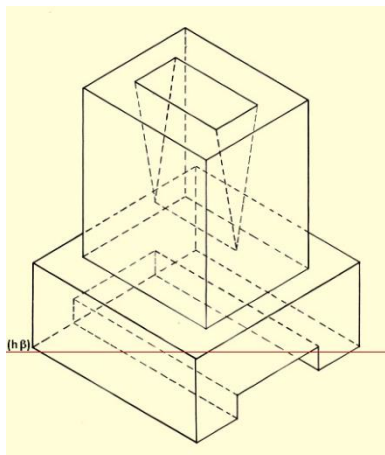


Figura 236: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

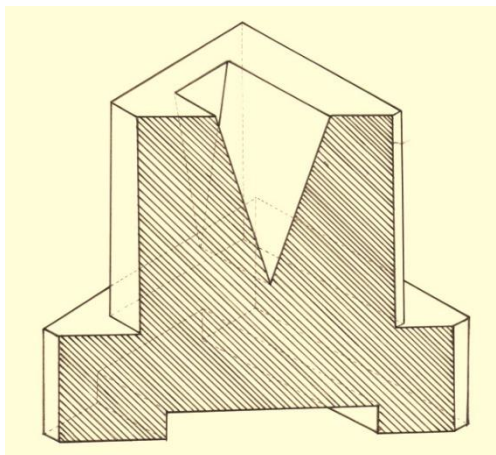


Figura 237: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 3

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 238).

Objetivos:

A. Determinar a figura de secção produzida pelo plano secante projetante lateral α (plano de rampa) assinalado a vermelho pelo seu traço lateral ($l\alpha$) e pelo seu traço horizontal ($h\alpha$).

B. Representar o corte.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino. No corte a secção deve ser preenchida a tracejado.

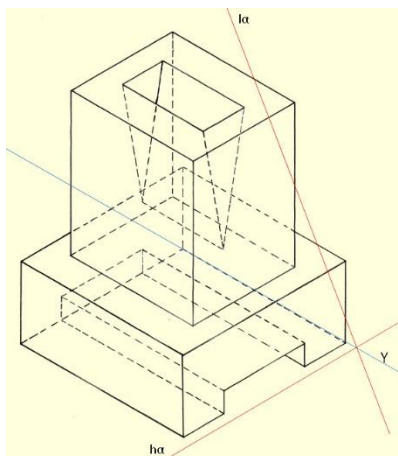


Figura 238: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação do tipo de plano secante.

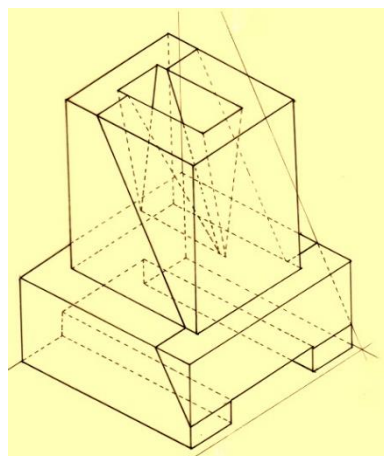


Figura 239: A figura de secção.

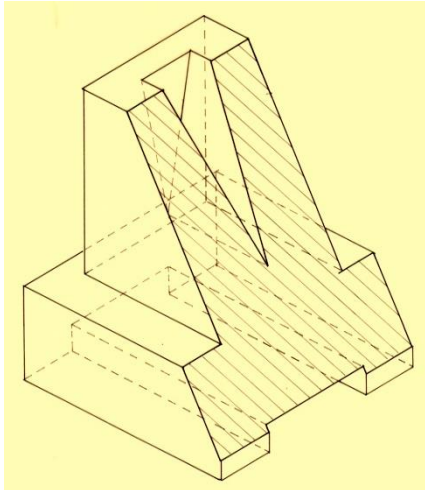


Figura 240: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 4

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 241).

Objetivo:

Representar o corte produzido pelo conjunto de dois planos secantes projetantes horizontais, o plano frontal β e pelo plano de perfil α assinalados pelos seus traços horizontais ($h\beta$) e ($h\alpha$) respetivamente.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Neste exercício pretende-se que o estudante deixe registado a traço contínuo muito fino as arestas invisíveis assim como toda a porção de objeto que foi retirada.

Atenção: para que todos os traçados sejam perfeitamente entendíveis, no caso particular deste exercício, a figura de secção não deve ser preenchida com uma trama.

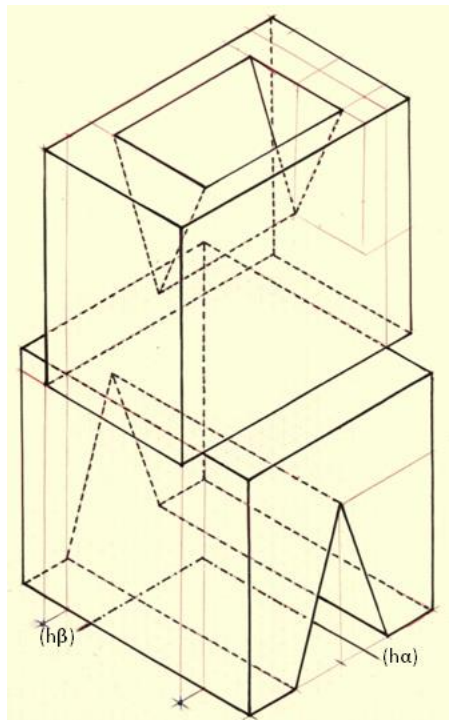


Figura 241: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação dos dois tipos de planos secantes.

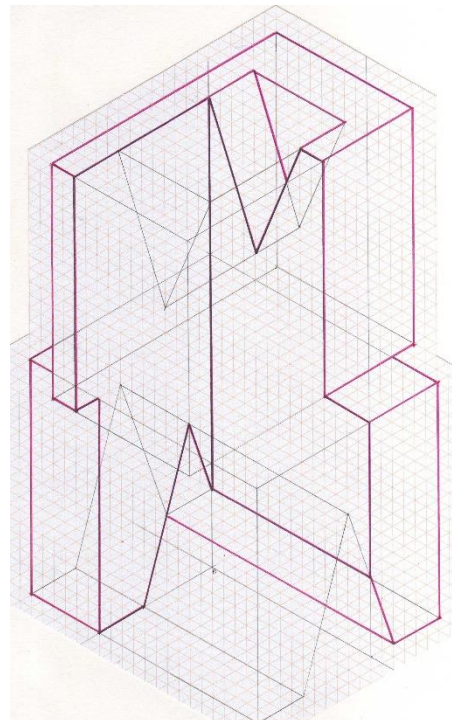


Figura 242: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 5

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em método triédrico do 1º diedro (figura 243).

Objetivo:

Representar em perspectiva dimétrica o corte produzido pelo conjunto de dois planos secantes projetantes horizontais sucessivos, assinalados pelos seus traços horizontais. O plano frontal que passa pelo ponto a e pelo plano de perfil que passa pelo ponto b.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

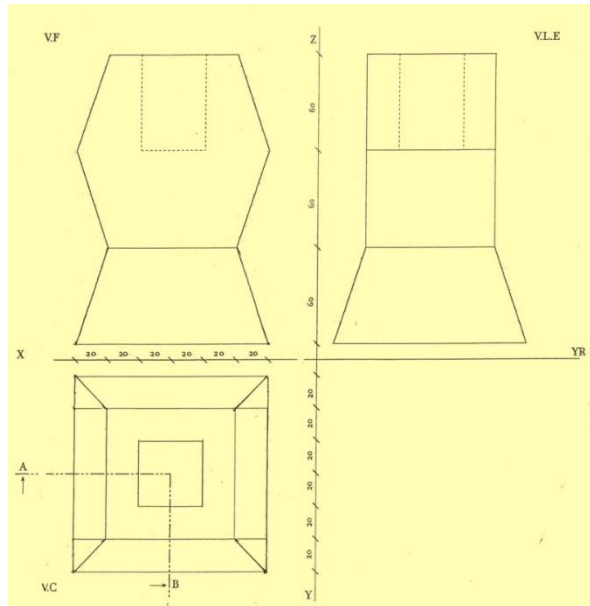


Figura 243: Objeto representado em método triédrico com indicação dos dois tipos de planos secantes.

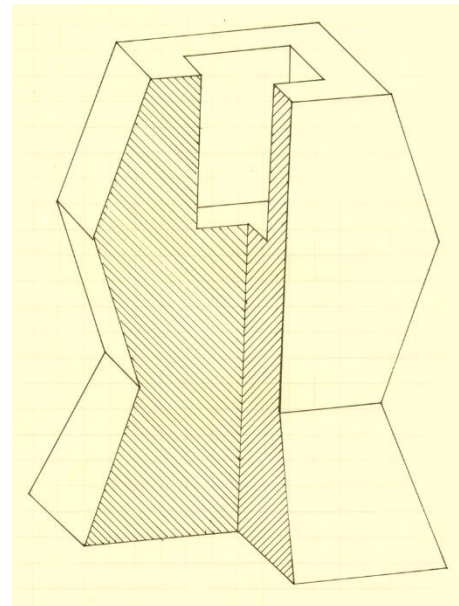


Figura 244: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 6

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica (figura 245).

Objetivo:

Representar na mesma perspectiva o corte produzido pelo conjunto de três planos secantes projetantes sucessivos, um plano frontal, um plano de perfil e um plano horizontal. Os planos estão assinalados pelas suas linhas de interseção com as faces do objeto.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

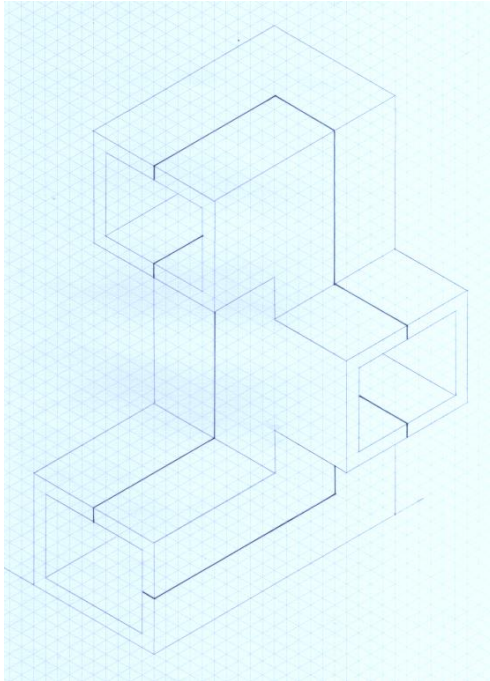


Figura 245: Objeto representado em perspectiva isométrica com indicação dos três tipos de planos secantes.

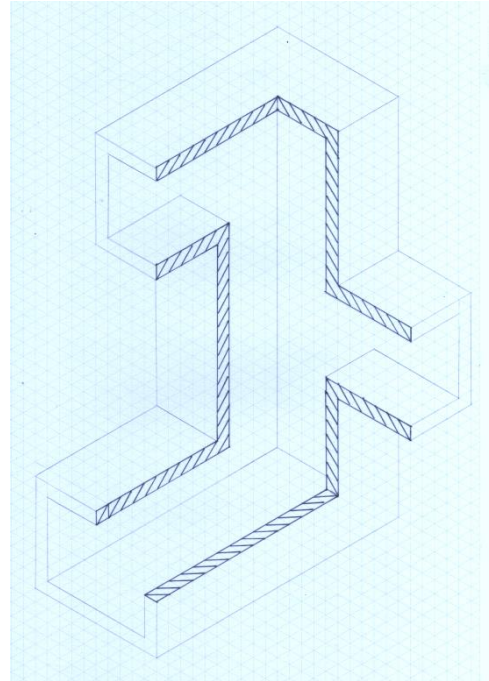


Figura 246: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Série 24: execução de desenhos de cortes e secções em projeção ortogonal por vistas

O objetivo destes exercícios é representar uma vista cortada.

A imagem do objeto é dada em método diédrico ou triédrico.

Os cortes podem ser totais, meios-cortes, cortes parciais ou corte com planos sucessivos.

Os planos secantes podem ser ou não ser paralelos aos planos de projeção.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em método diédrico (figura 247).

Objetivo:

Representar uma vista cortada desse objeto.

O corte é produzido pelo plano frontal β , representado pelo seu traço horizontal ($h\beta$).

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

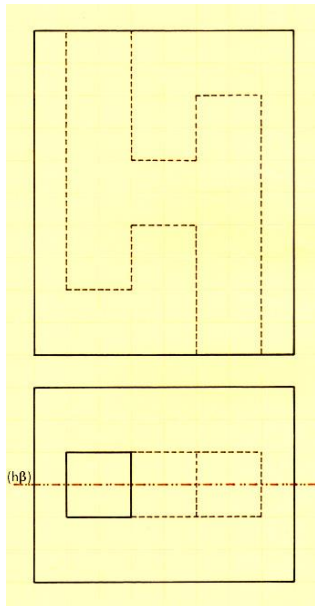


Figura 247: Objeto representado em método diédrico com indicação do tipo de plano secante.

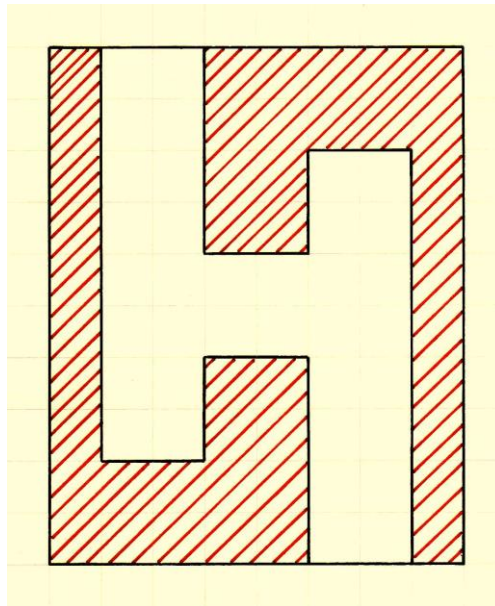


Figura 248. O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em método diédrico (figura 249).

Objetivo:

Representar uma vista cortada desse objeto.

O corte é produzido pelo plano frontal β , representado pelo seu traço horizontal ($h\beta$).

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino. A secção deve ser preenchida a tracejado.

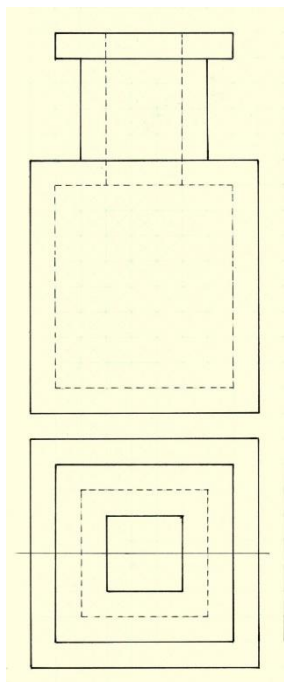


Figura 249: Objeto representado em método diédrico com indicação do tipo de plano secante.

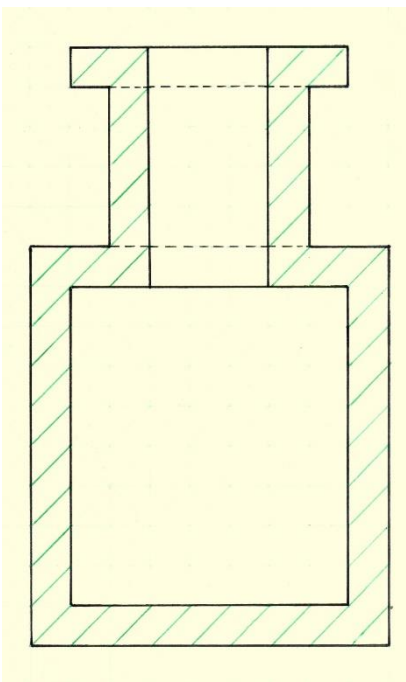


Figura 250: O corte (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 3

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em método triédrico (figura 251).

Objetivo:

Representar a vista cortada (a-b) desse objeto.

O corte é produzido pela combinação de três planos: plano de perfil - plano horizontal - plano de perfil.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A secção deve ser preenchida a tracejado.

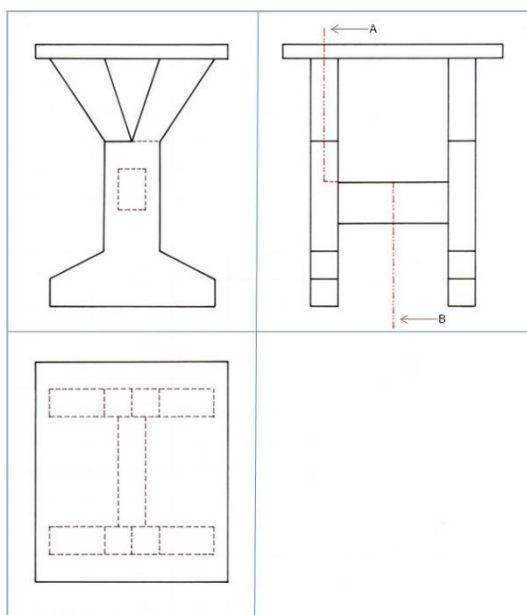


Figura 251: Objeto representado em método triédrico com indicação dos dois tipos de planos secantes.

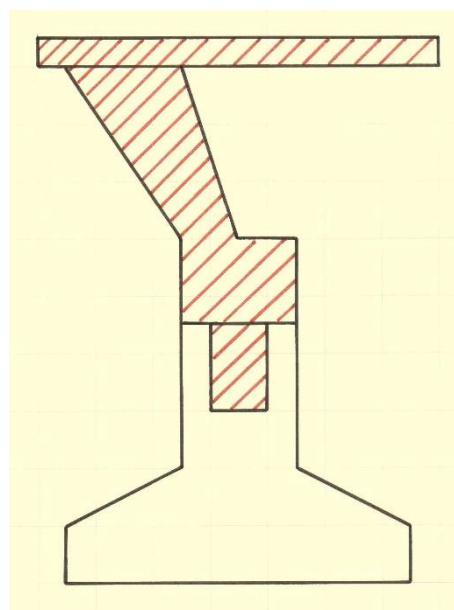


Figura 252: O corte (resolução apresentada por um estudante).

24.6. Cortes. Nota final

É suposto que como resultado da aprendizagem o estudante tenha adquirido algumas competências teórico-práticas.

1. Capacidade de interpretar e compreender representações de cortes e secções em método triédrico e perspectiva cilíndrica, as suas características, vantagens e aplicações.
2. Capacidade de compreender os vários processos de realização dos diferentes tipos de cortes e secções e saber pô-los em prática.
3. Capacidade de escolher de realizar o tipo de corte mais adequado a uma determinada situação.
4. Capacidade para verificar na prática de que os processos resultam e que os cortes e secções são ferramentas extremamente úteis para definir perfis, e para dar a entender de modo inequívoco determinados pormenores interiores ocultos, em objetos complexos, que de outro modo seriam de leitura extremamente difícil ou mesmo impossível.

Licão nº25
Perspetiva explodida



Figura 253: "fragmentação", 1983, José Mário.

25.1. Nota prévia

Este tipo de assunto não é normalmente abordado durante a passagem dos estudantes pelo ensino secundário. Julgamos ser importante que estes possam ter uma noção mais concreta do modo como determinados objetos compostos são construídos. A ideia é a de os levar a uma aproximação diferente ao objeto, isto é, que possa ir para além do contato com o objeto acabado, da sua apreciação estética e da sua eficácia funcional, e que retroceda a uma fase anterior e reflita sobre o modo como terá sido pensado, de que partes é constituído e como se articulam, para que possa cumprir a função para a qual foi destinado. Pensamos que faz todo o sentido propor-lhes esta matéria, incentivando-os a pensar os objetos como um conjunto de peças e a desenvolver capacidades construtivas imaginando maneiras mais ou menos eficazes, mais ou menos sólidas ou mais ou menos estéticas de as ligar.

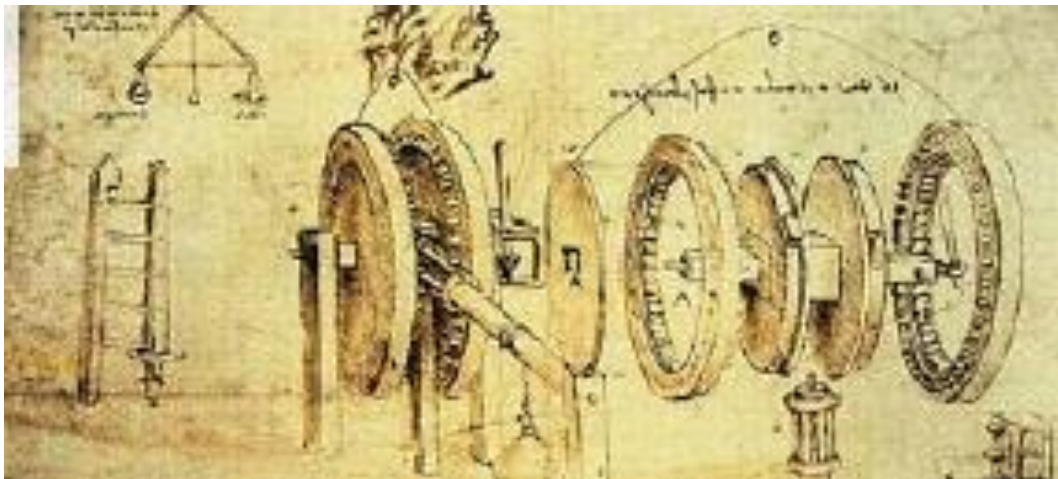


Figura 254: Perspetiva explodida. Leonardo da Vinci.³⁶

25.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

A perspetiva explodida é um processo vastamente utilizado no desenho técnico industrial pois permite esclarecer como deve ser montado ou desmontado, construído ou desconstruído um dado objeto constituído por uma série de peças que se encaixam umas nas outras numa certa ordem. Os desenhos nesta perspetiva devem fornecer as explicações relativas à ordem como todas essas peças, como se de um quebra-cabeças se tratasse, se relacionam de modo único, formando um todo. Não existe uma fórmula propriamente dita para fazer a “explosão”, isto é, o desenho que nos mostra o modo como podemos montar um dado objeto não obedece a uma regra universal. É sempre possível fazer diferentes perspetivas explodidas de um só objeto, e todas elas válidas. O fundamental é que todas elas sejam de leitura única, isto é, que as representações sejam claras e inequívocas, que não haja mais do que uma interpretação possível para a posição e o modo como as diferentes peças se articulam e interrelacionam. Quanto mais óbvio for todo o processo, quanto mais direta e evidente for a explicação mais acessível se torna o entendimento do desenho, e como tal mais eficaz.

As perspetivas explodidas podem ser executadas quer em perspetiva cilíndrica quer em perspetiva cónica. Normalmente a opção tende para a perspetiva cilíndrica pois é muito mais simples, mais rápido, e acrescentando a isso, tem a vantagem de proporcionar um acesso quase imediato às dimensões do objeto projetado. No programa da unidade curricular só estão previstas perspetivas cilíndricas explodidas. O entendimento dos conhecimentos gerais daquilo que são perspetivas explodidas e dos seus processos e aplicações podem ser obviamente aproveitados nas unidades curriculares de projeto, desenho técnico e *sketching*, em propostas de trabalho de carácter mais particular.

³⁶ http://en.wikipedia.org/wiki/Exploded_view_drawing

25.3. Leitura e interpretação de desenhos em perspectiva explodida

Esta matéria é supostamente uma novidade para a maioria dos estudantes, e a sua introdução será feita com base nesse pressuposto. Começamos por lhes propor que imaginem o modo como um determinado objeto devidamente desmontado, deve ser montado.

A aprendizagem da perspectiva explodida é feita em todos os tipos de perspectiva cilíndrica, conforme o caso e a vantagem que advém dessa escolha. Nos exercícios para desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação, partimos de imagens em perspectiva cilíndrica explodida. Chamamos a estes exercícios reversão de uma perspectiva explodida. Normalmente são imagens de objetos não muito complexos, compostos e articulados adaptados a esse fim. Os estudantes revelam que compreendem completamente o modo como os diferentes entalhes se devem encaixar uns nos outros, representando o objeto devidamente montado.

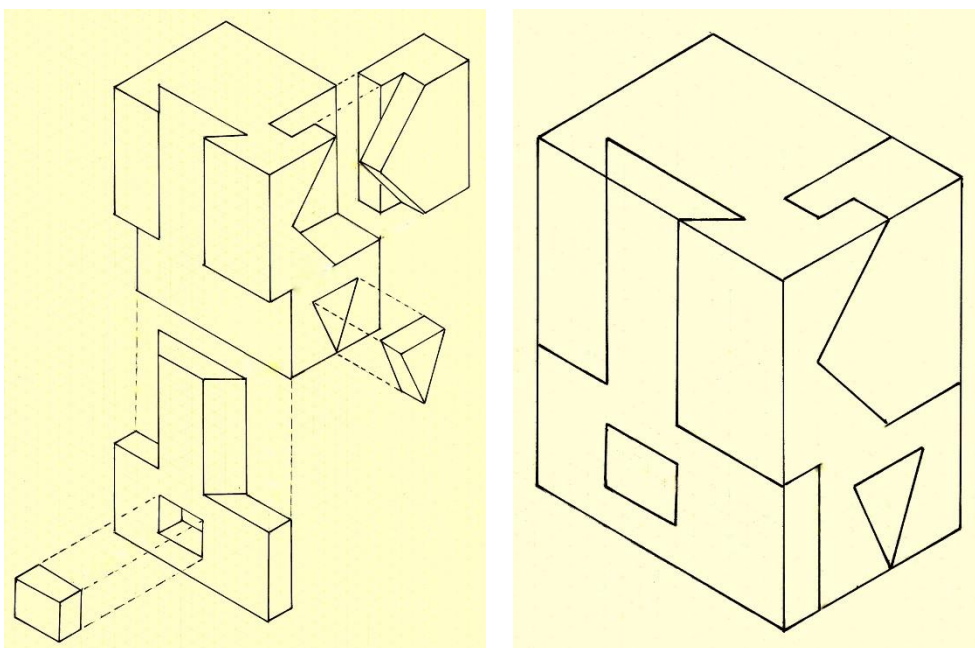


Figura 255 e Figura 256: Montagem de um objeto a partir do esquema em perspectiva explodida.

Num exercício tipificado é dado um objeto constituído por um certo número de peças, no exemplo acima por 5 peças, e com algum tipo de indicação quanto ao modo como essas peças se devem deslocar para constituírem um todo. Se, como desejamos, o desenho desta perspectiva explodida estiver suficientemente inteligível, então a sua montagem não suscitará qualquer dúvida, e será executada com facilidade (figuras 255 e 256).

25.4. Representação em perspectiva explodida

Para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos em perspectiva explodida, recorremos a imagens de objetos compostos, devidamente montados, e representados de modo que sejam perfeitamente compreensíveis os seus encaixes. Damos preferência a objetos com formas parecidas com objetos de uso comum, tipo mesas, estantes ou cadeiras, mas também usamos imagens de objetos de formas estranhas para testar a imaginação construtiva do estudante. Muitos destes desenhos dispensarão arestas invisíveis para não complicar a leitura a pessoas não familiarizadas com essa linguagem.

Na realização de uma perspectiva explodida, devemos ter sempre em conta os seguintes princípios:

- as diferentes peças que se encaixam entre si devem estar, dentro das possibilidades, o mais possível alinhadas, e separadas o quanto basta para que não haja confusão na concentração de traçados, ou sobreposições indesejáveis;
- a explosão deve obedecer à direção dos eixos;
- não existem medidas pré-definidas para distâncias entre peças, nem indicações quanto à direção a escolher no caso de haver mais que uma hipótese.
- sempre que possível deve-se deixar os encaixes alinhados, e suficientemente distantes para evitar sobreposições pouco inteligíveis e consequentes confusões.

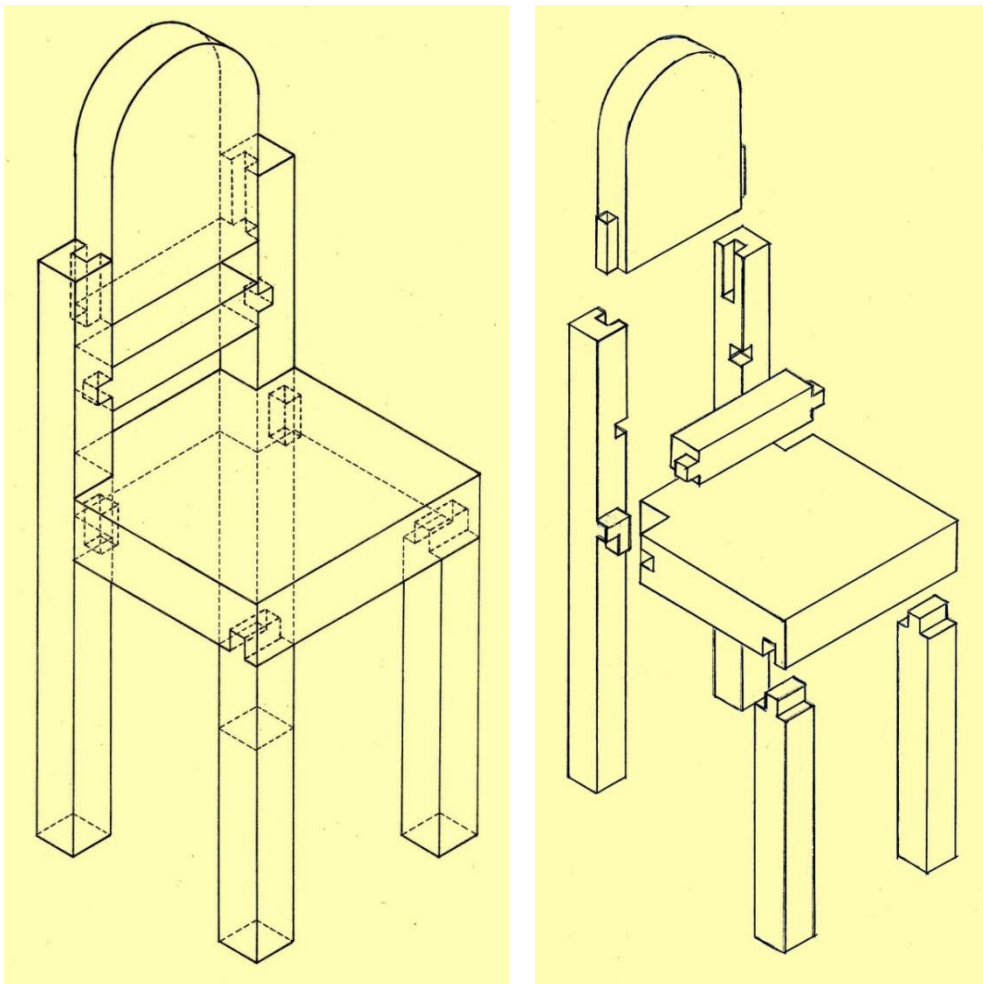


Figura 257: Perspetiva explodida de uma cadeira constituída por 7 peças.

Esta matéria não costuma ser de difícil entendimento para os estudantes, de facto temos verificado que o único problema parece ser por onde iniciar o desenho para que todas as peças possam caber nos limites da folha de papel. Numa abordagem racional à resolução destes exercícios podemos, por exemplo, começar a ocupar a folha do desenho, de baixo para cima ou de cima para baixo pode também ser uma boa opção. Uma outra opção pode ser a partir do centro, e começar a explosão segundo os três eixos em simultâneo.

25.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de perspetiva explodida

Série 25: leitura e interpretação de uma perspetiva explodida

O objetivo destes exercícios é representar, em perspetiva cilíndrica e devidamente montado, um objeto que é dado desmontado em perspetiva explodida. Criamos duas opções para este tipo de exercícios:

- a imagem “explodida” do objeto é dada numa determinada perspetiva cilíndrica, e como solução pede-se o objeto construído nesse mesmo tipo de perspetiva;

- a imagem “explodida” do objeto é dada numa determinada perspectiva cilíndrica e como solução solicita-se o objeto construído numa outra perspectiva.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica explodida (figura 258).

Objetivo:

Representar o objeto devidamente montado em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

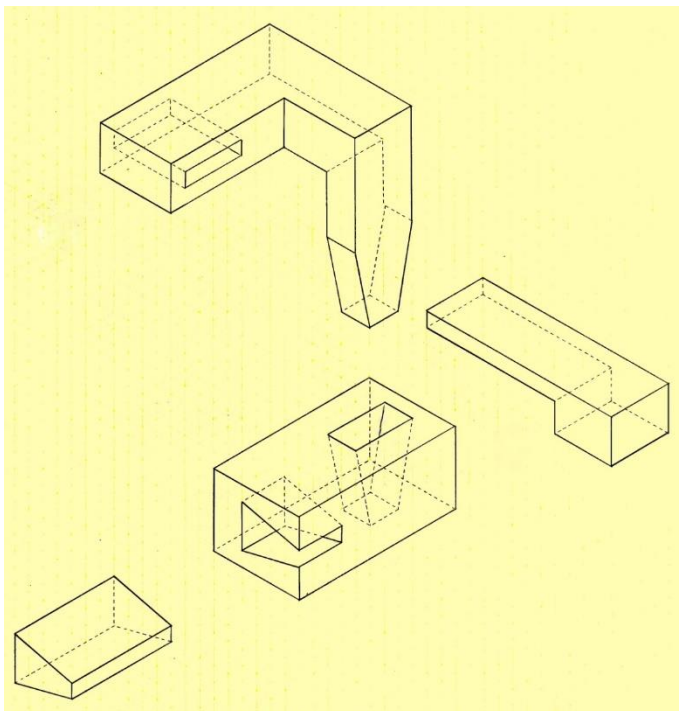


Figura 258: Perspectiva explodida.

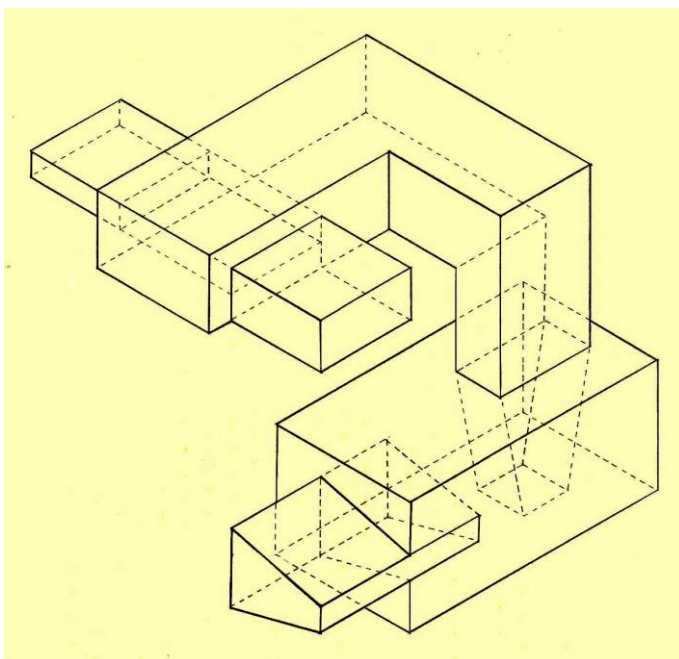


Figura 259: Objeto montado (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica explodida (figura 26o).

Objetivo:

Representar o objeto devidamente montado em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

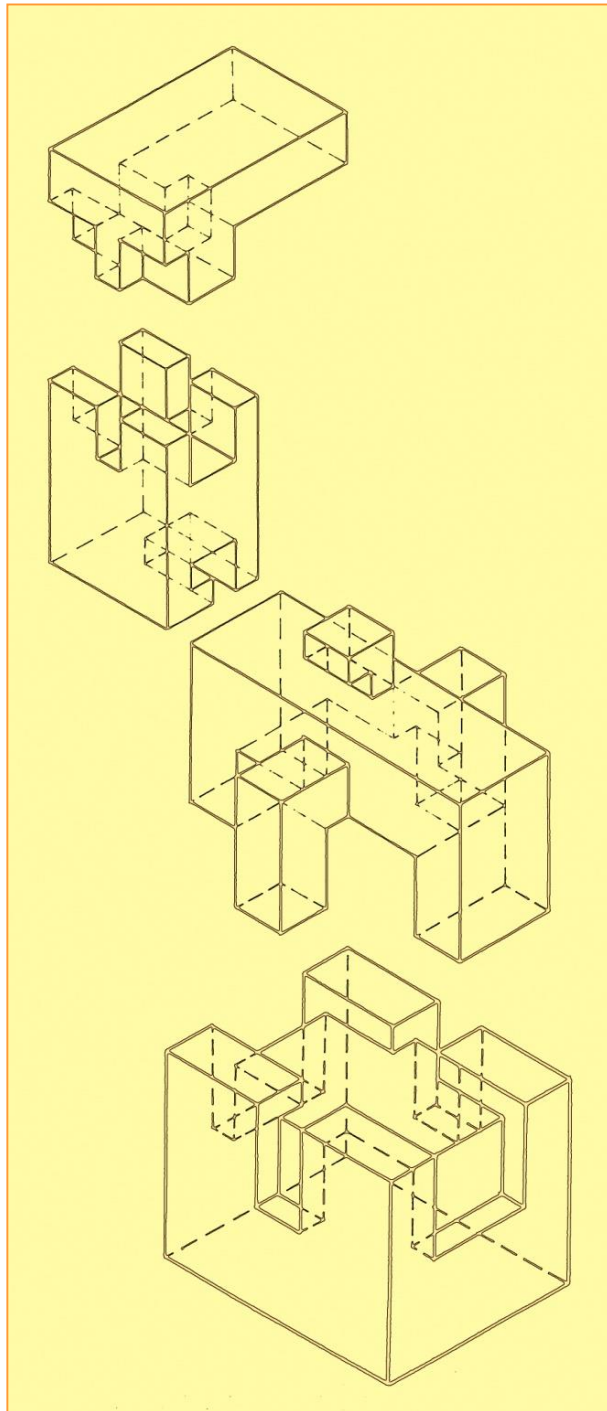


Figura 26o: Perspetiva explodida.

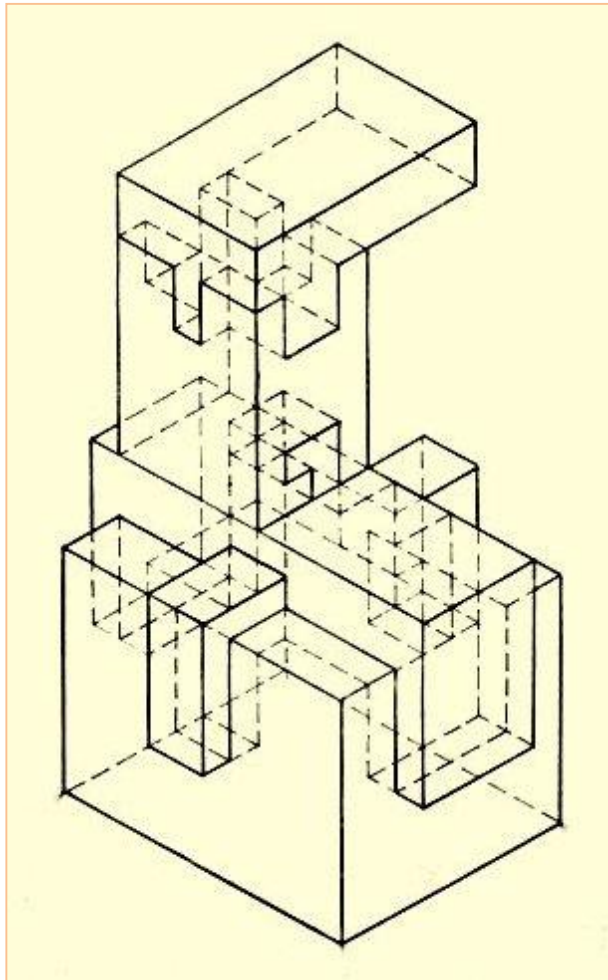


Figura 261: Objeto montado (resolução apresentada por um estudante).

Série 26: representação de uma perspectiva explodida

O objetivo destes exercícios é representar, em perspectiva explodida, um objeto que é dado montado numa das perspetiva cilíndricas estudadas. Criamos duas opções para este tipo de exercícios:

- a imagem do objeto é dada numa determinada perspetiva cilíndrica e como solução pede-se que a “explosão” do objeto seja executada nessa mesma perspetiva.
- a imagem do objeto é dada numa perspetiva cilíndrica, e como solução pede-se que a “explosão” do objeto seja executada numa outra perspetiva.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto devidamente montado em perspetiva cavaleira (figura 262).

Objetivo:

Representar o objeto em perspetiva cavaleira explodida.

Como não são dadas arestas invisíveis, é proposto ao estudante um desafio extra que é o de imaginar uma solução possível, de preferência simples e eficaz, para os encaixes nas zonas não visíveis.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

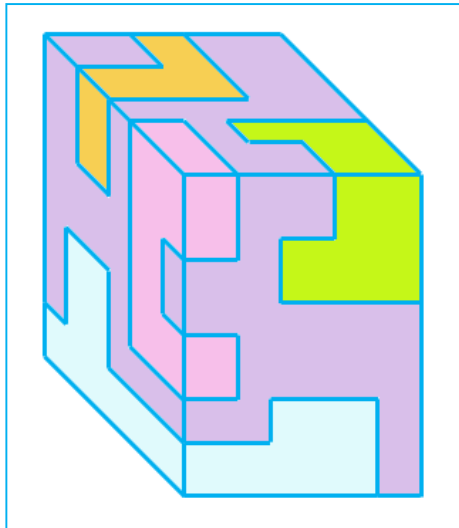


Figura 262: Objeto montado.

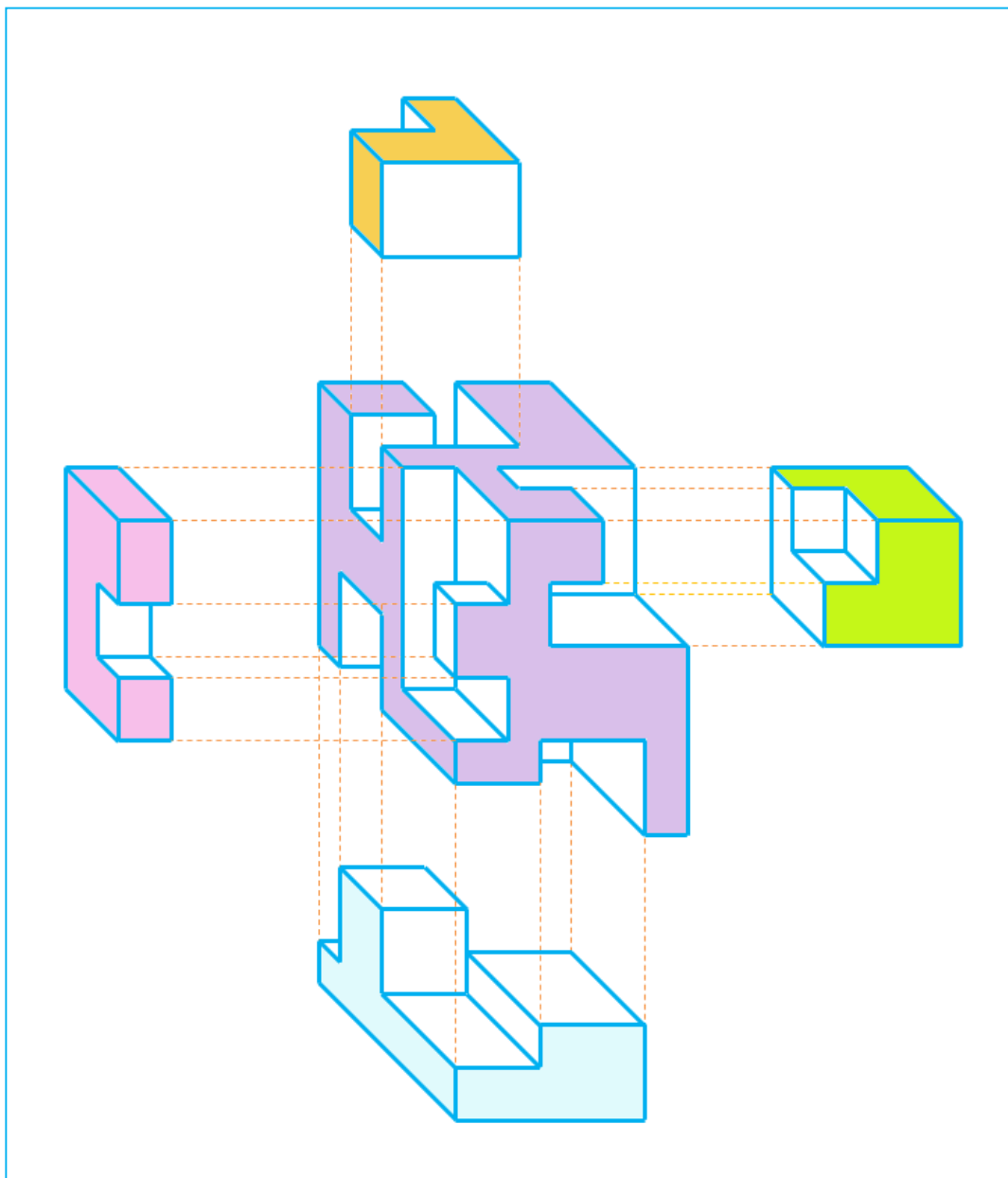


Figura 263: Perspectiva explodida desse objeto (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto devidamente montado em perspectiva cavaleira (figura 264).

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cavaleira explodida.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

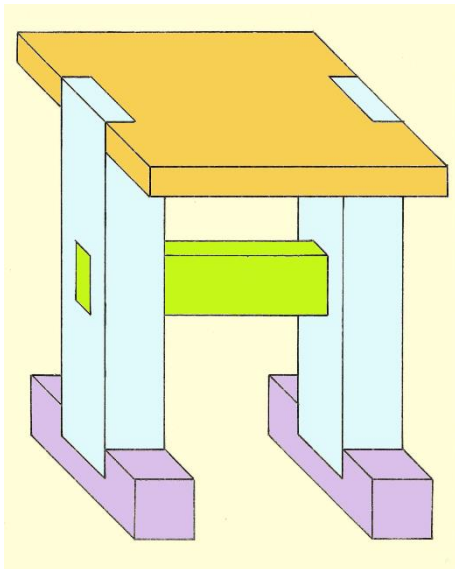


Figura 264: Objeto montado.

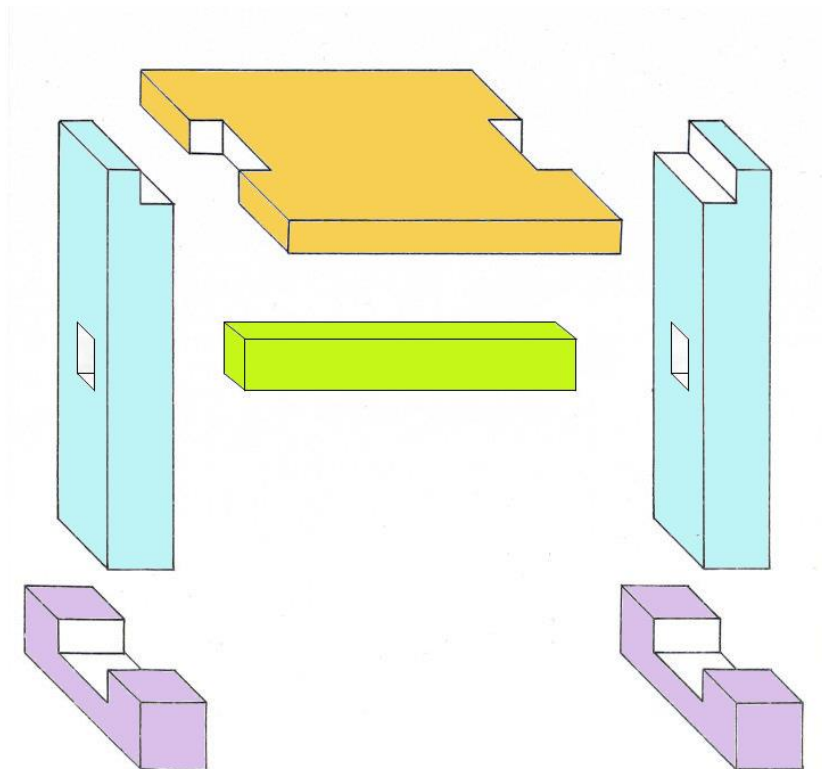


Figura 265: Perspectiva explodida do mesmo objeto (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 3

Dados:

É dada uma imagem de um objeto devidamente montado em perspectiva isométrica (figura 266).

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva isométrica explodida.

Normas de representação: Arestas visíveis: traço contínuo médio.

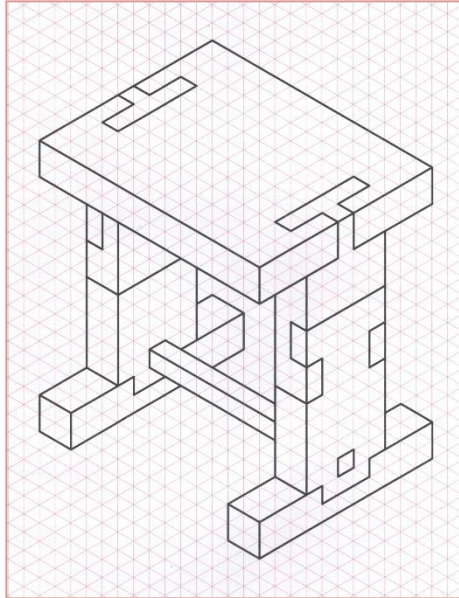


Figura 266: Objeto montado.

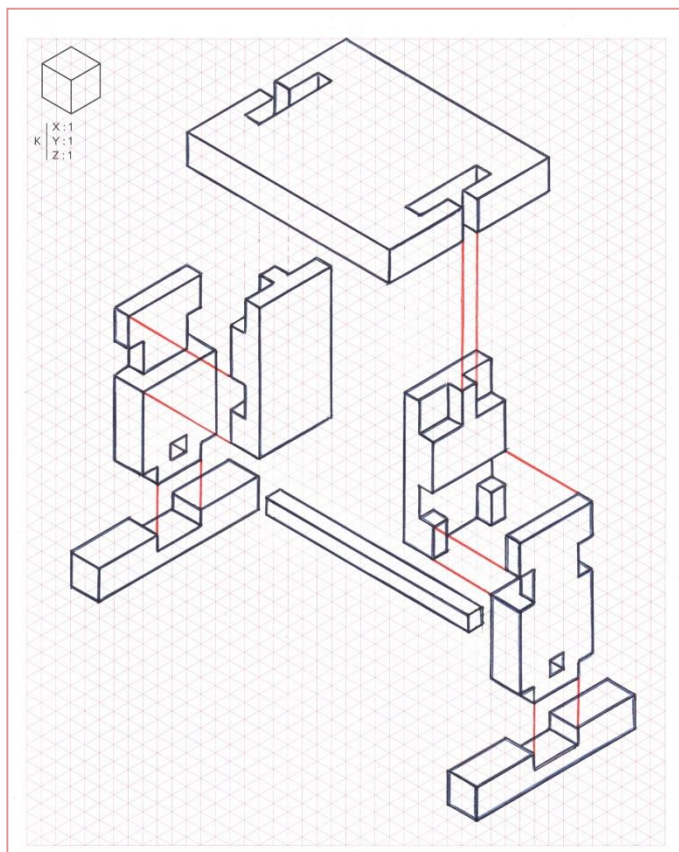


Figura 267: Perspectiva explodida do mesmo objeto (resolução apresentada por um estudante).

25.6. Perspetiva explodida. Notas finais.

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante deva ser capaz de:

1. Interpretar e compreender representações em perspetiva explodida;
2. Compreender e memorizar as regras básicas e os processos de realização de representações em perspetiva explodida;
3. Saber pôr em prática esses processos;
4. Verificar na prática de que os processos resultam;
5. Analisar as suas características, vantagens e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia como ilustração no esclarecimento de um processo de montagem de um dado equipamento.

Lição nº26
Rotações em perspectiva cilíndrica

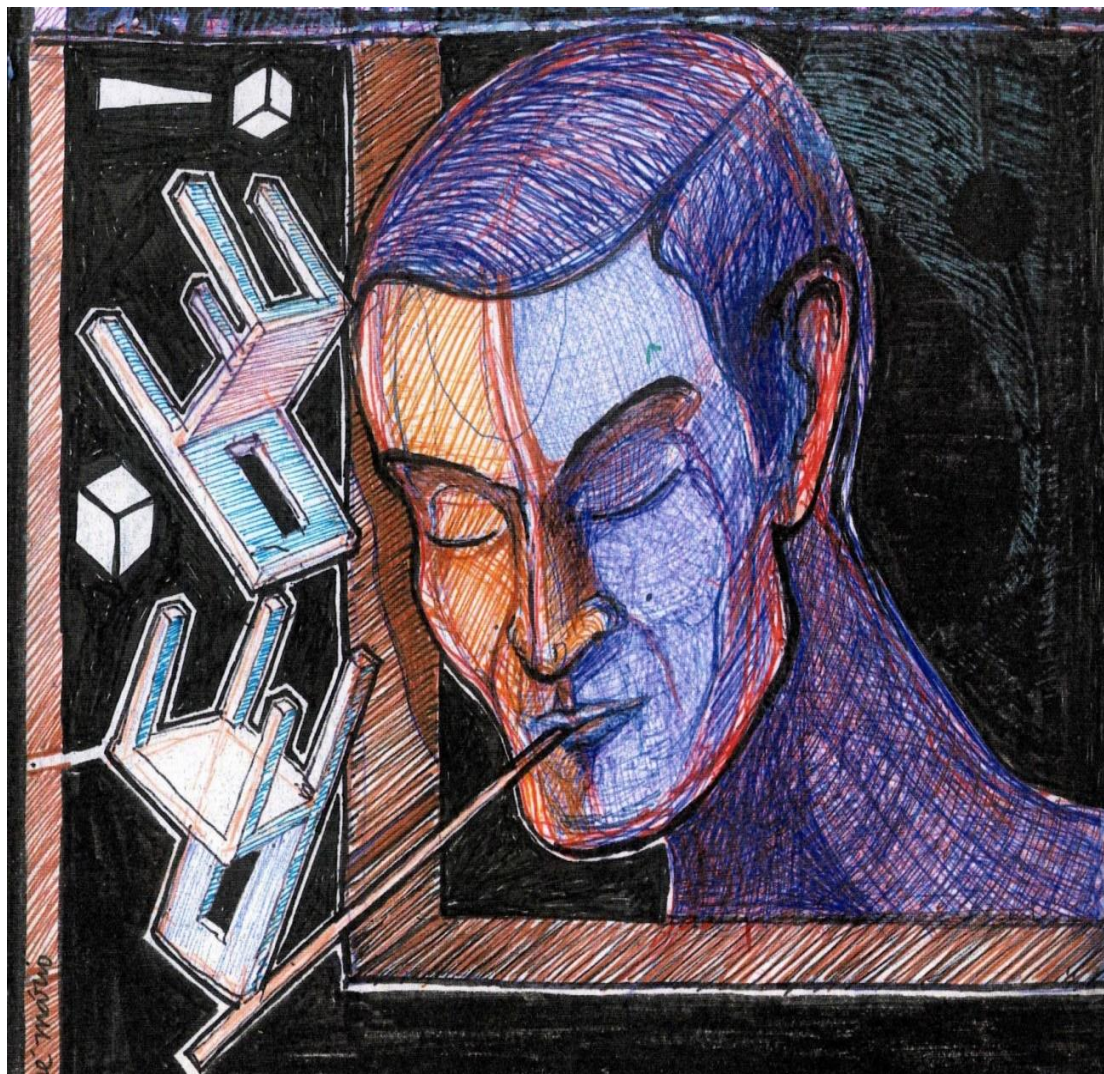


Figura 268: "o sonâmbulo", 2005, José Mário.

26.1. Nota prévia

Todos os estudantes que frequentaram a disciplina de geometria no ensino secundário sabem que as rotações, os rebatimentos e as mudanças de diedro, são os métodos auxiliares utilizados no método diédrico na resolução de problemas ligados à representação de polígonos e de sólidos assentes em planos não projetantes, devido à questão fundamental da determinação da verdadeira grandeza dos seus lados e arestas. No programa da unidade curricular de geometria e projeção os interesses relativos a esta matéria são diferentes. Esta matéria é portanto uma grande novidade para os estudantes. E diz-se ser uma novidade por duas razões, primeiro porque de facto os estudantes nunca fizeram rotação de sólidos em perspetiva cilíndrica, desconhecemos mesmo se nalgum outro estabelecimento de ensino se fazem deste tipo de exercícios; segundo porque esta matéria propõe um tipo de exercícios que promove por excelência a capacidade de visualizar, de imaginar, de criar a imagem do movimento de um objeto no espaço, e de a fixar num dado momento da sua trajetória no papel.

26.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Uma rotação é o ato de rodar, é o movimento giratório de um corpo em torno de um dado eixo. Se tivermos um objeto e se o formos rodando segundo um eixo vamos obtendo imagens de diferentes aspetos da sua morfologia. É a partir dessa simples constatação que decidimos criar um certo tipo de exercícios, que liga o assunto das rotações à representação em perspetiva cilíndrica, tendo como objetivo principal o de dar a conhecer um dado objeto de outros pontos de vista, revelando ao observador pormenores até aí ocultos. Teoricamente as retas que servem de eixo de rotação podem ser quaisquer umas, contudo, na nossa prática são sempre retas paralelas aos eixos axonométricos, que contêm uma dada aresta do objeto a rodar.

Também para este tema das rotações selecionamos imagens que podem ser dos dois tipos de objetos que costumamos utilizar, mas para fins diferentes. As imagens de objetos lúdicos destinam-se a exercícios de puro exercício mental. As imagens de objetos de formas mais comuns e familiares, destinam-se a exercícios direcionados objetivamente para uma leitura em torno dos referidos objetos. Pretendemos com estes conteúdos programáticos levar o estudante a exercitar a visualização, a imaginar e a desenhar as mudanças de perceção que ocorrem com uma rotação.

26.3. Leitura e interpretação de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica

A aprendizagem desta matéria pode ser feita em todos os tipos de perspetiva cilíndrica. Quando iniciamos a resolução destes exercícios convém alertar os estudantes para o facto de na perspetiva cavaleira, na perspetiva dimétrica e na perspetiva militar, com a rotação, as arestas a sofrerem redução passam a ser outras.

Há dois grupos de exercícios previstos para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de rotações em perspetiva cilíndrica. Num dos grupos utilizamos imagens de objetos de formas mais ou menos estranhas.

São dadas duas imagens em duas posições diferentes, a primeira corresponde a uma posição inicial, e a segunda a uma posição final, tendo sido esta obtida após duas rotações. Pretendemos com este exercício que o estudante compreenda que foram necessários dois movimentos (rotações de 90°) para passar da posição inicial para a posição final, que os identifique, e que desenhe essa posição intermédia obtida após o primeiro movimento. Há duas posições intermédias possíveis.

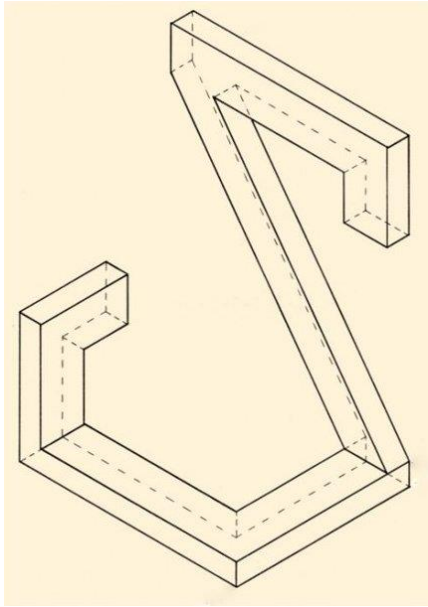


Figura 269: Posição inicial 1.

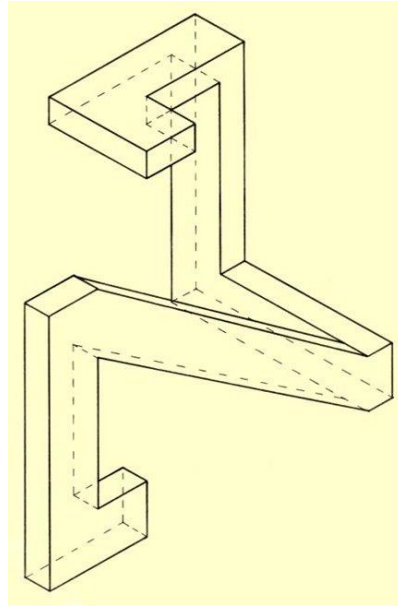


Figura 270: Posição final 3.

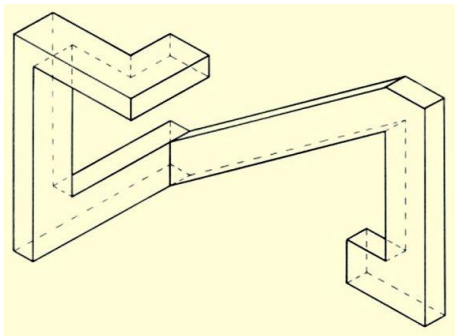


Figura 271: Posição 2 - Esta é uma das duas posições intermédias possíveis.

No caso de um exercício em que pedimos a descrição dos movimentos efetuados, deve o estudante indicar qual o eixo, a amplitude do ângulo e o sentido dessa mesma rotação. No caso particular deste exercício a descrição pode ser feita do seguinte modo:

- partimos de uma posição inicial 1;
- o eixo de rotação é uma reta paralela ao eixo x, que contém a aresta ab;
- a rotação é de 90° da esquerda para a direita;
- após esta rotação obtemos a posição intermédia 2.

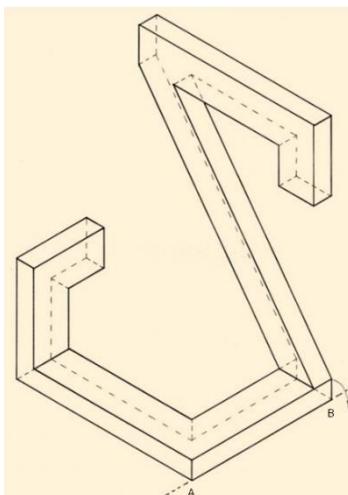


Figura 272: Posição inicial 1.

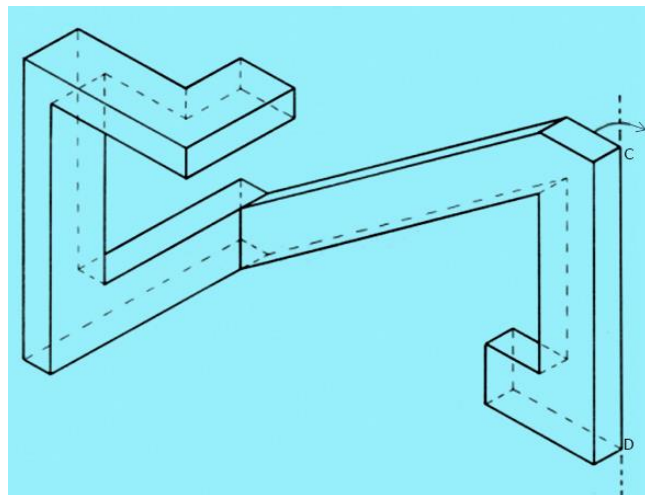


Figura 273: Posição intermédia 2.

- partimos da posição intermédia 2;
- o eixo de rotação é uma reta paralela ao eixo z, que contém a aresta cd;
- a rotação é de 90° da esquerda para a direita;
- após a rotação obtemos a posição final 3.

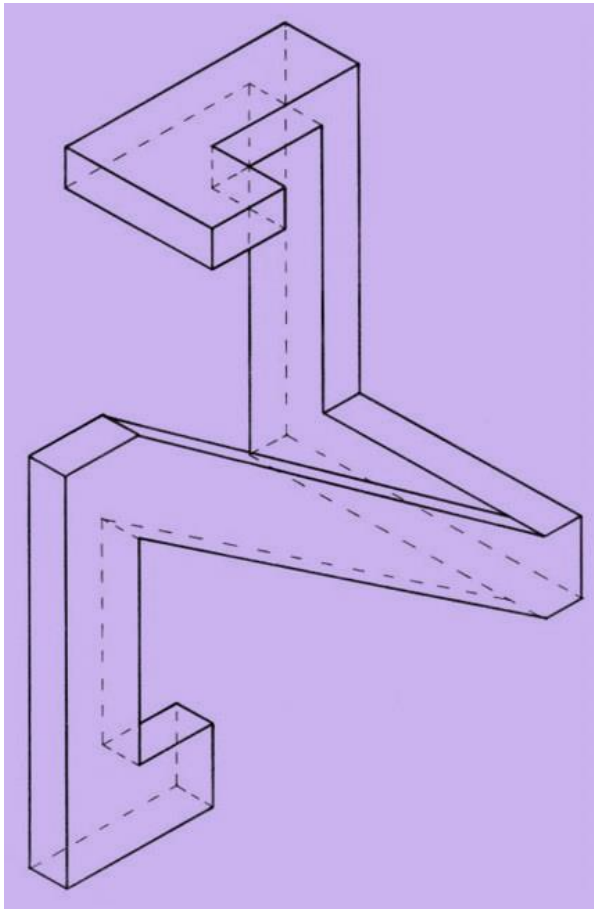


Figura 274: Posição final 3.

No outro grupo utilizamos imagens de objetos de formas mais comuns e familiares, com o intuito de obter um conhecimento mais vasto do mesmo. São dadas imagens de um objeto, sem arestas invisíveis, em duas ou mais posições.

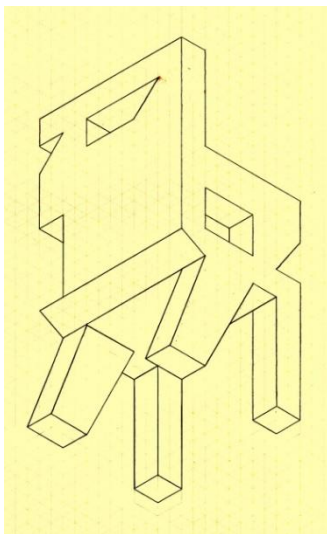


Figura 275: Posição 1.

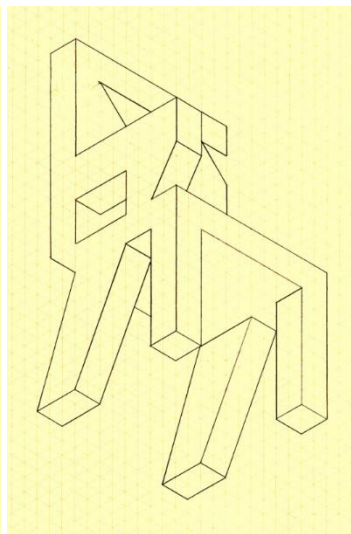


Figura 276: Posição 2.

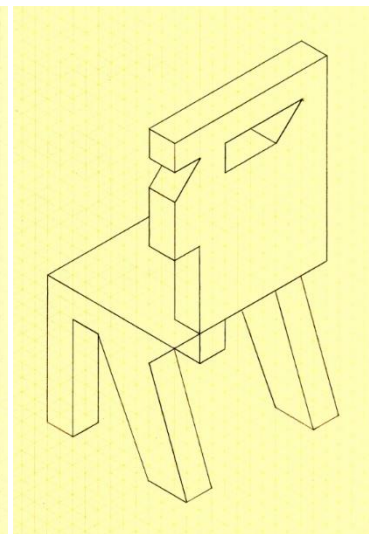


Figura 277: Posição 3.

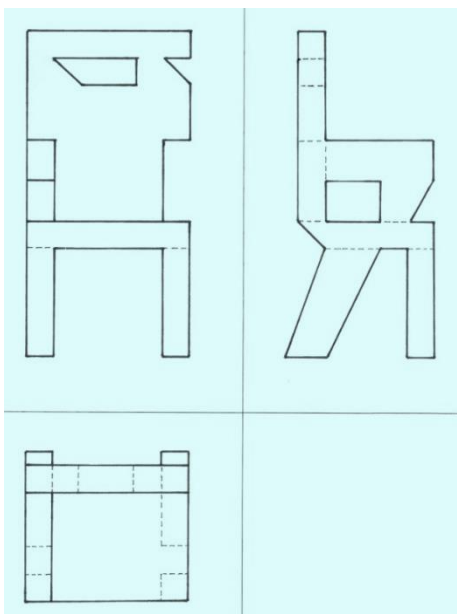


Figura 278: Objeto dado representado em método triédrico.

Pretendemos que o estudante, após compreender a totalidade do objeto o represente em tripla projeção ortogonal.

26.4. Execução de desenhos de rotações em perspectiva cilíndrica

Estão igualmente previstos dois tipos de exercícios de características idênticas aos exercícios de leitura e interpretação. Num dos casos as imagens são de objetos de formas um pouco labirínticas em exercícios que são um jogo para desenvolvimento da capacidade de visualizar um movimento. Para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos de rotações em perspectiva cilíndrica são dadas imagens rigorosas de objetos numa determinada posição de partida, obrigatoriamente acompanhadas de um enunciado no qual se faz referência a um movimento que indica qual a posição de chegada pretendida para as diferentes vistas dos objetos. Ou, dito de outro modo, é especificamente referido qual o eixo, qual o sentido e qual a amplitude do ângulo de rotação.

Por exemplo: damos um certo objeto representado em perspectiva militar (figura 267) e pretendemos que o estudante o represente novamente na mesma perspectiva, mas após uma rotação. O eixo da rotação contém a aresta AB. A rotação é de 90° da direita para a esquerda. Ou, dito de outro modo, a face (ABCD) passa a vista de baixo (figura 278).

Neste tipo de matéria não existe aquilo a que se possa chamar de um procedimento organizado, contudo, quando se trata de um objeto lúdico, em caso de dificuldade de visualização, pode-se sempre iniciar a resolução do problema tentando inscrevê-lo num paralelepípedo envolvente com os vértices devidamente identificados, o qual é bastante mais fácil de rodar. Após a rotação do paralelepípedo desenha-se o objeto inscrito. Quando não há essa dificuldade é só seguir as instruções dadas pelo enunciado.

No outro caso as imagens devem ser de objetos de tipo comum, em exercícios de carácter utilitário em que o pretendido é a sua representação tridimensional em diferentes posições, como se fosse observado de diferentes pontos de vista para uma melhor explicação da sua morfologia. Neste tipo de representação do objeto por inteiro, em diversas posições, as arestas invisíveis não necessitam de ser utilizadas. Resumidamente estes exercícios prosseguem com o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cilíndrica, pois no fundo, é disso mesmo que se trata.

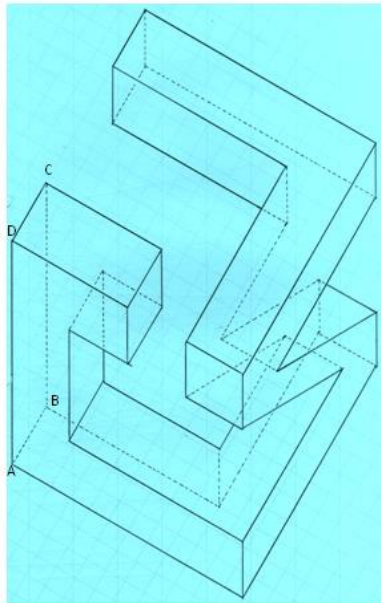


Figura 279:

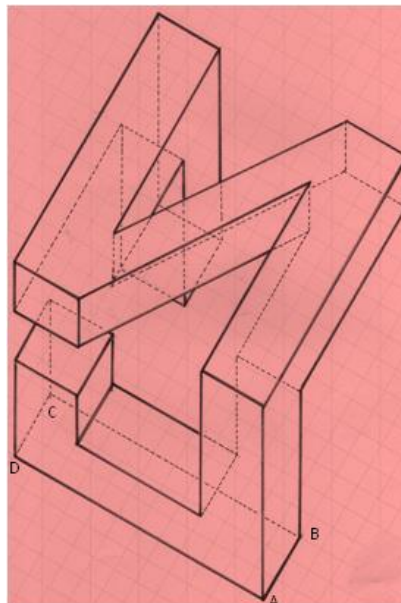


Figura 280:

Um tipo de exercício pode ser por exemplo pedir ao estudante que tendo como eixo uma reta vertical desenhe o objeto em mais duas posições ou três posições para além da posição dada.

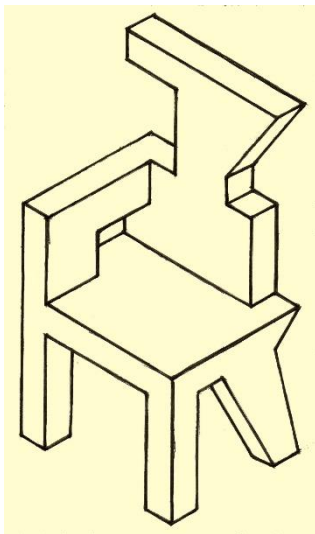


Figura 281: Posição 1.

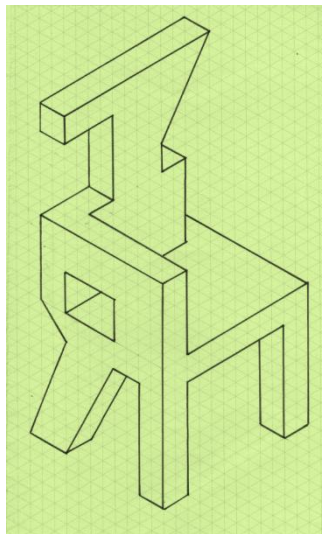


Figura 282: Posição 2.

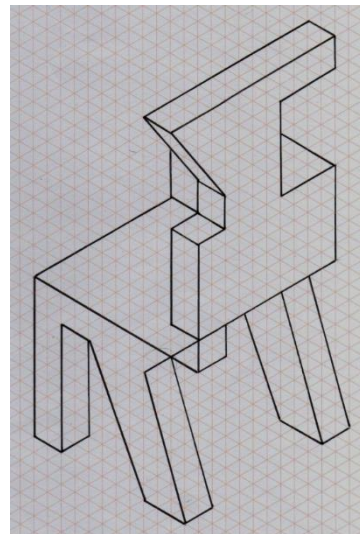


Figura 283: Posição 3.

O objetivo destas rotações é o de mostrar diferentes aspetos desses objetos.

26.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica

Série 27: leitura e interpretação de desenhos de rotações em perspetiva cilíndrica

Para esta série temos dois grupos de exercícios. Nos exercícios do 1º grupo utilizamos imagens de objetos de tipo lúdico, e o seu objetivo é o de compreender quais as rotações que um dado objeto tem que fazer para ir de uma posição de partida para uma posição de chegada, e que represente uma posição intermédia possível obtida após a primeira rotação. Neste tipo de exercício o estudante também tem que executar uma rotação. Nos exercícios do 2º grupo utilizamos imagens múltiplas de objetos de formas mais comuns sem arestas invisíveis, em duas ou três posições diferentes. O objetivo é que o estudante, após entender a morfologia do objeto o represente em tripla projeção ortogonal.

Exercício 1

Dados:

São dadas duas imagens de um objeto em perspectiva militar (figuras 284 e 285). A primeira imagem corresponde à posição de partida¹, a segunda imagem corresponde à posição de chegada 3. Para passar da posição 1 para a posição 3 são necessários duas rotações segundo dois eixos diferentes.

Objetivo:

Representar objeto em perspectiva militar numa possível posição intermédia 2 após uma primeira rotação.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

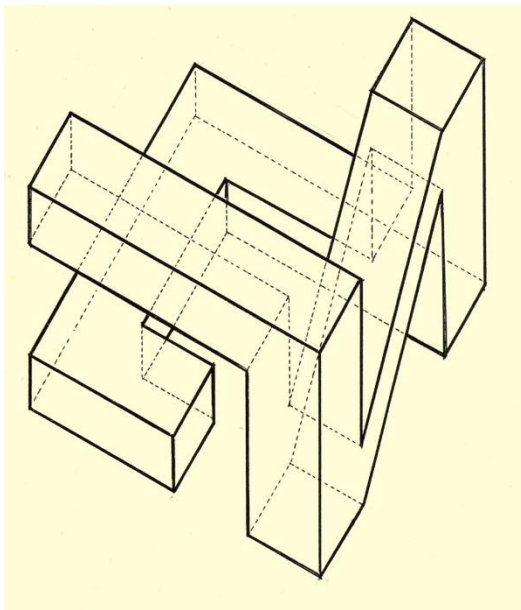


Figura 284: Posição inicial 1.

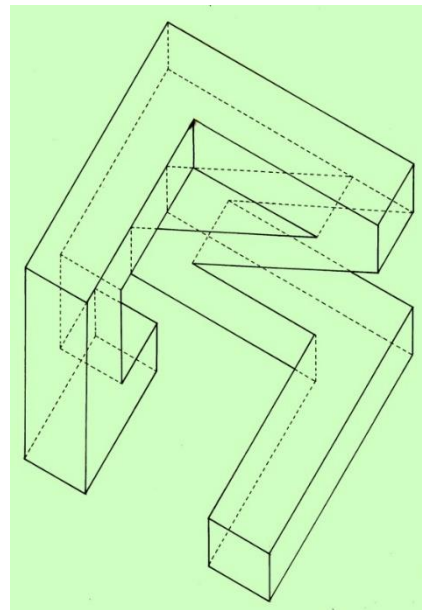


Figura 285: Posição final 3.

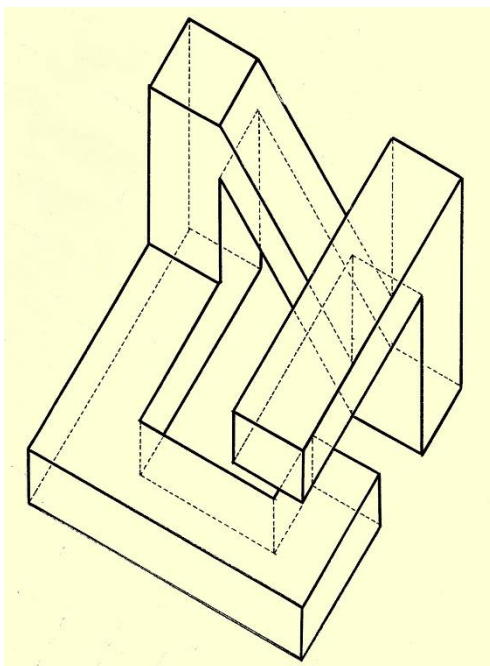


Figura 286: Posição intermédia 2 (resolução apresentada por um estudante).

Descrição dos dois movimentos:

1º movimento:

Para passar da posição inicial 1 para a posição intermédia 2 o objeto foi rodado segundo um eixo vertical, 90° da esquerda para a direita.

2º movimento:

Para passar da posição intermédia 2 para a posição 3 o objeto foi rodado segundo um eixo de topo 90° da esquerda para a direita.

Exercício 2

Dados:

São dadas duas imagens de um objeto comum em perspectiva isométrica sem que estejam assinaladas as suas arestas invisíveis (figuras 287 e 288).

Objetivo:

Representar objeto em tripla projeção ortogonal

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

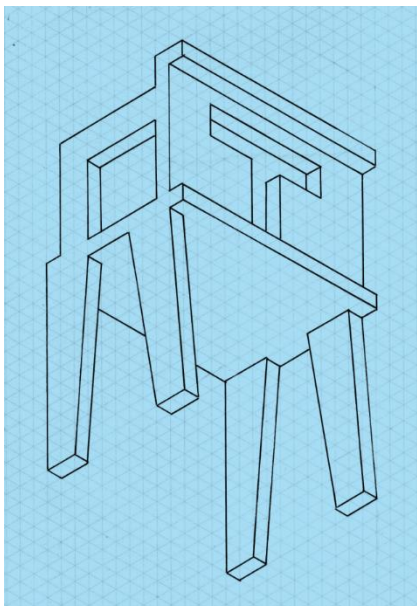


Figura 287: Posição 1.

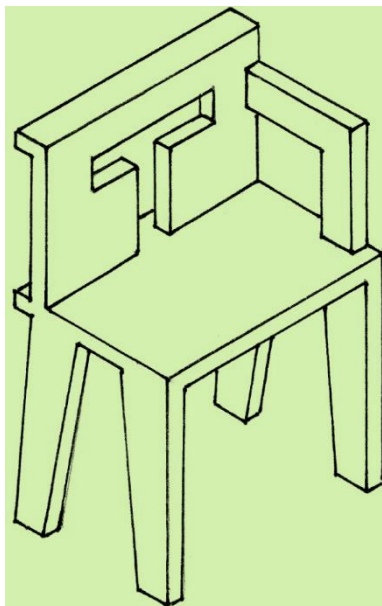


Figura 288: Posição 2.

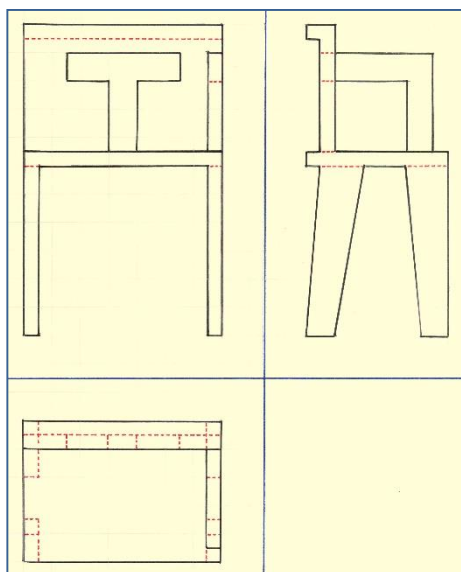


Figura 289: Objeto dado representado em método triédrico (resolução apresentada por um estudante).

Série 28: execução de desenhos de rotações em perspectiva cilíndrica

O objetivo destes exercícios é representar, em perspectiva cilíndrica, um objeto que também é dado em perspectiva cilíndrica, mas numa posição diferente, a qual é obtida após uma rotação. Criamos mais do que uma opção para este tipo de exercícios:

- há exercícios previstos com objetos de tipo lúdico e com objetos de tipo comum. A imagem do objeto pode ser dada numa perspectiva cilíndrica e a solução tanto pode ser pedida na mesma perspectiva como noutra perspectiva.
- a rotação pode ser simples, com um só movimento, dupla com dois movimentos, ou múltipla, com uma sucessão de vários movimentos.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem da posição inicial de um objeto em perspectiva dimétrica (figura 290) São visíveis a vista de frente, a vista de cima e a vista lateral direita.

Objetivo:

Representar novamente o objeto em perspectiva dimétrica na sua posição final, de tal modo que, após uma dupla rotação:

- a vista de frente passa a ser a vista lateral direita.
- a vista lateral direita passa a ser a vista de baixo..

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

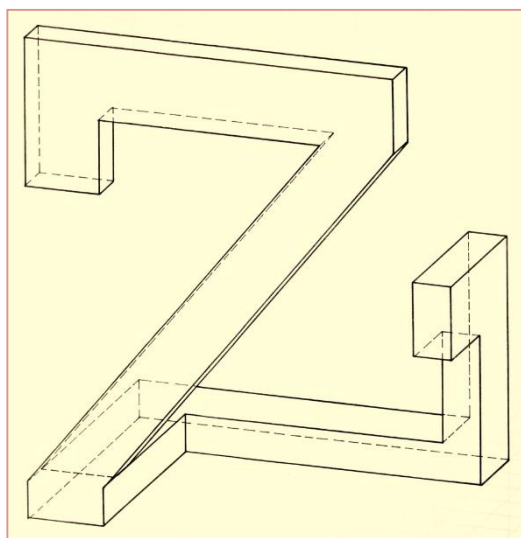


Figura 290: Objeto na sua posição inicial.

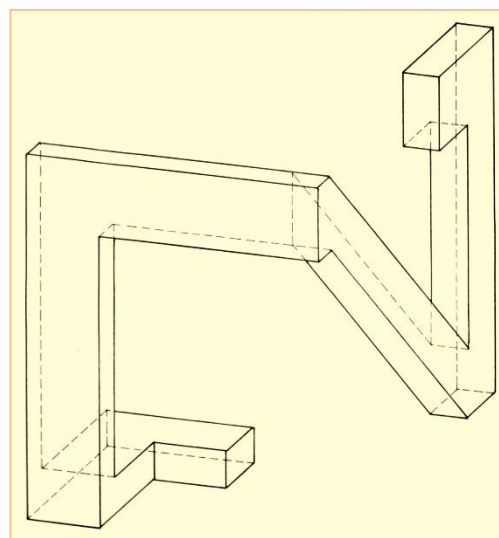


Figura 291: Objeto na sua posição final (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem da posição inicial de um objeto comum em perspectiva cavaleira (figura 292).

Objetivo:

Representar novamente o objeto em perspectiva cavaleira em três novas posições, após três rotações de 90° no sentido dos ponteiros do relógio.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Não devem ser representadas as arestas invisíveis

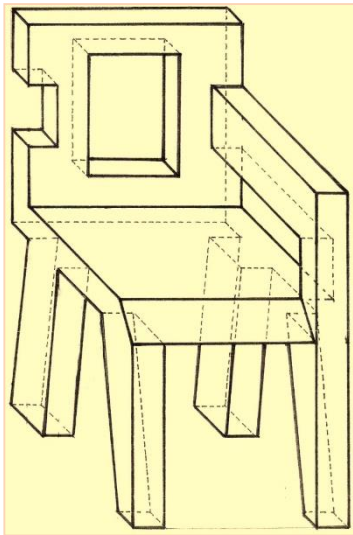


Figura 292: Objeto na sua posição inicial.

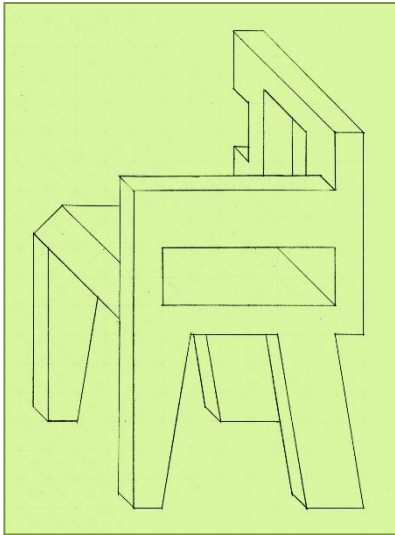


Figura 293: Após a 1ª rotação.

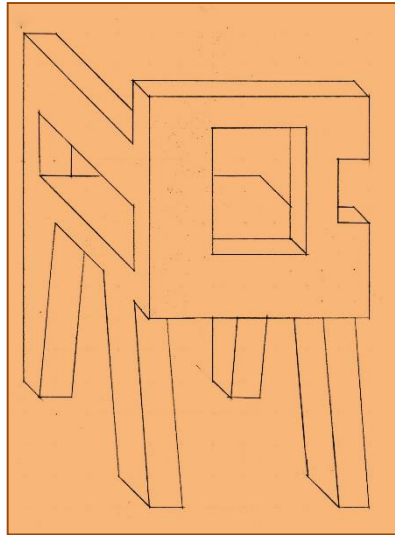


Figura 294: Após a 2ª rotação (resolução apresentada por um estudante).

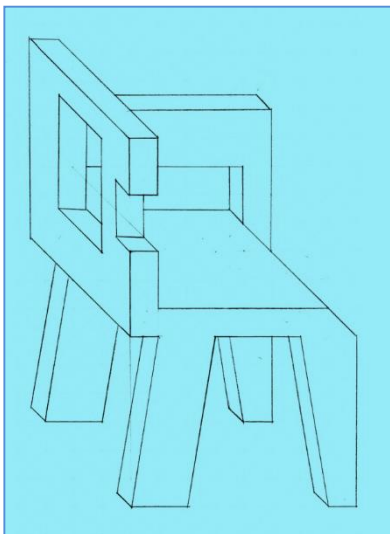


Figura 295: Após a 3ª rotação.

25.6. Rotações. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante deva ser capaz de:

1. Interpretar e compreender todos os tipos de representações que resultaram de rotações em perspectiva cilíndrica.
2. Compreender os processos de realização de rotações em perspectiva cilíndrica
3. Saber pôr em prática esses processos.
4. Verificar na prática de que os processos resultam.
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia no desenvolvimento da visualização e entendimento do movimento de um corpo no espaço, e de como é possível ter diferentes perceções tridimensionais de diferentes pontos de vista de uma só peça.

Lição nº27
Reflexos em espelhos planos



Figura 296: "gargalhada", 2006, José Mário.

27.1. Nota prévia

A matéria relativa a reflexos não é abordada no ensino secundário. Tampouco, que o saibamos, há qualquer matéria que se lhe assemelhe. O programa da unidade curricular de geometria e projeção já contemplou uma abordagem mais alargada a este tema, que incluía não só o estudo de reflexos em perspetiva cilíndrica, mas também em perspetiva cónica linear. Com a redução da carga horária, e a necessidade imperiosa de gestão dos tempos letivos, tivemos que abdicar do estudo em perspetiva cónica visto ter uma complexidade superior e implicar uma maior disponibilidade de tempo. A opção foi manter o estudo de reflexos em perspetiva cilíndrica.

A introdução a esta matéria pode ser feita como um desafio aos estudantes. O desafio consiste em descrever o modo como se forma a sua própria imagem quando se observam num espelho e a partir dessa descrição devem tentar deduzir as leis que regem esse fenómeno. Criada a curiosidade cria-se o ambiente propício ao estudo deste tema. Muitas das respostas revelarão certamente perspicácia e uma notável aproximação ao processo. Feitas as devidas correções entra-se no estudo do tema que na grande maioria dos casos é do agrado geral, e como tal, de rápida aprendizagem.

27.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Os reflexos em espelhos planos, no contexto desta disciplina, funcionam como um método simples de evitar linhas invisíveis, pois permitem obter informação quanto a zonas do objeto que de outro modo estariam inacessíveis ao nosso olhar.

O entendimento das propriedades dos espelhos permite, a um outro nível, certamente mais complexo, um certo número de aplicações, especialmente na área dos interiores. Permite por exemplo calcular e simular, para um determinado local real, uma imagem ilusória de profundidade que de facto não existe, criando uma sensação, ainda que aparente, de espaço.

Independentemente da questão meramente utilitária, julgamos que o tipo de exercícios possíveis de executar enquadrados nesta matéria, obriga no seu processo a raciocínios que desenvolvem a capacidade de rapidamente visualizar imagens tridimensionais.

Estes exercícios são ainda excelentes meios de criar situações de simetria, segundo planos, que para além de serem ótimos exercícios mentais, são também belos exercícios gráficos pelo resultado final obtido.

O estudo pode ser feito, quer em perspetiva cilíndrica quer em perspetiva cónica linear. Atualmente, como já o dissemos limitamo-nos ao estudo de reflexos em perspetiva cilíndrica em espelhos de nível ou espelhos de água, de perfil, frontais e verticais, pois são aqueles que de facto podem ter mais interesse prático.

Decidimos incluir este conteúdo por razões de ordem prática, pois os espelhos permitem obter informação quanto a zonas do objeto que de outro modo estariam inacessíveis ao nosso olhar. São um método simples de evitar linhas invisíveis revelando o que está oculto.

27.3. Leitura e interpretação de desenhos de reflexos em perspetiva cilíndrica

A aprendizagem da matéria relativa a leitura e interpretação de reflexos em perspetiva é por regra feita recorrendo a desenhos de objetos comuns formalmente adequados e normalmente realizados em perspetiva cavaleira e perspetiva isométrica.

Num exemplo simples que costumamos dar aos estudantes, mostramos uma imagem em perspetiva cavaleira de uma mesa. Essa imagem permite ter uma ideia muito aproximada do objeto, mas só aproximada. Se pedirmos aos estudantes que desenhem três vistas deste objeto, a sua forma é imediatamente assumida como um tampo, quatro pernas e três travessões horizontais. Essa é a leitura que todos farão do desenho, esquecendo-se que este só oferece uma visão parcial do objeto, e não uma visão da sua totalidade. É então necessário fazer compreender aos estudantes que estão a fazer uma

leitura menos prudente do desenho, pois pelo facto não estarem na posse de todos os dados necessários ao seu completo entendimento são levados a uma interpretação precipitada e por conseguinte errónea. O que a todos escapa, é que é necessário colocar algumas interrogações quanto ao que pode estar oculto pelo tampo da mesa.

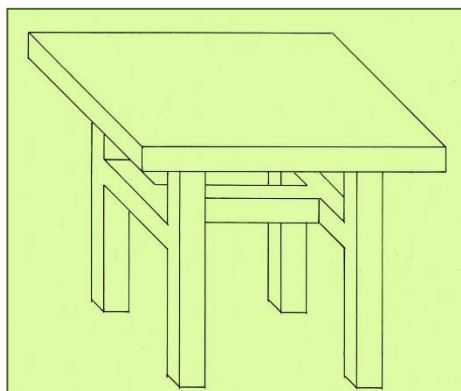


Figura 297: Mesa representada em perspectiva cavaleira.

Numa segunda imagem mostramos a mesma mesa e o seu reflexo num espelho horizontal. É nesse momento que os estudantes entendem que o seu raciocínio estava errado pois partia de um pressuposto, que á partida parecia ser o mais óbvio, mas que afinal era incorreto.

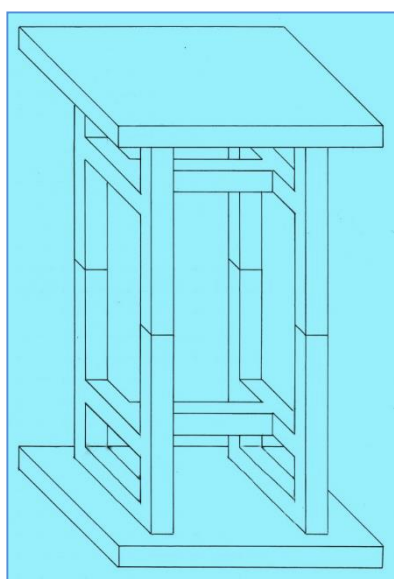


Figura 298: Mesa e respetivo reflexo num espelho horizontal.

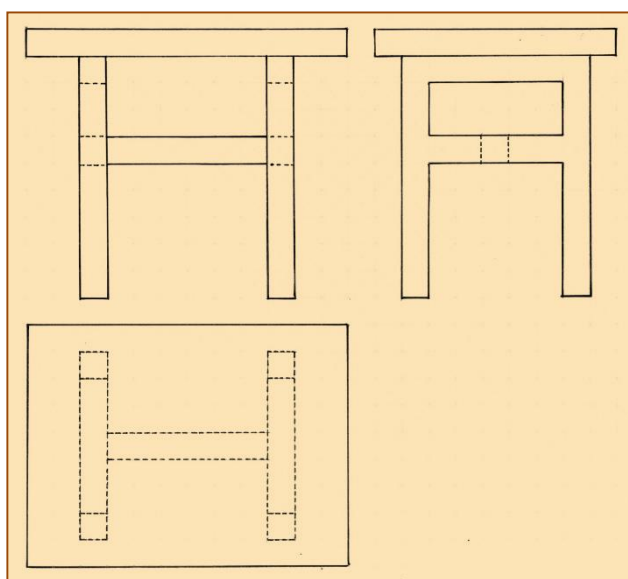


Figura 299: A mesma mesa representada em método triédrico.

Só com a ajuda do reflexo do objeto é que se torna possível representá-lo corretamente em método triédrico.

Nestes exercícios de leitura e interpretação de desenhos de reflexos em perspectiva cilíndrica são dadas como enunciados imagens de objetos e dos seus respetivos reflexos, sem arestas invisíveis. O objetivo principal destes exercícios é o de entender as regras do processo de formação de uma imagem refletida e o de ficar a conhecer o objeto na sua totalidade pela revelação das zonas até aí ocultas. Os objetos são pensados de modo a só poderem ser completamente entendidos recorrendo ao seu reflexo, como é o caso do objeto acima representado como exemplo. Como resolução deste tipo de exercício, para demonstrar que definitivamente entendeu o objeto, deve o estudante representá-lo em método triédrico com arestas visíveis e invisíveis.

27.4. Execução de desenhos de reflexos em perspectiva cilíndrica

Para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos de reflexos em perspectiva cilíndrica preferimos os objetos de tipo lúdico, mas também fazemos exercícios com objetos de tipo comum. Inicialmente é dada a imagem do objeto bem como a posição do espelho no qual se pretende determinar a sua imagem refletida.

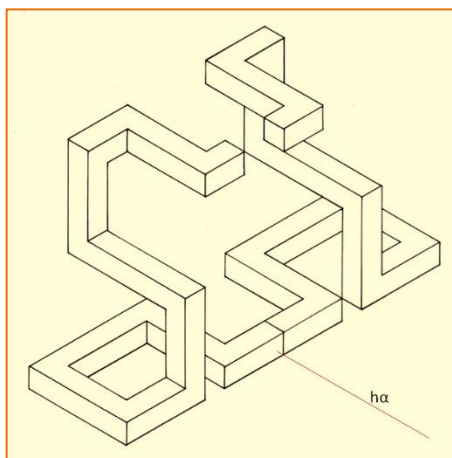
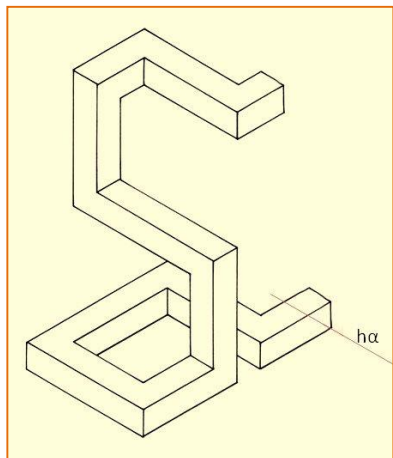


Figura 300: Objeto e espelho de perfil.

Figura 301: O objeto e o seu reflexo.

Quando o objetivo do exercício é dirigido especialmente para o processo que permite a criação de imagens simétricas a partir das imagens dadas, estas devem preferencialmente ser de objetos imaginados como labirintos tridimensionais.

Quando o que se pretende é a explicação do objeto, revelando partes ocultas pela aplicação de um espelho, então as imagens escolhidas são de objetos similares a objetos de tipo comum.

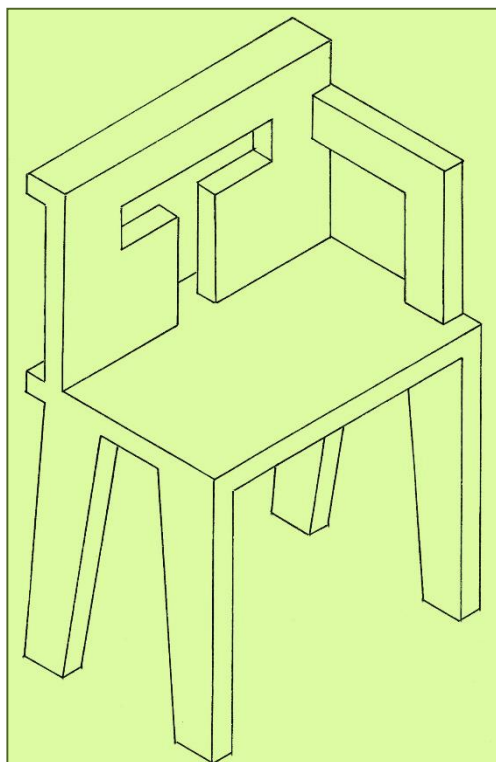


Figura 302: Objeto assente num espelho de nível.

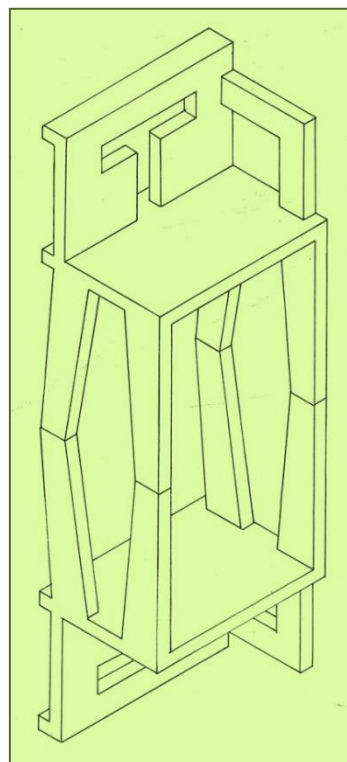


Figura 303: O objeto e o seu reflexo.

O processo inicia-se sempre com a escolha dum desenho de um objeto previamente executado em perspectiva cilíndrica, do tipo de espelho bem como a sua posição. Um

espelho plano, tal como qualquer plano, pode ser horizontal, frontal, de perfil, de topo, vertical, de rampa ou oblíquo. Nos nossos estudos realizamos exercícios unicamente com os três primeiros. Para todos eles há duas regras a saber e a aplicar:

- a distância de um ponto (P) a um espelho (ω) é igual à distância do espelho (ω) ao reflexo (Pr) desse ponto.
- as distâncias são medidas na perpendicular ao espelho.

Como podemos verificar na prática, quer se trate de um espelho horizontal, frontal ou de perfil, as regras a aplicar são exatamente as mesmas. Quando se trata de determinar o reflexo num espelho de perfil ou num espelho frontal indica-se a posição do traço horizontal do espelho. No caso de um espelho horizontal nunca se representa o seu traço frontal. Basta indicar se o objeto está assente no espelho, ou se for o caso, a que distância se encontra acima ou abaixo do plano do espelho.

Exemplo da aplicação das regras da reflexão na determinação da imagem refletida de um ponto B num espelho frontal α , em perspectiva cavaleira.

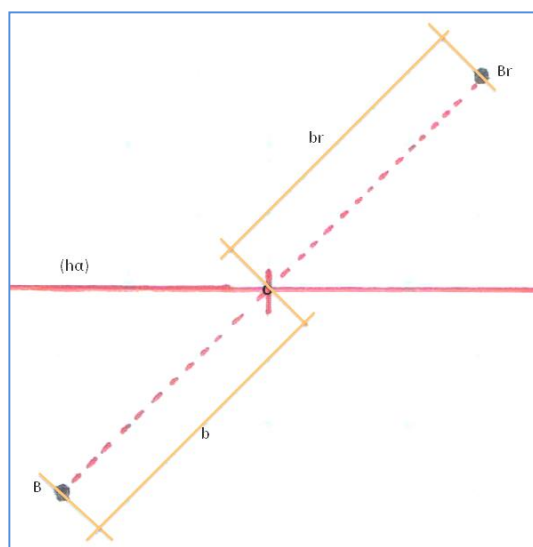


Figura 304.

A distância (b) do ponto B ao espelho frontal α , assinalado pelo seu traço horizontal ($h\alpha$), é igual à distância (br) do espelho ao reflexo do ponto Br. Exemplo do reflexo de um objeto num espelho frontal α , em perspectiva cavaleira.

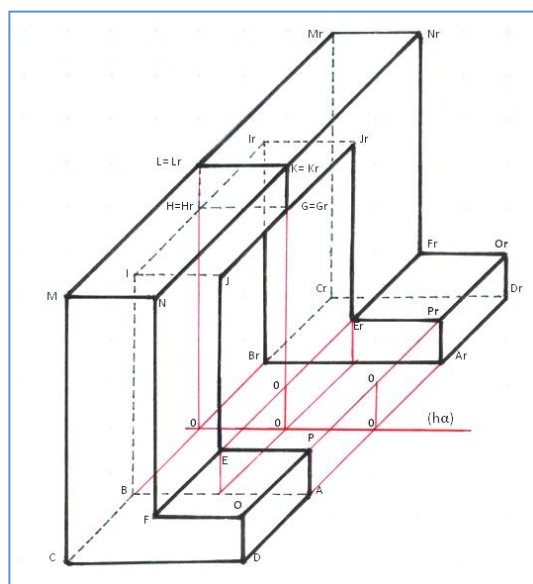


Figura 305: Objeto e o seu reflexo num espelho frontal.

Tendo os estudantes entendido o processo que permite determinar o reflexo de um ponto num espelho frontal, não é tarefa complicada explicar-lhes a aplicação desse processo na obtenção do reflexo de um qualquer objeto.

Por cada um dos pontos do objeto, traçamos uma perpendicular ao espelho. Medimos a distância de cada um dos pontos ao espelho, e marcamos igual medida desde o espelho até ao que se vai tornar a imagem refletida de cada um deles. A distância (Ao) é igual à distância (oAr), etc. Como se facilmente se verifica, na prática não é de facto necessário repetir este processo para todos os pontos, muitas das imagens dos pontos refletidas, serão naturalmente deduzidas. Se um ponto está encostado ao espelho, então, coincide com o seu próprio reflexo. Todas as arestas paralelas ao espelho têm como reflexo imagens paralelas às próprias arestas. Isto verifica-se em todos os espelhos.

Tomando como exemplo a figura acima representada, podemos observar que a aresta (AB) que é paralela ao espelho, tem como reflexo a imagem ($Ar Br$) que é paralela a (AB). O mesmo se repete para todas as outras arestas paralelas ao espelho. A face ($GHLK$), que está encostada ao espelho, coincide com o seu próprio reflexo ($GrHrLrKr$).

Exemplo da aplicação das regras da reflexão na determinação da imagem refletida de um ponto a num espelho de perfil β , em perspetiva cavaleira.

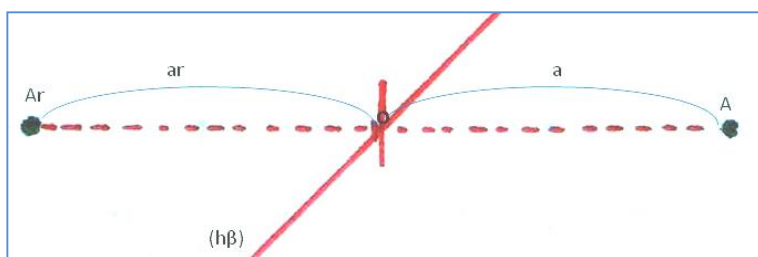


Figura 306: Reflexo de um ponto num plano de perfil.

A distância (a) do ponto A ao espelho de perfil β , assinalado pelo seu traço horizontal ($h\beta$), é igual à distância (ar) do espelho ao reflexo do ponto Ar . Exemplo do reflexo de um objeto num espelho de perfil β , em perspetiva cavaleira.

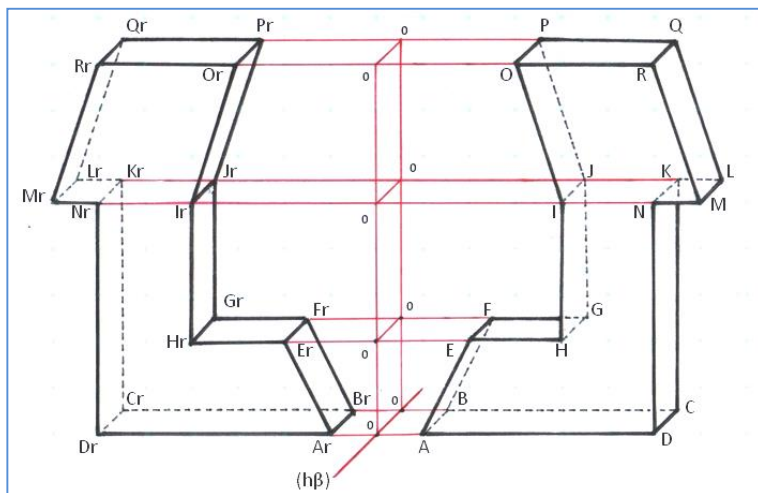


Figura 307: Objeto e o seu reflexo num espelho de perfil.

De igual modo, compreendido o processo de realização do reflexo de um ponto num espelho de perfil, que não difere do caso do espelho frontal, passa-se à sua aplicação na determinação do reflexo de um dado objeto. Iniciamos o processo traçando perpendiculares ao espelho a partir dos pontos do objeto.

Medimos as suas distâncias até ao espelho. Medimos as mesmas distâncias a partir do espelho no sentido oposto. Obtemos assim as imagens refletidas de todos eles, as quais devidamente unidas corporizam a imagem refletida do objeto dado. Como podemos observar no desenho obtido, as arestas paralelas ao espelho são paralelas aos seus reflexos.

Do lado esquerdo (figura 308) encontra-se uma figura simples que exemplifica a aplicação das regras da reflexão na determinação da imagem refletida de um ponto D num espelho horizontal, em perspectiva cavaleira.

Do lado direito (figura 309) mostra-se o exemplo de um reflexo de um objeto num espelho horizontal, em perspectiva cavaleira.

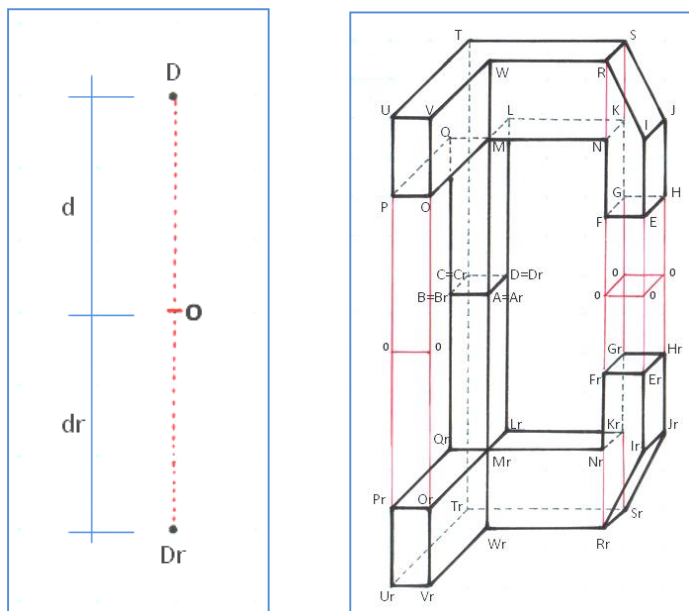


Figura 308: Reflexo de um ponto. Figura 309: Objeto e o seu reflexo.

Num espelho horizontal não se costuma assinalar o seu traço frontal. Basta uma referência à distância a que uma dada face, aresta ou ponto se encontra do espelho. A distância (d) do ponto D ao espelho horizontal é igual à distância (dr) do espelho ao reflexo do ponto Dr. Neste exemplo, na figura do lado direito o objeto está assente pela sua face (ABCD) no espelho, daí que essa face coincida com o seu próprio reflexo (ArBrCrDr).

27.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de reflexos em perspectiva cilíndrica

Série 29: leitura e interpretação de desenhos de reflexos em perspectiva cilíndrica

Para os exercícios de leitura e interpretação de reflexos em perspectiva cilíndrica são dadas imagens de objetos comuns e dos seus reflexos sem recurso à representação das arestas invisíveis. O objetivo principal destes exercícios é o de levar o estudante a compreender o objeto por inteiro a partir da conjugação da imagem do objeto na sua posição natural com a sua imagem refletida no espelho dado, e como conclusão, para provar que entendeu a sua morfologia deve representá-lo em tripla projeção ortogonal.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto, visto de trás, e ainda outra imagem desse mesmo objeto e do seu reflexo num espelho frontal em perspectiva isométrica (figura 310).

Objetivo:

Representar objecto em tripla projeção ortogonal.

Devem ser representadas a vista de cima, a vista de frente e a vista lateral esquerda.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

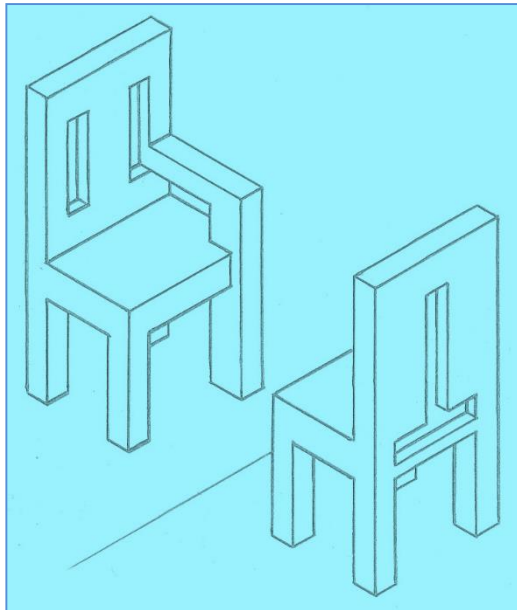


Figura 310: Objeto e o seu reflexo num espelho frontal.

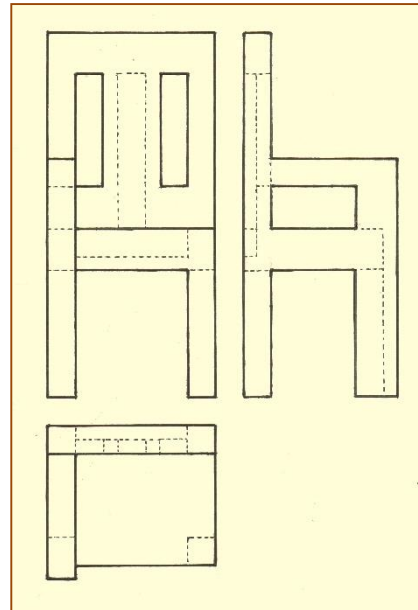


Figura 311: O mesmo objeto representado em método triédrico (resolução apresentada por um estudante).

Série 30: representação de reflexos em perspectiva cilíndrica

Os exercícios previstos para a execução de reflexos são na sua maioria com objetos de tipo lúdico pois permitem a obtenção de imagens mais interessantes e que de algum modo obrigam a raciocínios um pouco mais elaborados. O objetivo destes exercícios é o de levar os estudantes a entender e aplicar as regras que explicam a formação de imagens refletidas e permitem a sua representação em perspectiva cilíndrica.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto e um espelho plano frontal assinalado pelo seu traço horizontal ($h\beta$), em perspectiva isométrica (figura 312).

Objetivo:

Representar novamente o objeto em conjunto com a sua imagem refletida em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

As arestas invisíveis não devem ser representadas.

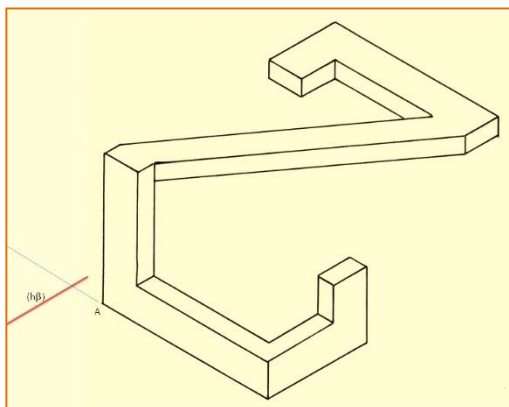


Figura 312: Objeto e espelho frontal.

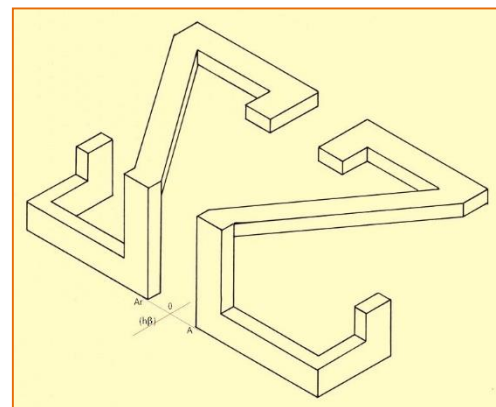


Figura 313: Objeto e o seu reflexo num espelho frontal (resolução dada por um estudante).

27.6. Reflexos. Nota final

É suposto que como resultado da aprendizagem o estudante tenha adquirido as seguintes competências teórico-práticas:

1. Capacidade para interpretar e compreender quaisquer representações em perspetiva com reflexos em espelhos planos, as suas características e possíveis aplicações;
2. Capacidade para compreender as regras e processos de realização de reflexos em espelhos planos em perspetiva cilíndrica, e saber pô-los em prática;
3. Verificação na prática de que os processos resultam e que a sua aplicação permite obter criar simetrias interessantes, ilusões de campos visuais dilatados, que podem ser expandidos até ao infinito. Permite ainda enriquecer a representação revelando elementos que de outro modo estariam ocultos, do ponto de vista do observador.

Lição nº28
Intersecções e reuniões

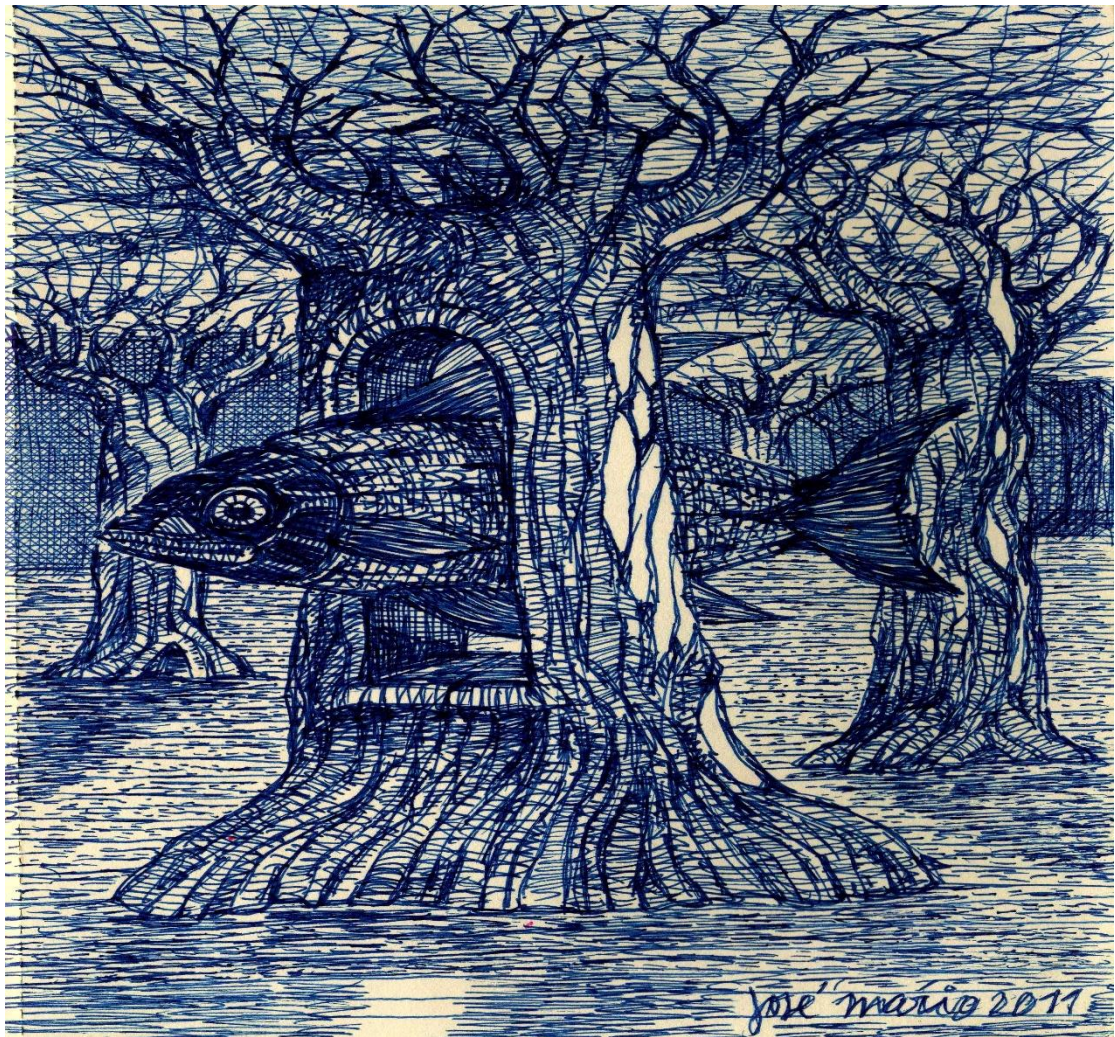


Figura 314: “o alienígena”, 2011, José Mário.

28.1. Nota prévia

Os estudos relativos a intersecções durante o ensino secundário estão atualmente confinados às intersecções de planos e de retas com planos. São exercícios de resolução mais ou menos mecânica, podem causar alguns problemas devido a alguma da sua componente abstrata, mas, muitas das vezes, mesmo sem terem uma noção exata do que estão a fazer, pois a visualização pode ser complicada, os estudantes conseguem resolver o problema memorizando e seguindo os diversos passos dos métodos gerais, os quais permitem alcançar um resultado final, mesmo sem compreender muito bem a razão de ser das etapas do percurso.

Há dois capítulos do programa do 11º ano dedicados ao estudo de intersecções em dupla projecção ortogonal. Um dos capítulos estuda a intersecção de planos; o outro, na sequência do anterior, estuda a intersecção de retas com planos. A proposta do programa da unidade curricular para esta temática é diferente. É diferente de dois modos, primeiro porque todos os exercícios serão resolvidos em perspetiva cilíndrica, segundo porque os intervenientes deixarão de ser só planos e retas para passarem a ser polígonos e sólidos.

28.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Antes de mais convém esclarecer que nos exercícios que desenvolvemos com os nossos estudantes os sólidos são sempre poliedros, não estão previstos exercícios com cones, cilindros ou esferas³⁷.

A introdução a esta matéria é feita a partir de uma resumida revisão daquilo que foi estudado no ensino secundário no que concerne a intersecções de planos e de retas com planos. A partir dessa base de carácter geral e abstrato estabelecemos uma ligação para o universo mais particular e concreto dos objetos. Aplicamos muitos desses conhecimentos na resolução de problemas de intersecção e reunião de dois polígonos opacos, de um polígono opaco com um sólido, e de dois sólidos. É exatamente pelo facto de exigir a combinação de conhecimentos antecedentes, que esta matéria pode criar algumas dificuldades aos estudantes com menos competências anteriormente adquiridas.

Para se conseguir resolver um problema de intersecção de polígonos é necessário conhecer o método de intersecção de planos, e de retas com planos. No essencial a intersecção e reunião de dois polígonos opacos é como que um prolongamento direto da matéria de intersecção de planos. Todo o processo é idêntico, a novidade consiste no facto de ser necessário visualizar qual a porção de cada um dos polígonos é visível, e qual é invisível.

Para se resolver um problema de intersecção e reunião de polígonos com sólidos é necessário conhecer o método de intersecção de polígonos e todo o conhecimento que lhe é antecedente. Há uma fase da resolução em os conhecimentos relativos a intersecções de retas e de retas com planos são incontornáveis. Para finalizar o problema é necessário visualizar qual a parte do polígono visível, qual a que encobre o sólido, qual a invisível e qual a que desaparece definitivamente.

Para se resolver um problema de intersecção e reunião de sólidos é necessário conhecer todos os métodos de resolução que referimos anteriormente. De igual modo, para uma completa resolução deste tipo de exercícios é necessário visualizar qual a parte do polígono visível, qual a que encobre o sólido, qual a invisível e qual a que desaparece definitivamente.

A intersecção de dois sólidos pode ser classificada em quatro grupos segundo o número de linhas geradas e pontos de contacto:

- Grupo 1: mordedura, engastamento ou arrancamento, quando as suas superfícies se intersectam segundo uma linha;
- Grupo 2: penetração, quando as suas superfícies se intersectam segundo duas linhas;
- Grupo 3: beijamento simples ou penetração tangencial, quando as suas superfícies se intersectam segundo duas linhas, que têm a particularidade de se tocarem num ponto.

³⁷ Os estudantes que pretendem aprofundar conhecimentos relativamente a esta matéria podem, por exemplo, consultar o livro de Larburu, Nicolas, Técnica del Dibujo, livro 1º. (1988). Editorial Paraninfo SA, Madrid.

- Grupo 4: beijamento duplo, penetração máxima ou ajustamento, quando as suas superfícies se intersectam segundo duas linhas, que têm a particularidade de se tocarem em dois pontos.

Nas aulas dedicadas a este tema, após a introdução e definição destes quatro tipos diferentes de interseções, pedimos aos estudantes que os tentem traduzir em imagens de fácil entendimento, fazendo para tal alguns esquissos à mão levantada. Acontece que, apesar de todos terem compreendido as definições, que são bastante simples, muito poucos conseguem passá-las para desenhos completamente inteligíveis. Posteriormente, para esclarecer quaisquer dúvidas, exemplificamos realizando vários desenhos no quadro da sala de aula que ilustrem estes assuntos. Abaixo mostramos alguns desses exemplos ilustrativos.

1. Exemplo de mordedura. As faces dos dois sólidos intersectam-se segundo uma linha poligonal fechada [ABCDEFGHI] (figura 315).

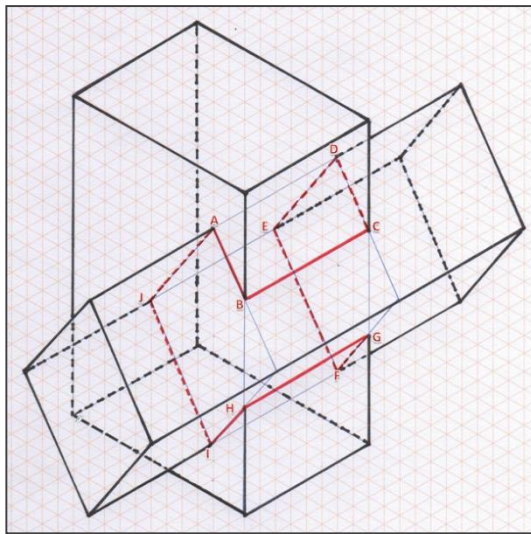


Figura 315: Mordedura.

2. Exemplo de penetração, quando as suas superfícies se intersectam segundo duas linhas poligonais fechadas (figura 316).

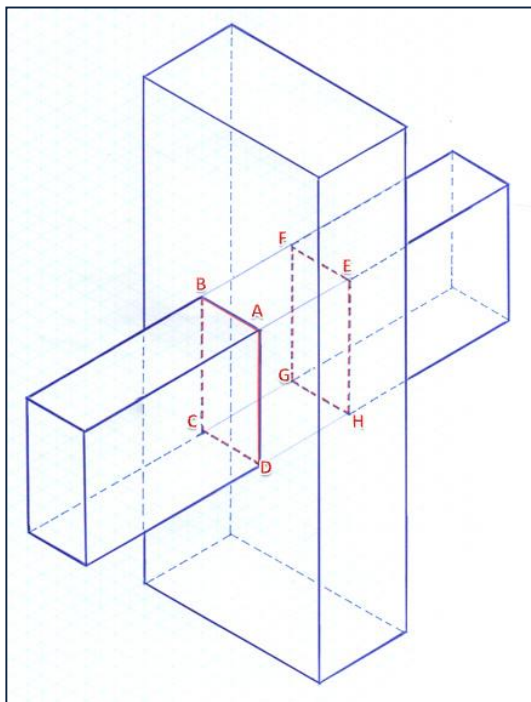


Figura 316: Penetração.

3. Exemplo de beijamento simples. As faces dos dois sólidos intersectam-se segundo duas linhas poligonais fechadas, [ABC] e [ADE] que têm a particularidade de se tocarem num ponto A (figura 317).

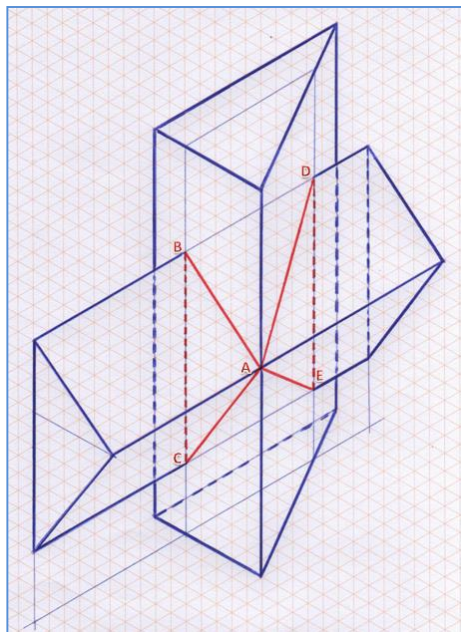


Figura 317: Beijamento simples.

4. Exemplo de ajustamento. As faces dos dois sólidos intersectam-se segundo duas linhas poligonais fechadas [ABCD] e [AECF] ou [ABCE] e [ADCF] que têm a particularidade de se tocarem em dois pontos A e C (figura 318).

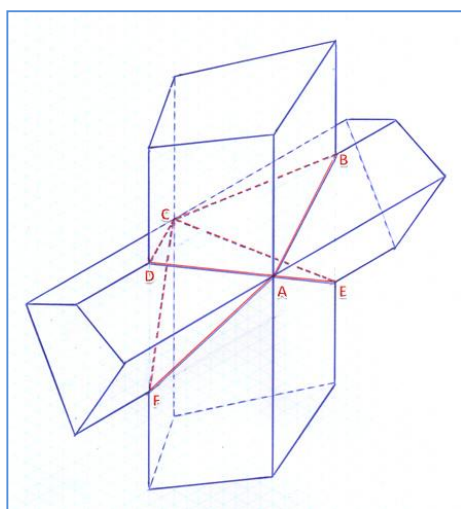


Figura 318: Ajustamento.

Achamos importante incluir esta conteúdo no programa da unidade curricular tendo em mente dois objetivos:

- um dos objetivos é o de promover o exercício mental, num jogo lúdico e construtivo de entendimento de relações espaciais, propondo problemas que são transversais a muitos dos conteúdos onde se alicerça o edifício da geometria descritiva;
- o outro objetivo é de caráter mais prático, consiste em simular a construção de um objeto a ser utilizado num contexto específico, como se de um estudo se tratasse, para compreender como é que dois corpos se podem encaixar um no outro e podem ser colados ou soldados, formando um novo corpo resultante da sua reunião, e cuja forma final respondesse à função para a qual foi pensado.

Este corpo não tem de ser obrigatoriamente um modelo puramente académico, pelo contrário poderá ser um objeto utilitário ou decorativo.

28.3. Leitura e interpretação de desenhos de intersecções e reuniões de polígonos opacos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios pensados para a desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação, de desenhos de intersecção e reunião de polígonos opacos, é dada uma imagem com dois polígonos identificados por vezes com cores diferentes, contidos em dois planos com as mesmas cores, que se apresentam intersecados segundo uma linha (figura 319).

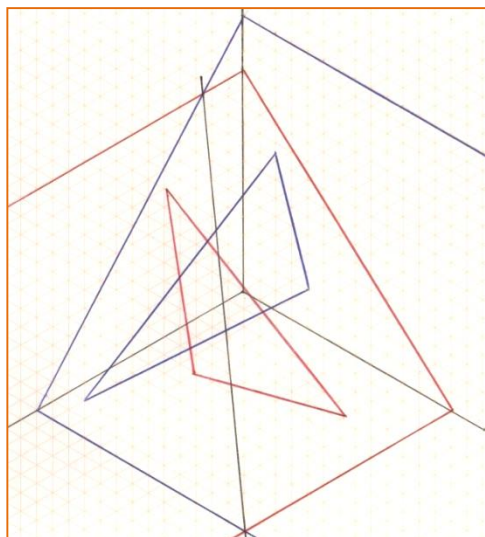


Figura 319: Imagem dada.

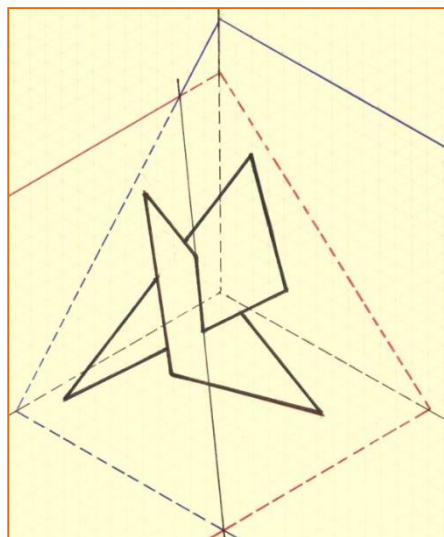


Figura 320: Resolução.

O objetivo é que o estudante compreenda a posição dos polígonos, como se relacionam em termos espaciais e qual o segmento de reta da linha de intersecção dos planos que é comum aos dois, para poder decidir corretamente como se reúnem, representando no desenho resolução quais as áreas que estão visíveis e quais a que estão invisíveis (figura 320).

28.4. Leitura e interpretação de desenhos de intersecções e reuniões de polígonos opacos com sólidos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação, de desenhos de intersecção e reunião de polígonos opacos com sólidos, é dada a imagem de um sólido geométrico e de um polígono contido num plano, bem como as linhas de intersecção do plano com o sólido (figura 321).

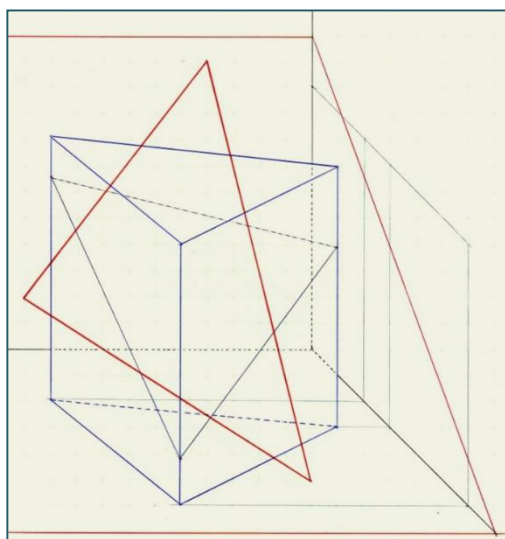


Figura 321: Imagem dada.

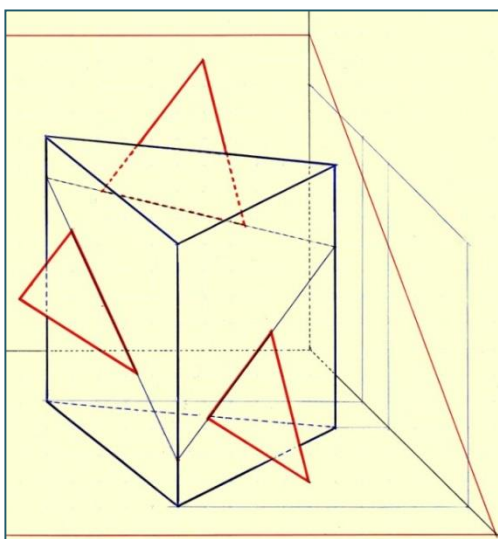


Figura 322: Resolução.

O objetivo é que o estudante compreenda as suas posições relativas e visualize como se conjugam num só corpo. Na resolução destes exercícios devem ser representadas, sem margem para equívocos, quais as linhas do sólido que estão visíveis e quais as que estão invisíveis, e ainda quais as áreas do polígono que deixam de existir, ao ser integrado no sólido (figura 322).

28.5. Leitura e interpretação de desenhos de intersecções e reuniões de sólidos em perspetiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos de intersecção e reunião de sólidos é dada uma imagem com dois sólidos geométricos identificados individualmente, e com todas as linhas de intersecção das suas faces (figura 323).

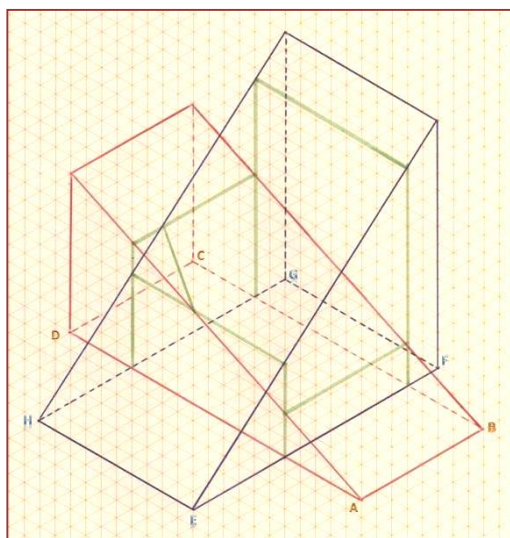


Figura 323: Imagem dada.

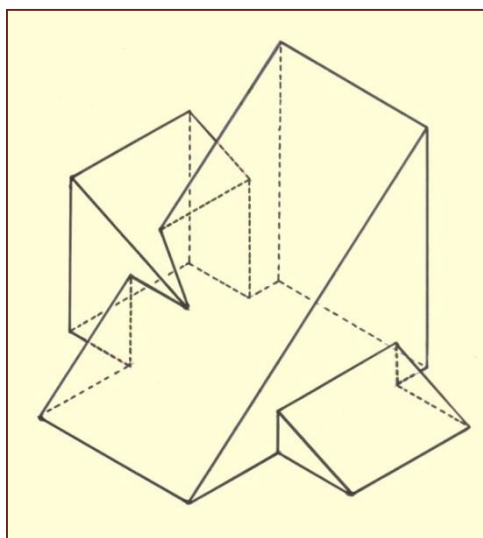


Figura 324: Resolução.

O objetivo é que o estudante entenda como os dois sólidos se relacionam posicionalmente, e que a partir desse entendimento visualize como se reúnem de modo a formarem um só corpo. Na resolução destes exercícios, a representação do objeto resultante da reunião dos dois sólidos deve ser perfeitamente inteligível quais as áreas que continuam visíveis, quais as que permanecem e quais as que passam a ser invisíveis, e ainda quais as áreas de cada um dos sólidos que, ao serem integradas pelo outro sólido, deixam de existir (figura 324).

28.6. Execução de desenhos de intersecções e reuniões de polígonos opacos em perspetiva cilíndrica

Nos exercícios que concebemos para o desenvolvimento da capacidade de realização de desenhos de intersecção e reunião de polígonos opacos, são dadas as coordenadas dos seus vértices bem como posição dos planos que os contêm. O objetivo é que o estudante, após a representação dos planos e dos polígonos, determine a sua intersecção e a sua consequente reunião. Isto implica a compreensão das suas posições no espaço, do que está visível e do que está invisível. A explicação deste conteúdo é feita com recurso a uma sequência de quatro imagens simples, com as quais se pretende ilustrar todo o processo.

1. A resolução inicia-se com a representação de um dos planos e do polígono nele contido (figura 325).
2. De seguida representa-se o outro plano e o polígono nele contido (figura 326).

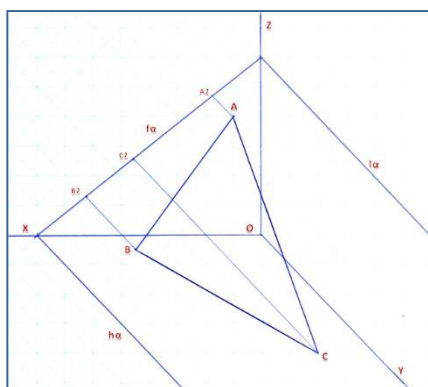


Figura 325: O plano de topo α e o triângulo [ABC] nele contido.

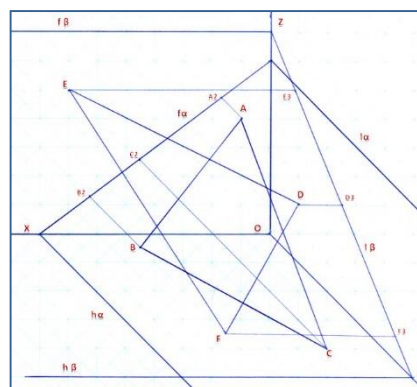


Figura 326: O plano de rampa β e o triângulo [DEF] nele contido.

3. O penúltimo passo consiste em determinar a reta i de interseção dos planos que contêm os polígonos (figura 327).

4. O processo conclui-se com a correta definição da reunião dos dois polígonos. Isto implica em primeiro lugar compreender qual o segmento da reta de interseção que é comum aos dois polígonos, e em segundo lugar o que fica visível e o que fica oculto (figura 328).

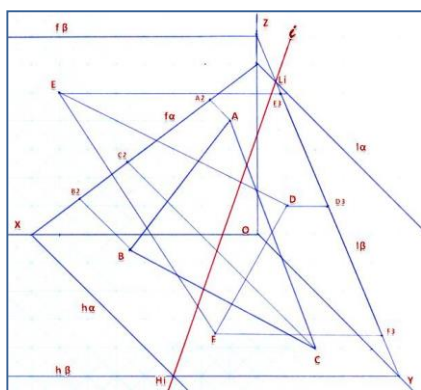


Figura 327: A reta i de interseção dos dois planos.

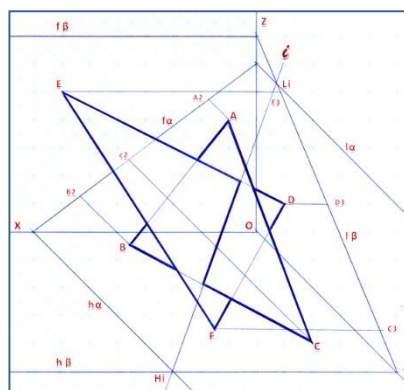


Figura 328: O resultado final.

28.7. Execução de desenhos de intersecções e reuniões de polígonos opacos com sólidos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de realizar desenhos de interseção e reunião de polígonos com sólidos, também são sempre dados o plano que contém o polígono, as coordenadas dos vértices do polígono e as coordenadas dos vértices do sólido. O objetivo que se propõe aos estudantes com estes exercícios é o de compreenderem as posições dos dois elementos em termos espaciais, e de saber aplicar o método que lhes permite determinar as suas linhas de interseção e a sua consequente reunião, distinguindo o que está visível do que está invisível.

1. Representa-se o plano que contém o polígono e o próprio polígono³⁸. Neste exemplo o plano é de topo e o polígono é um triângulo [ABC]. Representa-se o sólido, neste caso um prisma reto de base quadrangular. A sua base [DEFG] está contida no plano coordenado zy. Sendo um prisma reto, as suas arestas laterais são perpendiculares à sua base [DEFG] de perfil, o que significa que são fronto-horizontais, isto é, paralelas ao eixo x (figura 329). A explicação deste conteúdo é feita com recurso a uma sequência de seis imagens, com as quais se pretende ilustrar todo o processo de execução. Este é um dos exemplos ilustrativos utilizados nas aulas de geometria e projeção.

³⁸ Deve mas não é obrigatório, este tipo de exercício pode muito bem ser iniciado com a representação do sólido. O resultado final é exatamente o mesmo.

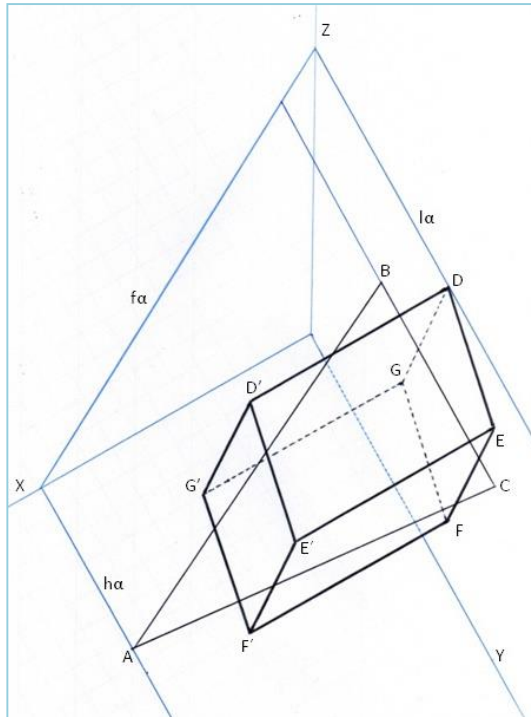


Figura 329: O plano de topo α , o triângulo $[abc]$ e o prisma com base de perfil.

2. Conforme o plano do polígono seja projetante horizontal, frontal ou lateral, assim, de igual modo, deve ser feita uma projeção horizontal, frontal ou lateral do sólido. No exemplo dado, visto tratar-se de um plano de topo que é um plano projetante frontal, representa-se a projeção frontal do sólido (figura 330).

3. Da interseção do traço frontal do plano $f\alpha$ com as projeções frontais das arestas do sólido DD' , EE' , FF' , GG' , obtêm-se os pontos 1, 2, 3, 4, 5. A estes pontos vão corresponder idênticos pontos de interseção do plano sobre as próprias arestas do sólido. Da correta união desses pontos, obtemos a secção $[1\ 2\ 3\ 4\ 5]$ produzida pelo plano α no prisma (figura 331).

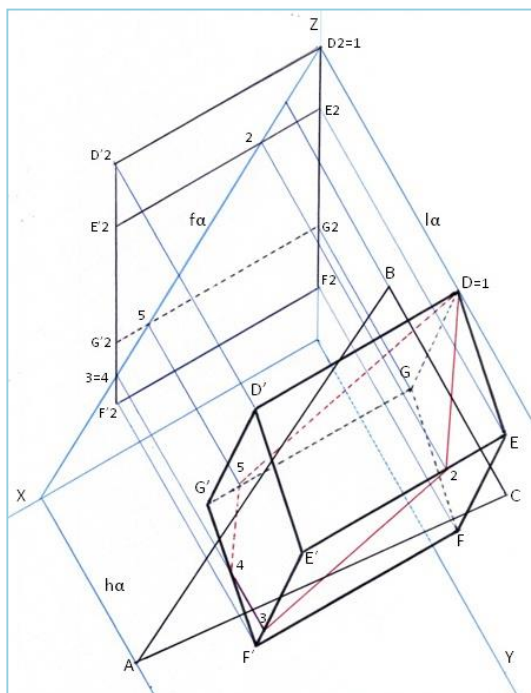
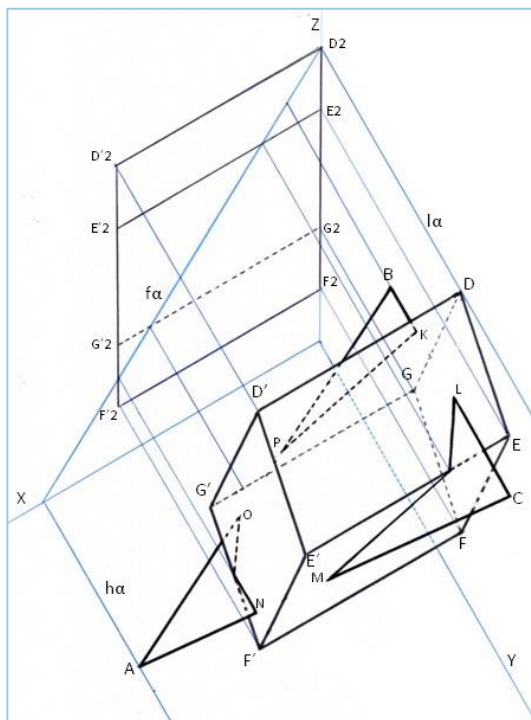


Figura 330: Determinação da secção $[1\ 2\ 3\ 4\ 5]$ produzida pelo plano no prisma.

5. Após a compreensão das posições dos dois elementos, e jogando com todos os dados adquiridos ao longo do processo, já é possível visualizar o modo como os dois elementos deste conjunto se interpenetram e se reúnem num só corpo. Definem-se as áreas do polígono que são visíveis, e as que são invisíveis por se encontrarem encobertas pelo poliedro. De igual modo definem-se as partes do sólido que ficam ocultas pela interposição do polígono que é opaco.



219

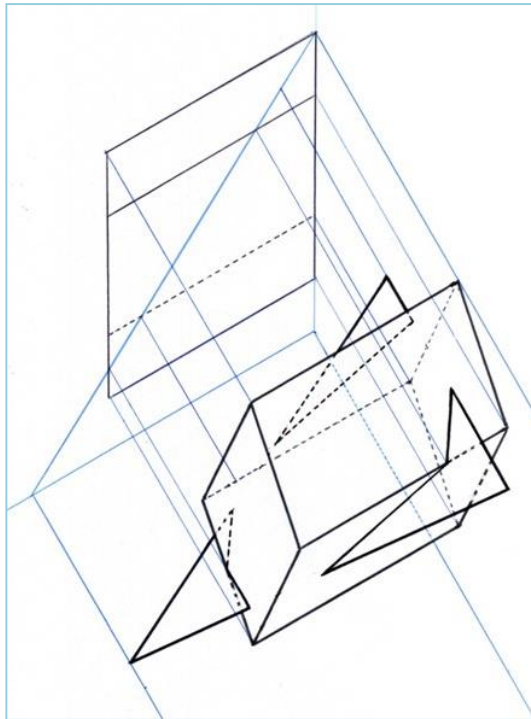


Figura 333: Resultado final com a exclusão de todas as letras usadas no processo.

28.8. Execução de desenhos de intersecções e reuniões de sólidos em perspectiva cilíndrica

Para o entendimento e aplicação dos processos de realização de desenhos de intersecções e reuniões de sólidos em perspectiva cilíndrica estão previstos dois tipos de exercícios:

- um dos tipos de exercícios tem como dados iniciais as imagens dos dois sólidos geométricos;
- o outro tipo de exercícios é de características similares aos anteriormente apresentados para as outras intersecções em que são dadas as coordenadas dos vértices de ambos os sólidos.

Com estes exercícios pretende-se que os estudantes entendam as posições espaciais dos dois elementos e que saibam aplicar os procedimentos que levam à descoberta das suas linhas interseção e, a partir daí, representar a sua reunião, distinguindo com diferentes tipos de traçado normalizado o que ficou visível do que está invisível. A explicação deste conteúdo também é feita com recurso a uma sequência de imagens, com as quais se pretende ilustrar todo o processo de execução.

Os exercícios que imaginamos, cujo grau de dificuldade foi ponderado, podem ser resolvidos por um processo que passa por cinco fases.

1. Qualquer um dos dois tipos de exercícios anteriormente mencionados é iniciado com a representação dos dois sólidos (sólido a e sólido b), nas posições que vão ocupar relativamente um ao outro. Neste exemplo o sólido a está representado a vermelho e o sólido b representado a azul (figura 334).
2. Determinam-se as secções que os planos que contêm as faces do sólido a produzem no sólido b. Põem-se em destaque as linhas de interseção entre as faces dos dois sólidos. Encontram-se os pontos de entrada e saída das arestas do sólido a no sólido b (figura 335).
3. Determinam-se as secções que os planos que contêm as faces do sólido b produzem no sólido a. Põem-se em destaque as linhas de interseção entre as faces dos dois sólidos. Encontram-se os pontos de entrada e saída das arestas do sólido b no sólido a (figura 336).

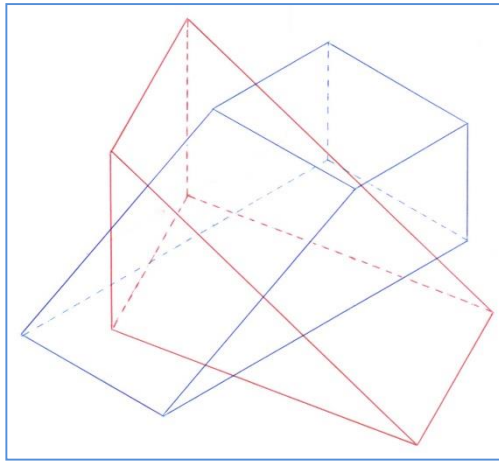


Figura 334: Dados iniciais do exercício.

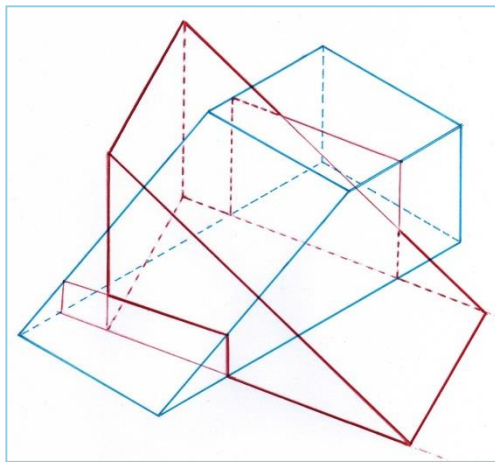


Figura 335: Secções, linhas de intersecção e pontos de entrada e saída.

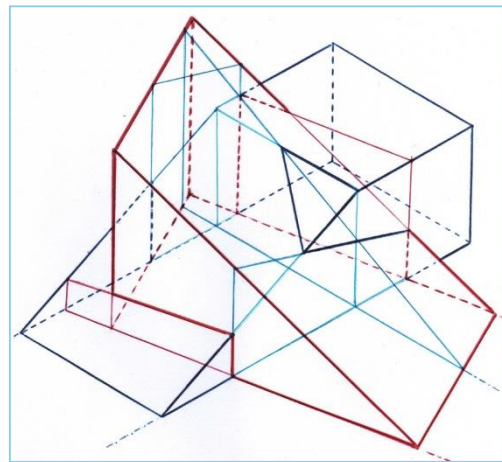


Figura 336: Secções, linhas de intersecção e pontos de entrada e saída.

4. Representam-se as restantes arestas resultantes das intersecções entre as faces dos dois sólidos (figura 337).

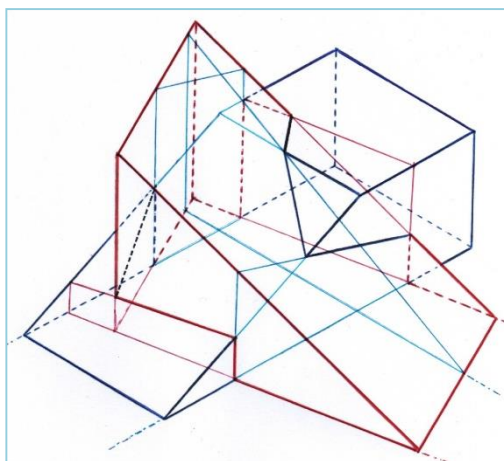


Figura 337: Últimas linhas de intersecção.

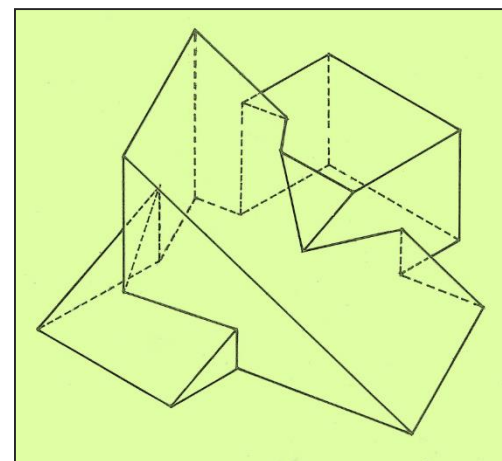


Figura 338: Resultado final.

5. O processo finaliza-se com a representação do sólido resultante da sua reunião. A conclusão implica distinguir o que está visível, o que está invisível e do que deixou de existir (figura 338). Quando pedimos aos estudantes que realizem a imagem final numa outra folha, regra geral em papel vegetal, só devem ser representadas as linhas que

definem unicamente a reunião dos dois sólidos, todas as outras linhas auxiliares que fizeram parte do processo devem ser retiradas.

28.9. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de interseções e reuniões em perspectiva cilíndrica

Série 31: leitura e interpretação de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos em perspectiva cilíndrica

Para os exercícios de desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos são dados os planos, os polígonos e a reta de interseção dos planos. Pretende-se que o estudante visualize e compreenda como é que os polígonos se posicionam espacialmente, qual o segmento de interseção que é comum aos dois e quais as áreas que estão visíveis e quais a que estão invisíveis após a sua reunião.

Exercício 1

Dados:

É dada em perspectiva isométrica a imagem de um conjunto de dois polígonos opacos, os triângulos [abc] e [def] contidos respetivamente nos planos α de rampa e β de topo (figura 339).

Objetivo:

Representar o resultado da sua interseção e reunião em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

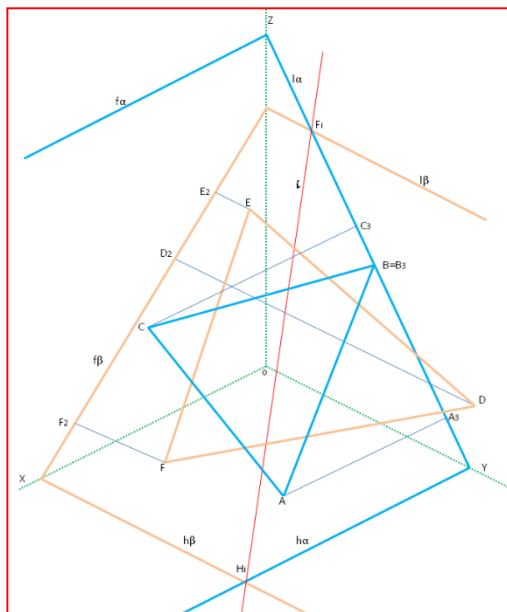


Figura 339: Dados.

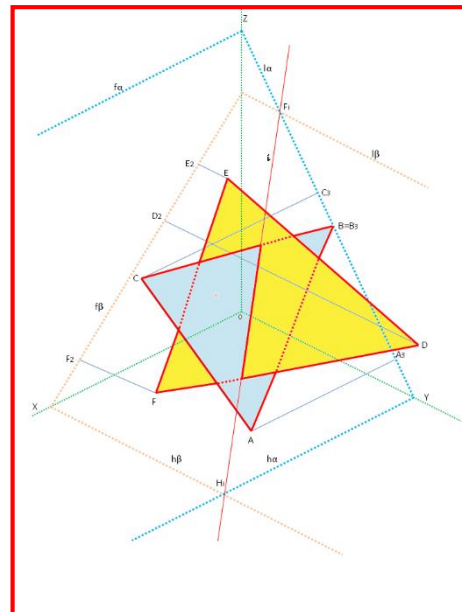


Figura 340: Resolução (apresentada por um estudante).

Série 32: leitura e interpretação de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos com sólidos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação, de desenhos de interseção e reunião de polígonos com sólidos, é dada a imagem de um sólido geométrico e de um polígono contido num plano, bem como as linhas de interseção do plano com o sólido. O objetivo principal continua a ser visualizar. Pretende-se que o estudante compreenda as posições relativas dos dois elementos e visualize como se conjugam num só corpo, representando adequadamente quais as linhas que estão visíveis,

quais as que estão invisíveis e quais as áreas do polígono que deixam de existir ao ser integrado no sólido.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um conjunto de dois elementos:

- um polígono opaco, contido num dado plano definido pelos seus traços.
- um sólido com base contida num dos planos coordenados (figura 341).

Objetivo:

Representar o resultado da sua interseção e posterior reunião.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

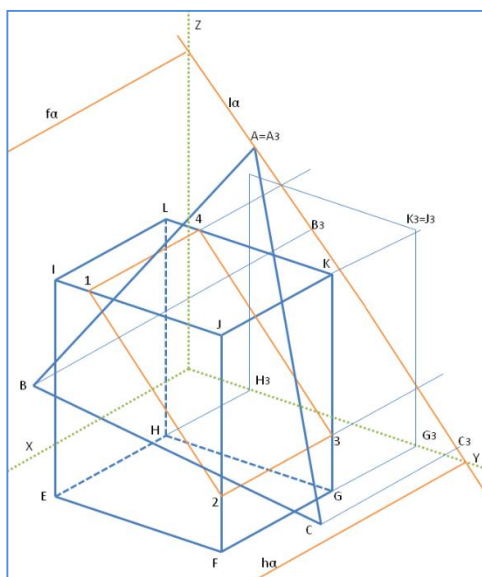


Figura 341: Dados.

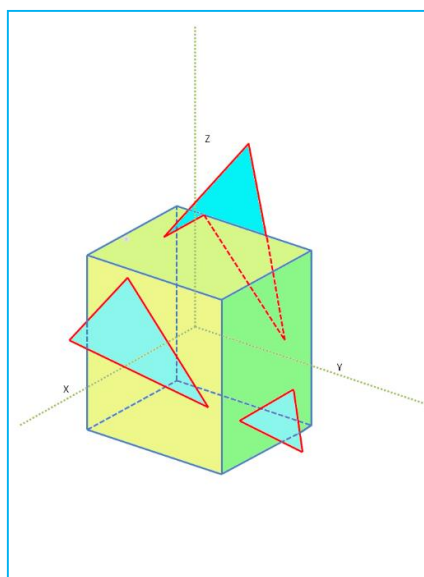


Figura 342: Resolução (apresentada por um estudante).

Série 33: leitura e interpretação de desenhos interseção e reunião de sólidos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos de interseção e reunião de sólidos é dada uma imagem com dois sólidos geométricos identificados individualmente, e com todas as linhas de interseção das suas faces. Também nesta série de exercícios, o objetivo fundamental é visualizar. Pretende-se que o estudante entenda como os dois sólidos se relacionam posicionalmente e visualize como se reúnem de modo a formarem um só corpo. Na representação do objeto resultante da reunião dos dois sólidos dados deve ser perfeitamente inteligível quais as áreas que continuam visíveis, quais as que permanecem e quais as que passam a ser invisíveis, e ainda quais as áreas de cada um dos sólidos que, ao serem integradas pelo outro sólido, deixam de existir.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um conjunto de dois sólidos (figura 343).

Objetivo:

Representar o resultado da sua interseção e posterior reunião em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

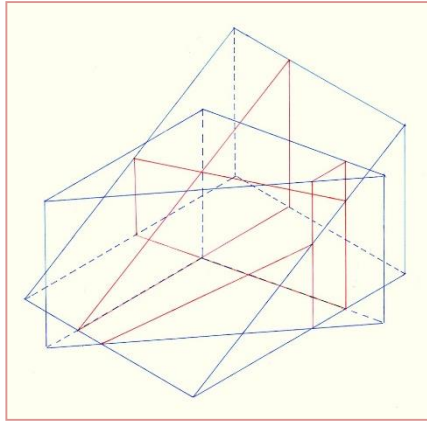


Figura 343: Dados.

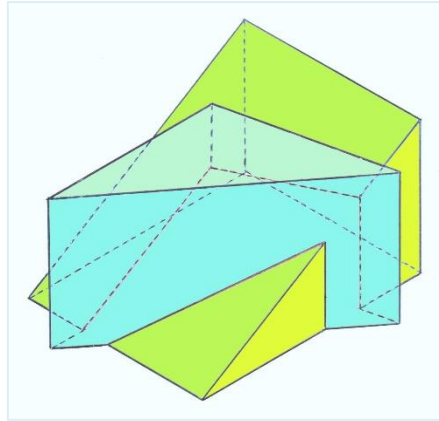


Figura 344: Resolução (apresentada por um estudante).

Série 34: execução de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios que concebemos para o desenvolvimento da capacidade de realização de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos, são dadas as coordenadas dos seus vértices bem como posição dos planos que os contêm. O objetivo é que o estudante construa a imagem, isto é, que represente os planos e dos polígonos; que aplique um método de resolução da interseção das duas figuras; e finalmente visualize a sua reunião, o que implica que compreenda as suas posições no espaço, e portanto distinga o que está visível do que está invisível.

Exercício 1

Dados:

É dado um plano oblíquo α que intersesta o eixo x num ponto com 10 de abcissa, intersesta o eixo y num ponto com 9 de afastamento e intersesta o eixo z num ponto com 13 de cota. O plano α contém o triângulo [ABC]. A: (?; 3,5; 6,5); B: (2,5; ?; 1); C: (6; 2,5; ?)

É também dado um plano de topo β que intersesta o eixo x num ponto com 6 de abcissa e intersesta o eixo z num ponto com 6 de cota.

O plano α contém o triângulo [DEF]. D: (0,5; 6;); E: (?; 0,5; 4); F: (5; 5,5; ?)

Objetivo:

Representar o resultado da sua interseção e reunião em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço contínuo fino.

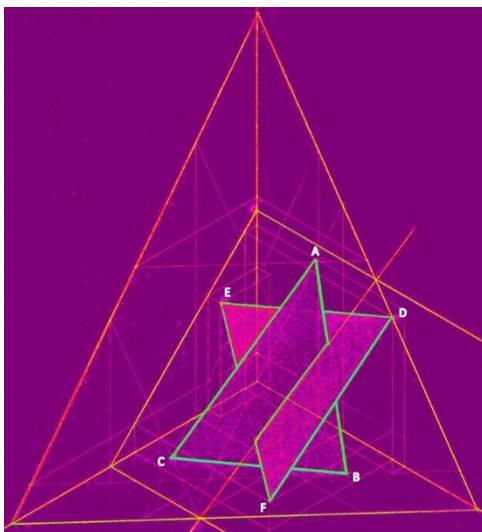


Figura 345: Resolução (apresentada por um estudante).

Série 35: execução de desenhos de interseção e reunião de polígonos opacos com sólidos em perspectiva cilíndrica

Nos exercícios para a desenvolvimento da capacidade de realizar desenhos de interseção e reunião de polígonos com sólidos, também são sempre dados o plano que contém o polígono, as coordenadas dos vértices do polígono e as coordenadas dos vértices do sólido. O objetivo é construir, aplicar um método para determinar a interseção e visualizar a reunião dos dois elementos. Pretende-se que o estudante, após a colocação dos dados iniciais, conjugue a compreensão que fez das posições dos dois elementos com todos os dados adquiridos ao longo do processo, visualize e represente o modo como os elementos deste conjunto se interpenetram e se reúnem num só corpo.

Exercício 1

Dados:

É dado um plano vertical α que intersesta o eixo x num ponto com 7,5 de abcissa, intersesta o eixo y num ponto com 9 de afastamento.

O plano α contém o quadrilátero [ABCD]. A: (7,5; ?; 6,5); B: (?; 3; 0); C: (0; ?; 5); D: (2,5; ?; 11,5)

É também dado um paralelepípedo de base [JKLM]

J: (1,5; 0; 2,5); K: (6,5; 0; 2,5); L: (6,5; 9; 2,5); M: (1,5; 9; 2,5)

Objetivo:

Representar o resultado da sua interseção e posterior reunião em perspectiva isométrica.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

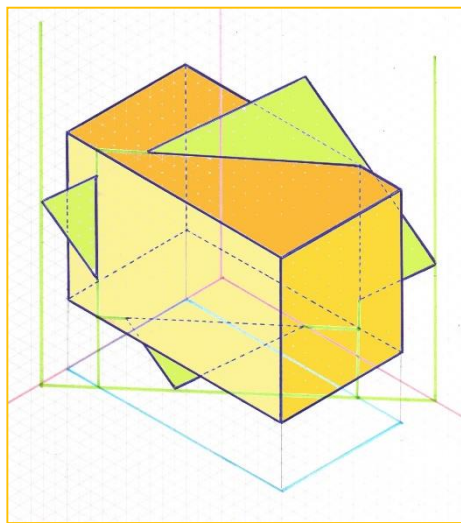


Figura 346: Resolução (apresentada por um estudante).

Série 36: execução de desenhos de interseção e reunião de sólidos em perspectiva cilíndrica

Para o entendimento e aplicação dos processos de realização de desenhos de interseção e reunião de sólidos em perspectiva cilíndrica estão previstos dois tipos de exercícios:

- um dos tipos de exercícios tem como dados iniciais as imagens dos dois sólidos geométricos;
- o outro tipo de exercícios é de características similares aos anteriormente apresentados para as outras interseções em que são dadas as coordenadas dos vértices de ambos os sólidos.

O objetivo é construir, aplicar um método e visualizar. Pretende-se que o estudante, após a colocação dos dados iniciais, conjugue a compreensão das posições dos dois elementos com todos os dados adquiridos ao longo do processo e visualize o modo como os elementos deste conjunto se interpenetram num só corpo e represente o sólido

resultante da sua reunião. A conclusão correta implica a compreensão do que está visível, do que está invisível e do que deixou de existir.

Exercício 1

Dados:

São dadas as coordenadas dos vértices de uma pirâmide e de um prisma.

Pirâmide de base triangular [ABC] e vértice V.
A: (0;0;0) B: (13;2;0) C: (7;12;0) V: (7;6;14).

Prisma reto de base quadrangular [DEFG].
D: (5;2;0) E: (11;2;0) F: (11;7;0) G: (5;7;0).
Altura do prisma 7

Objetivo:

Determinar a sua interseção das suas faces e concluir representando o sólido resultante da sua reunião

Normas de representação:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

As arestas invisíveis não devem ser representadas.

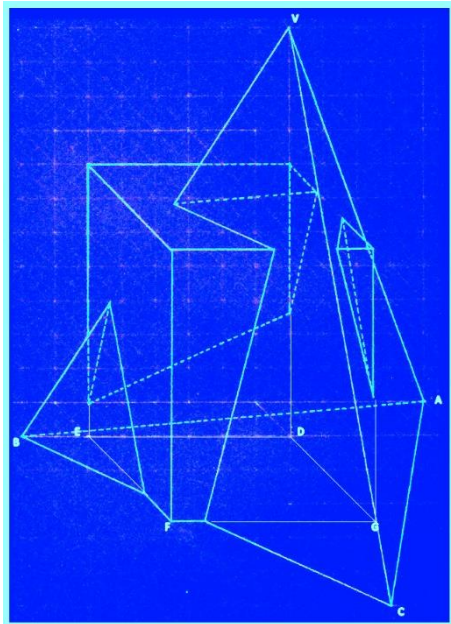


Figura 347: Resolução (apresentada por um estudante).

28.10. Interseções. Nota final

É suposto que como resultado da aprendizagem o estudante tenha adquirido algumas competências teórico-práticas.

1. Capacidade para interpretar e compreender os diferentes tipos de representações em perspectiva cilíndrica que resultaram de intersecções e reuniões, de polígonos com polígonos, de polígonos com sólidos e de sólidos com sólidos, as suas características e aplicações.
2. Capacidade para compreender os processos de realização de intersecções e reuniões em perspectiva cilíndrica, e saber pô-los em prática.
3. Verificar na prática de que os processos resultam e que a sua aplicação permite estudar como é que dois, ou mais, corpos podem interseccionar-se e reunir-se para formar um objeto que possa responder a uma determinada função estética ou utilitária.

Lição nº29
Planificações



Figura 348: "uma realidade descontínua", 2004, José Mário.

29.1. Nota prévia

As planificações são processos que exercitam um certo tipo de imaginação construtiva, sintetizam e ilustram muitos dos conhecimentos gerais, próprios da geometria plana, métrica e projetiva. Algumas planificações são exercícios clássicos, referimo-nos ao processo de aprendizagem da forma e do modo de construir desde os sólidos geométricos platónicos, a outros sólidos simples, piramidais, prismáticos cilíndricos ou cónicos. Outras planificações são construções deveras complexas, cheias de dobras e articulações que permitem criar algo com uma funcionalidade muito precisa, por exemplo uma embalagem especificamente criada para transportar um dado objeto.

29.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Uma planificação consiste basicamente em pegar numa folha de cartolina, de tecido ou de zinco, ou de outro material qualquer, isto é, numa superfície plana, e sobre ela desenhar todas as faces de um certo objeto em verdadeira grandeza, de tal modo que, através de vincos, de dobras, de cortes e recortes, todas elas possam ser unidas, coladas, cozidas ou soldadas por abas também elas pensadas, desenhadas e acrescentadas para o efeito, para recriar tridimensionalmente o objeto que serviu de modelo. Neste processo há ainda que ter em conta a economia do material, portanto há que fazer estudos prévios para minimizar o desperdício de material.

As planificações têm particular interesse e uma grande aplicação prática, por exemplo na resolução de encaixes, embalagens em cartão, cortes e moldes de roupa, chapa etc.

29.3. Leitura e interpretação e execução de desenhos de planificações

Estudamos alguns casos muito simples e gerais. Os estudantes terão de compreender como é que os sólidos básicos se planificam, isto é, com é que é possível construir prismas, pirâmides, cones e cilindros.

A leitura dos esquemas planificados destes objetos simples não oferece qualquer dificuldade e a interpretação do modo como as diferentes faces ou superfícies desenhadas no plano devem ser coladas para que daí resulte uma figura tridimensional é quase imediata, e não necessita de facto de explicações adicionais. Estes exercícios consistem em interpretar a planificação de um objeto (figura 349), e traduzi-la numa imagem em perspetiva, com a qual se pretende visualizar o objeto na sua tridimensionalidade (figura 350).

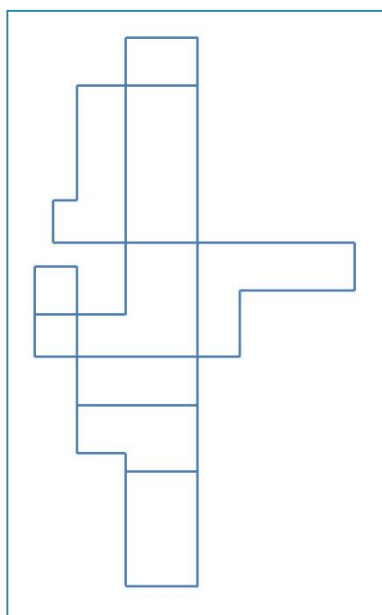


Figura 349: Objeto planificado.

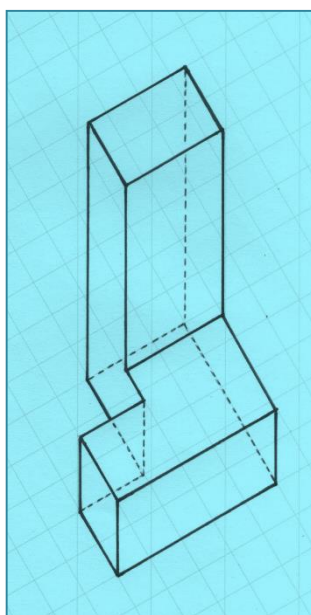


Figura 350: Objeto perspectivado.

29.4. Execução de desenhos de planificações

A execução do esquema de uma planificação de um objeto de morfologia simples é um exercício que levanta alguns desafios, pois apesar de parecer e ser de simples concretização, por várias vezes surgem inesperadas dificuldades quando se trata de determinar verdadeiras grandezas de medidas de segmentos ou de amplitude de ângulos. Aliás, essa é uma das poucas coisas que exige algum conhecimento teórico, em especial quando o esquema da planificação é mais complexo e há que obedecer a várias medidas e inclinações muito precisas. Os métodos mais utilizados na resolução destes problemas, ditos problemas métricos, são os rebatimentos, rotações, mudanças de diedro e triangulações.

Na conceção do projeto de planificação de um objeto específico, tem que haver uma ligação constante entre os conhecimentos fundamentais da geometria plana, e o visionamento tridimensional, o que vai permitir, num jogo de planos e superfícies, a criação de uma estrutura cuja forma deve responder à necessidade da função para a qual foi pensada. Planificar um objeto, é passar da sua tridimensionalidade à sua possível bidimensionalidade. Nos exercícios previstos para execução de planificações são dadas aos estudantes imagens de objetos em perspectiva cilíndrica, seja ela uma perspectiva axonométrica ortogonal ou uma perspectiva axonométrica clinogonal.

Num exemplo inicial, obrigatoriamente simples para que todos o possam entender, é comum dar-se a imagem de uma pirâmide ou de um prisma. Na exposição aqui apresentada escolhemos uma pirâmide quadrangular regular reta representada em perspectiva cavaleira (figura 351).

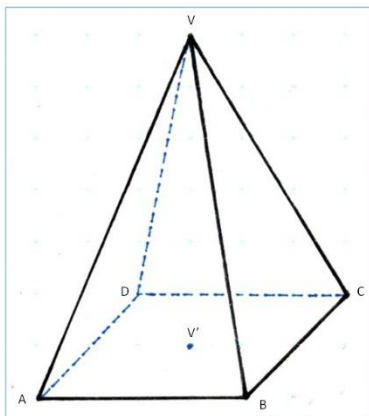


Figura 351: Perspectiva cavaleira de uma pirâmide quadrangular.

A primeira fase do processo consiste em representar o mesmo objeto em dupla projeção ortogonal (figura 352). No caso de objetos mais complexos, caso seja necessário, o objeto deve ser representado em múltipla projeção ortogonal. É um modo simples de obter a verdadeira grandeza de algumas das medidas do objeto representado.

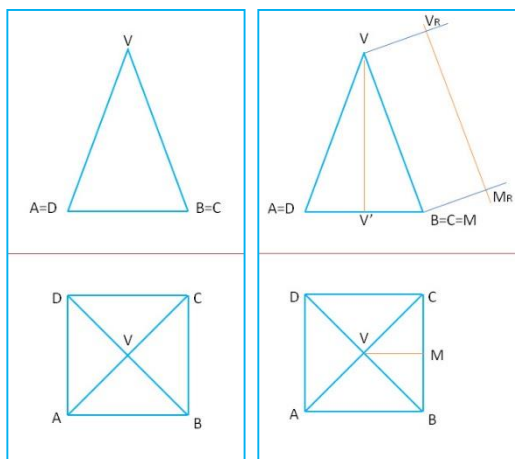


Figura 352 e Figura 353: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.

No exemplo dado obtêm-se diretamente as verdadeiras grandezas das arestas base, $[ABCD]$ e da altura da pirâmide $[VV']$. Com recurso a um rebatimento obtém-se ainda a medida da altura das suas faces laterais $[VM]$ (figura 353).

Após essa fase prévia, passa-se à planificação propriamente dita. Representa-se a base $[ABCD]$, da qual já são conhecidas as suas medidas e executa-se o rebatimento do plano de topo que contém a face lateral $[VCB]$ sobre o plano horizontal (que é de facto o plano onde se estende a cartolina com a qual se poderia construir a pirâmide), para assim obter essa mesma face em verdadeira grandeza. Basta transportar as suas medidas para obter as outras três faces laterais da pirâmide (figura 354). Neste exemplo, e na maioria dos casos em que o exercício se limita ao entendimento do processo de execução de uma planificação ignora-se a colocação das abas de colagem.

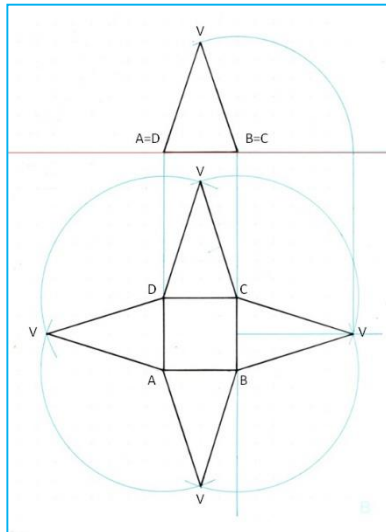


Figura 354: Pirâmide planificada.

Quando pretendermos realmente construir tridimensionalmente o objeto projetado, devemos seguir as seguintes instruções:

- 1º- Arranjar uma folha de um determinado material que se adeque a este trabalho. Na experiência que fazemos em sala de aula o material é cartolina;
- 2º- Estudar a maneira a aproveitar ao máximo essa folha, e desenhar todas as faces do objeto em verdadeira grandeza de modo a que as faces contíguas separadas no desenho, possam de algum modo ser ligadas;
- 3º- Outra coisa que necessita ser bem estudada nesses casos é a colocação das abas de colagem de modo a não criar conflitos de dobragem.

Desenham-se as abas estrategicamente de modo a que após as dobragens todas as faces do objeto possam ser definitivamente ligadas e coladas sem fendas nem prejuízo da forma (figura 355).

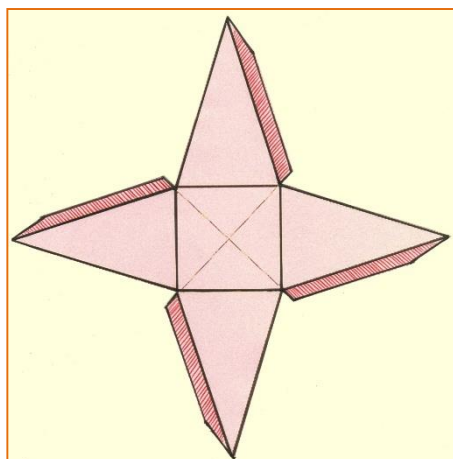


Figura 355: Pirâmide planificada com as abas de colagem.

29.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de planificações

Série 37: leitura, interpretação de desenhos de planificações

Os exercícios para o entendimento e aplicação dos processos de leitura, interpretação de desenhos de planificações têm como dados iniciais imagens de sólidos planificados. O objetivo é compreender o modo como as diferentes faces se unem, e a partir daí construir uma imagem em perspectiva axonométrica desse objeto de modo a tornar possível a sua visualização tridimensional.

Exercício 1

Dados:

É dado o desenho de um objeto planificado (figura 356).

Objetivo:

Representar esse objeto devidamente construído em perspectiva dimétrica.

(nota: pedir-se uma perspectiva dimétrica e não uma perspectiva isométrica normalizada, em que todas as medidas paralelas aos eixos axonométricos se representam em verdadeira grandeza, tem a ver com o facto de introduzir uma pequena dificuldade extra, pois obriga o estudante a lembrar que tem de operar uma redução no eixo y , e que o quadrado da base não vai parecer um quadrado.)

Normas de representação:

Arestas a traço contínuo médio.

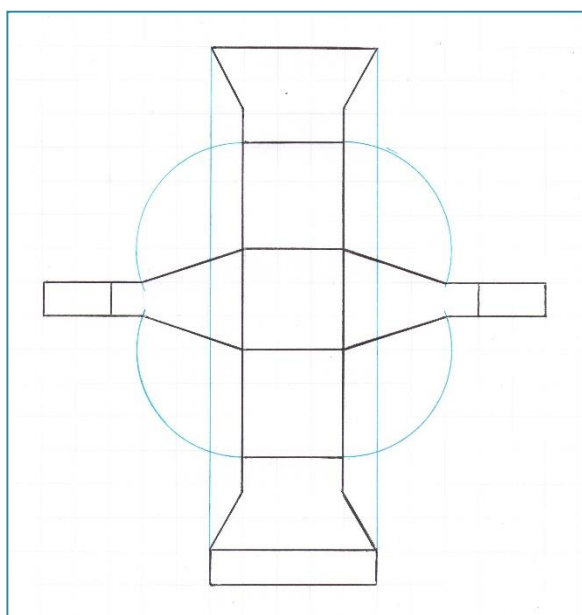


Figura 356: Enunciado: objeto planificado.

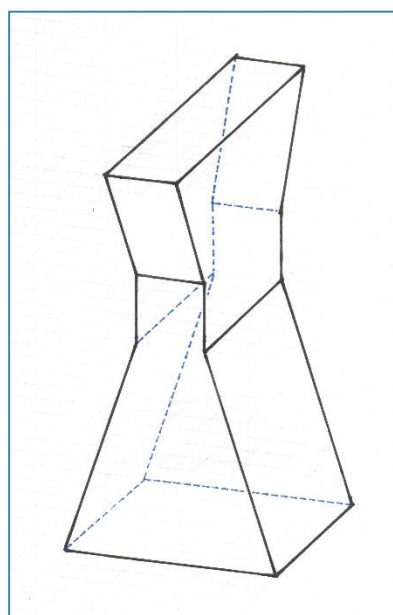


Figura 357: Resolução: perspectiva dimétrica do objeto.

Série 38: execução de desenhos de planificações

Os exercícios para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos de planificações têm como dados iniciais imagens de sólidos em perspectiva axonométrica de modo a tornar possível a sua visualização tridimensional. Os objetivos são:

- Compreender o objeto e saber como determinar a verdadeira grandeza das suas faces;
- Estudar como as diferentes faces podem ser planificadas de modo a poderem ser unidas;
- Estudar a melhor maneira de poupar ao material em que se pretende realizar a planificação.
- Realizar a planificação.

Exercício 1

Dados:

É dado o desenho de um objeto em perspectiva cavaleira (figura 358).

Objetivo:

Representar esse objeto devidamente planificado.

Normas de representação:

Arestas a traço contínuo médio.

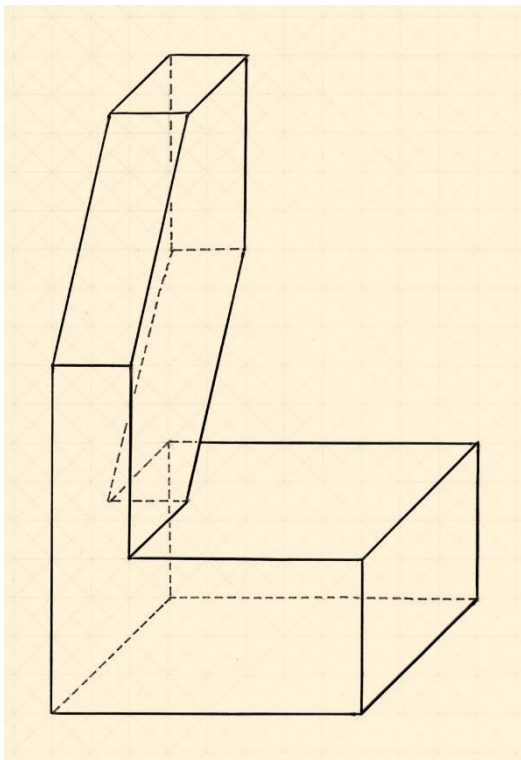


Figura 358: Perspetiva cavaleira de um objeto.

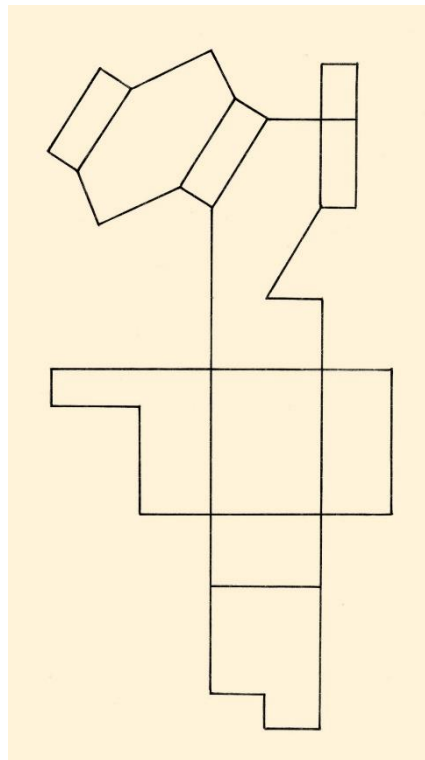


Figura 359: Objeto planificado (resolução apresentada por um estudante).

29.6. Planificações. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante deva ser capaz de:

1. Interpretar e compreender esquemas de planificações;
2. Compreender as regras e processos de realização de esquemas de planificações;
3. Saber pôr em prática esses processos;
4. Verificar na prática de que os processos resultam;
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia na recriação de um objeto tridimensional a partir da conjugação e colagem do conjunto de figuras planas interrelacionadas que o constituem.

Lição nº30
Sombras em perspectiva cilíndrica

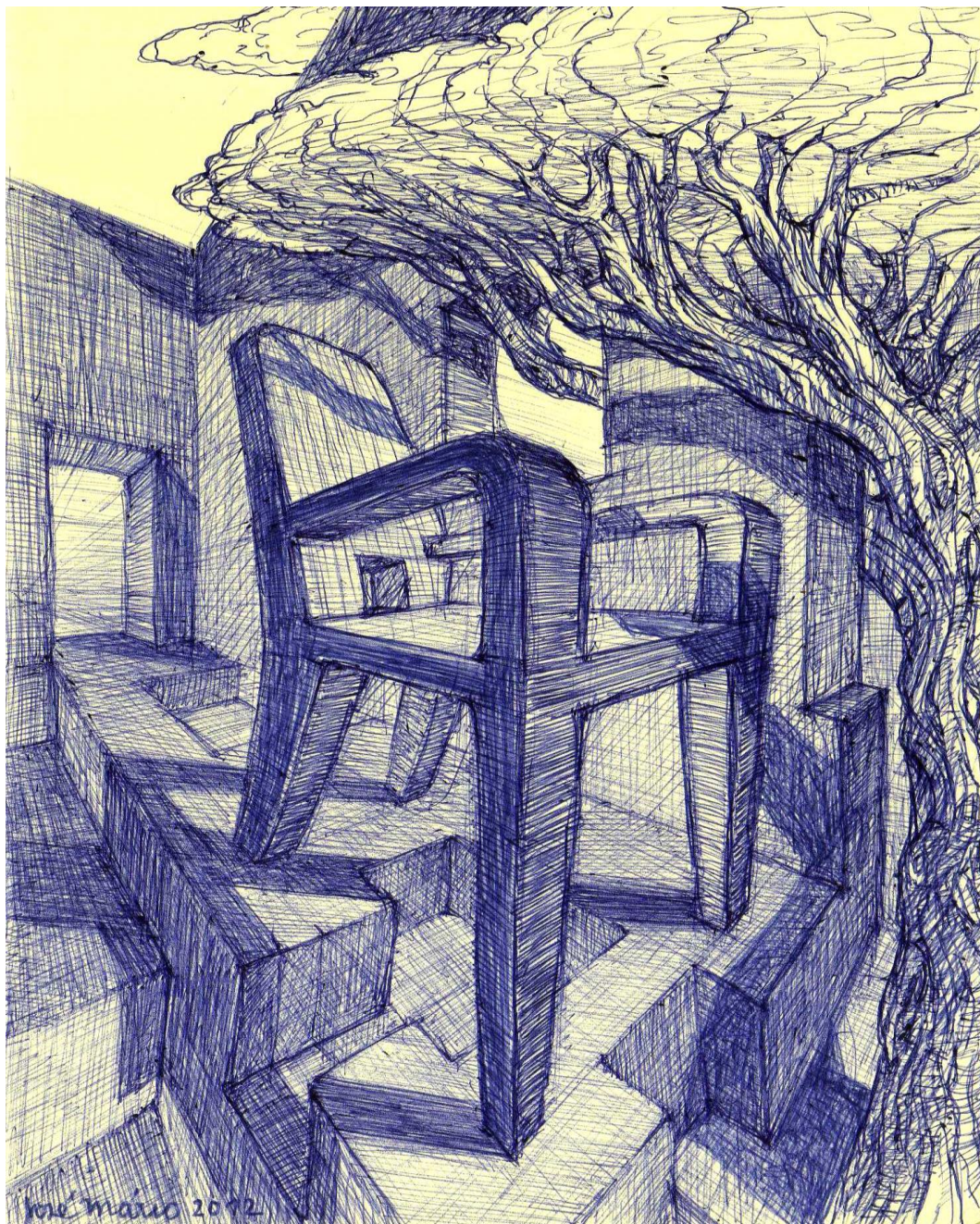


Figura 360: "mais um fim de dia", 2012, José Mário.

30.1. Nota prévia

O estudo da teoria das sombras em sistema diédrico é atualmente feito no 11^o ano da área de artes. A resolução de exercícios relativos a esse tema revela-se interessante, quer como processo quer visualmente, e regra geral é do agrado dos estudantes visto que o entendimento necessário à sua execução é acessível à maioria deles. Da nossa experiência sabemos que esta matéria podendo não estar bem entendida em termos teóricos, está razoavelmente entendida em termos práticos. Uma boa percentagem dos estudantes é capaz de resolver exercícios referentes a esta matéria de uma forma mecanizada, limitando-se a aplicar a fórmula, mas não muitos estarão habilitados a explicar corretamente o processo e a razão de ser dos passos a dar para a sua obtenção.

Todos os conhecimentos relativos à matéria de sombras em método diédrico são de grande valia para o ensino/aprendizagem das sombras em perspectiva cilíndrica, pois apesar de não ser esse o método de representação usado nos nossos desenhos, muito do conhecimento essencial relativo a este tema é o mesmo.

30.2. Introdução. Generalidades. Caraterísticas

Para que haja uma sombra é obrigatoriamente necessário que haja uma fonte luminosa, ou foco de luz, a qual se pode encontrar a distância infinita ou a distância finita. A fonte luminosa a distância infinita produz luz natural. Dada a enorme distância a que se encontra, por norma, considera-se o sol. Neste caso os raios luminosos são paralelos a uma dada direção chamada de direção luminosa (figura 361).

A fonte luminosa a distância finita produz luz artificial. Neste caso os raios luminosos partem de um ponto específico chamado de ponto de luz ou ponto luminoso (figura 362).

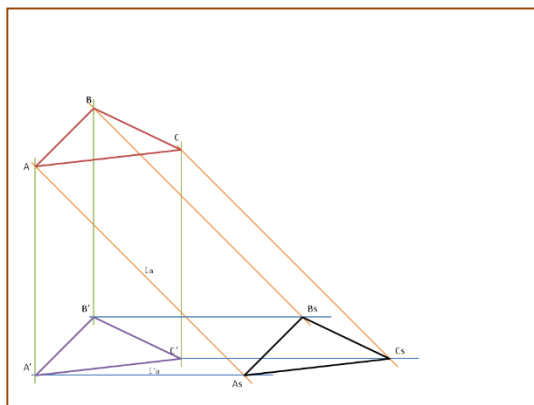


Figura 361. Sombra de uma linha poligonal fechada definida por três pontos a, b e c. Foco luminoso a distância infinita / direção luminosa. Caso se tratasse de um triângulo, a área [as.bs.cs] deveria estar preenchida com uma mancha de sombra.

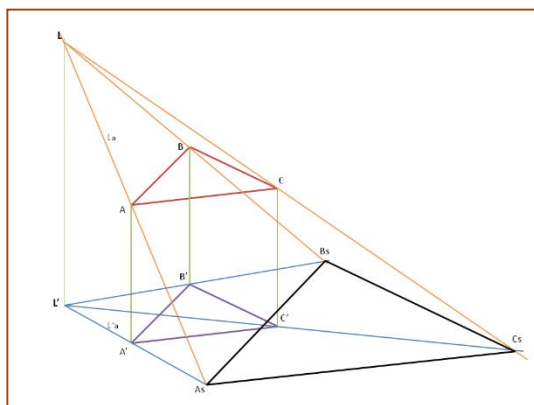


Figura 362: Sombra de uma linha poligonal fechada definida por três pontos a, b e c. Foco luminoso a distância finita / ponto de luz. Caso se tratasse de um triângulo, a área [as.bs.cs] deveria estar preenchida com uma mancha de sombra.

Da fonte luminosa, seja ela natural ou artificial, partem raios luminosos. Quando o raio luminoso é interrompido no seu percurso por um ponto que se interpõe, transforma-se em raio de sombra, projetando assim, sobre um dado plano, a sombra desse ponto. Pode deduzir-se daqui que a sombra de um dado objeto não é mais que a projeção de todos os seus pontos sobre um ou mais planos, sendo as retas projetantes os raios luminosos/raios de sombra.

Quando se inicia o estudo de sombras em perspectiva, é natural que os modelos sejam sólidos geométricos similares àqueles que são usados no ensino secundário, mas esse não é o objetivo final. A orientação que resolvemos dar ao estudo das sombras vai no sentido de criar algumas situações, que em escala muito reduzida em termos de complexidade, pretendem simular estudos de sombras de construções arquitetónicas muito simples. Noutras situações mais ou menos lúdicas, as sombras servirão para realçar a tridimensionalidade de um dado objeto ou para criar algum tipo de ilusão extra.

O objetivo é de que os estudantes consigam compreender que o estudo e a resolução de problemas relacionados com o cálculo da projeção de sombras em perspectiva lhes pode permitir ir mais além em estudos específicos e ultrapassar o mero exercício académico. A resolução destes exercícios dá aos estudantes alguma prática e competência para posteriormente, pelo menos para alguns deles, num projeto de design de interiores ou numa situação real, entender como um dado objeto projeta a sua sombra, e como isso pode interferir positiva ou negativamente num dado espaço.

A aplicação de sombras em perspectiva, em projetos de comunicação visual, publicidade, etc., permite também criar determinados efeitos, ou ilusões espaciais a partir de um dado ponto de vista, como por exemplo uma câmara de televisão. Estes conhecimentos podem ainda ser aplicados na ilustração de objetos de equipamento como meio de os explicar a um nível superior, realçando a sua tridimensionalidade. A conjugação dos conhecimentos de perspectiva e das sombras, equipa os estudantes para um desempenho mais elevado no que diz respeito aos domínios do desenho, desde o simples esquisso, à mais elaborada das representações. A compreensão do seu potencial e das suas aplicações podem, e julgamos que devem ser de interesse relevante para as unidades curriculares de projeto, de rendering manual & sketching e de desenho.

30.3. Leitura e interpretação de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

Como exemplo de introdução a este tema executa-se no quadro da sala de aula um desenho de um sólido em método diédrico e determina-se a sua sombra. Os estudantes devem copiar esse desenho e guarda-lo, para uma futura comparação com o desenho do mesmo sólido em perspectiva cilíndrica com a devida sombra, e assim verificar na prática que o processo é fundamentalmente o mesmo. O estudo desta matéria será feito com representações em todas as variantes de perspectiva. Os exercícios para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de sombras em perspectiva cilíndrica são como que uma preparação para os exercícios de desenvolvimento da capacidade de execução de sombras. A partir da imagem da sombra de um sólido simples e da posição de um dos seus pontos, pretende-se como objetivo determinar o raio luminoso que produz essa sombra, e partir daí representar o sólido que lhe deu origem. Estes exercícios são resolvidos com sólidos simples.

No exemplo que escolhemos para ilustrar este tipo de exercícios propomos aos estudantes que representem o paralelepípedo com base horizontal que dá origem à sombra projetada no plano coordenado horizontal. É dado um dos pontos da base e respetiva sombra, e diz-se ainda que o foco luminoso se encontra a distância infinita (figura 363).

A partir da imagem dada facilmente se deduz a direção luminosa (figura 364).

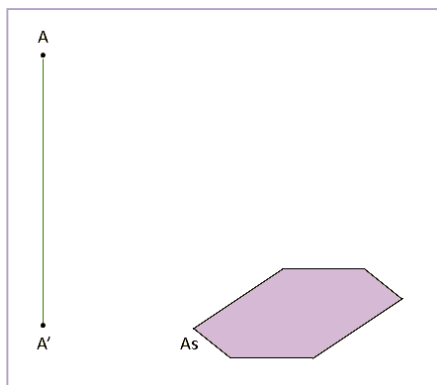


Figura 363: Dados: o ponto *a*, a sua projeção horizontal *a'*, e a sua sombra *as*.

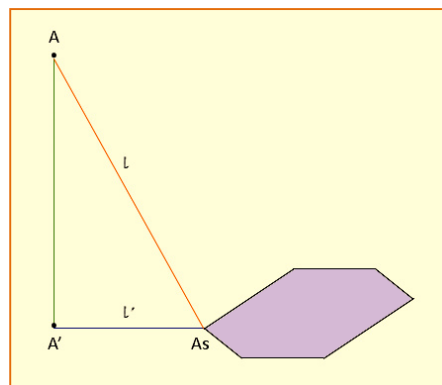


Figura 364: O raio luminoso *l* e a sua projeção horizontal *l'*.

Conhecida a direção luminosa, deduzem-se todos os vértices do sólido, e por conseguinte todas as suas arestas (figura 365).

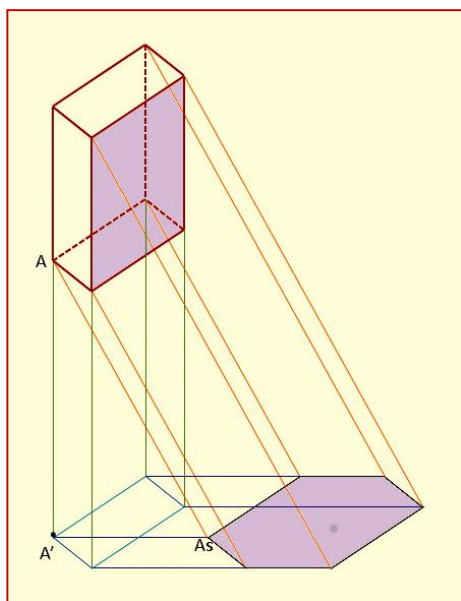


Figura 365: O objeto que produz a sombra.

30.4. Execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

Para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica são dadas aos estudantes imagens rigorosas de objetos compostos por paralelepípedos e prismas e pirâmides ou a objetos de tipo comum, bem como informação quanto à fonte luminosa. Estes exercícios concentram-se especialmente no processo que permite a criação de sombras próprias e projetadas, pensados quer como estudos para situações reais, quer como simples realce volumétrico do objeto dado na imagem inicial.

O processo de resolução dos exercícios pensados como matéria introdutória pode ser explicado em três tempos.

1º- O estudante deve escolher um desenho de um objeto adequado, previamente executado em perspectiva cilíndrica (figura 366).

2º- Opta por uma determinada fonte luminosa.

No caso do exemplificativo aqui registado, e por ser de caráter introdutório, optamos por uma fonte luminosa a distância infinita, e com uma direção luminosa que seve os nossos objetivos de proporcionar uma sombra simples (figura 367).

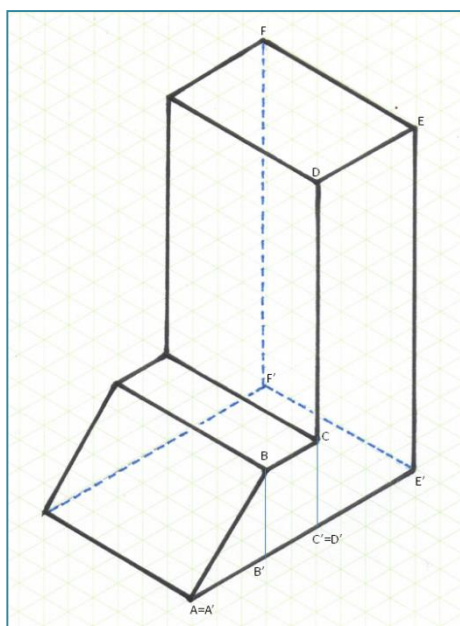


Figura 366: Objeto dado.

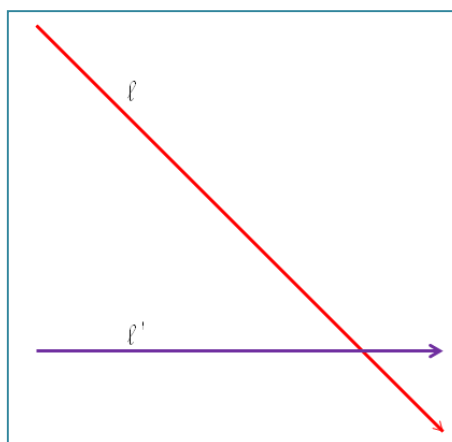


Figura 367: Direção luminosa.

3º- A luz vem de cima e da direita para a esquerda, logo as faces que estão voltadas para a direita são aquelas que têm sombra própria e que portanto são as que projetam sombra sobre o plano coordenado horizontal. Essa conclusão é evidente visto que essas faces são perpendiculares ao plano horizontal.

Por cada um dos pontos dessas faces traça-se um raio luz/sombra³⁹. Pela projeção horizontal de cada um desses pontos traça-se a projeção horizontal desses mesmos raios luz/sombra. Nas interseções de cada um desses raios com as suas projeções horizontais ficam as sombras projetadas no plano horizontal de cada um desses pontos. Da correta união dos pontos de sombra resulta a sombra objeto projetada no plano horizontal.

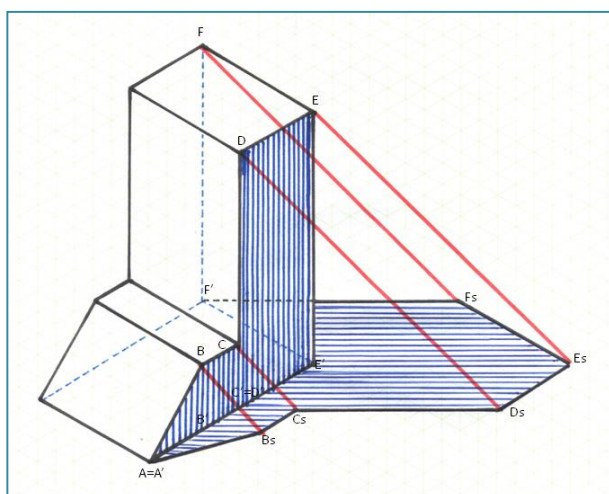


Figura 368: Sombra própria e projetada sobre o plano coordenado horizontal.

Este exercício tal como outros executados no início destes estudos foram pensados de modo a só têm sombras projetadas sobre o plano horizontal e sombras próprias.

Os exercícios programados para a fase seguinte apresentam algumas dificuldades extras, acrescentando sombras projetadas sobre o próprio objeto ou sombras sobre outros os planos ou áreas. Para a resolução desse tipo de exercícios é necessário ter em mente os métodos de interseção de planos e de interseção de retas com planos.

³⁹ De facto, no desenho só estão representados os raios de sombra.

Para abordarmos estas novas dificuldades realizamos uma série de desenhos que ilustram alguns dos processos que permitem ultrapassá-las. Em jeito de mera introdução para posteriores desenvolvimentos, damos o exemplo básico da sombra de um ponto sobre o plano coordenado horizontal, o que não oferece qualquer dúvida (figura 369).

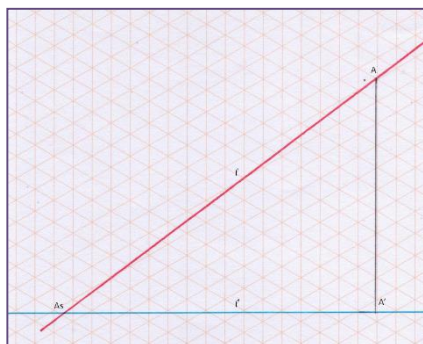


Figura 369: Sombra própria de um ponto a projetada sobre o plano coordenado horizontal.

Quando se interpõe um plano qualquer, no exemplo um plano frontal definido pelo quadrilátero [jklm], o raio luz/ sombra não atinge o plano horizontal. É fundamental que os estudantes compreendam esse facto, o que não é assim tão difícil e pode ser experimentado na realidade interpondo uma folha de papel para interromper a sombra de um lápis sobre o estirador. A sombra real do ponto A, (A_s), fica, como é óbvio, no plano interposto. A sombra de A no plano horizontal passa à condição de sombra virtual (A_v).

O processo geométrico para determinar uma sombra sobre um dado plano é uma aplicação do chamado *método geral de interseção de retas com planos*, método conhecido de todos os estudantes que frequentaram as aulas de geometria descritiva no ensino secundário. Num exercício de reavivar essa memória relembramos os passos.

Primeiro determina-se a reta i de interseção do plano de luz que contém o raio luz/sombra l , com o plano interposto, neste caso o quadrilátero [JKLM] (os planos de luz são planos projetantes horizontais, logo, o seu traço horizontal coincide com a projeção horizontal do raio luz/sombra l'). Depois determina-se o ponto de interseção do raio luz/sombra com a reta i . Esse ponto de interseção⁴⁰ é a sombra própria, (A_s), do ponto A no plano interposto (figura 370).

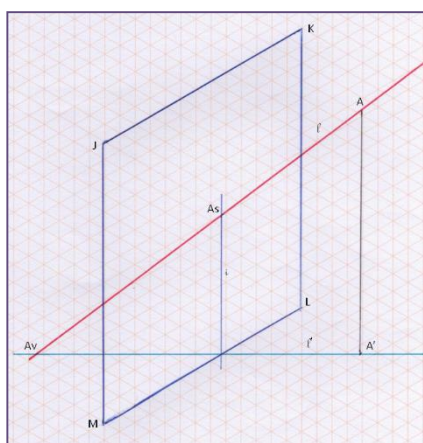


Figura 370: Sombra própria de um ponto a projetada sobre um plano frontal.

No seguimento do exercício anterior propomos aos estudantes um novo exercício com uma dificuldade acrescida a qual consiste na determinação da sombra de um segmento de reta que projeta sombra sobre dois planos. Na resolução desse exercício é necessário determinar o ponto-de-quebra da sombra. Chama-se ponto-de-quebra ao ponto em que a sombra passa de um plano para outro. O processo é normalmente iniciado com a determinação das sombras projetadas dos dois pontos no plano coordenado horizontal. Como se sabe, tal como já se constatou no exercício anterior, a sombra de A sobre o plano

⁴⁰ Num exercício típico de interseção de retas com planos esse ponto é normalmente identificado como ponto I.

coordenado horizontal é uma sombra virtual (Av), e a sua sombra real (As) situa-se sobre o quadrilátero $[JKLM]$. A sombra do ponto B sobre o plano coordenado horizontal é real (Bs). Unindo a sombra virtual de A , (Av), com a sombra real de B , (Bs), obtemos a sombra do segmento de reta $[AB]$ projetada sobre o plano horizontal.

A porção de sombra real do segmento $[AB]$ sobre o plano coordenado horizontal vai desde a sombra real de B , (Bs), até ao ponto-de-quebra Q . Unindo o ponto Q à sombra real de A , (As), obtém-se a porção de sombra real do segmento de reta $[AB]$ projetada sobre o quadrilátero $[JKLM]$.

Resumindo, o segmento quebrado $(Bs)-Q-(As)$ corresponde à totalidade da sombra real do segmento de reta $[AB]$ (figura 371).

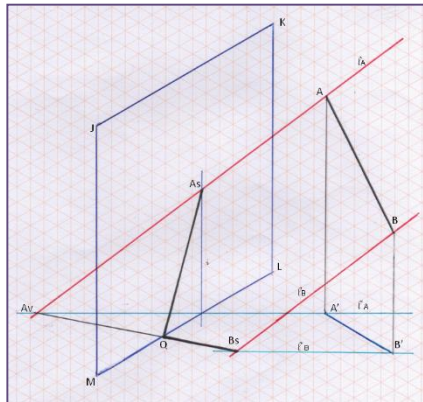


Figura 371: Sombra própria de um segmento de reta $[ab]$ que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano frontal.

Na continuação do estudo das sombras projetadas sobre outros planos propomos aos estudantes mais dois exercícios que são bastante similares aos dois exercícios anteriores, a única diferença reside no plano que se interpõe. Apesar de semelhantes apresentam uma nova, ainda que ligeira, dificuldade. Essa dificuldade reside na determinação da reta i de interseção do plano de luz com o plano interposto que neste caso particular é um plano de rampa. O processo inicia-se do mesmo modo, considerando um plano de luz que contenha o raio luz/sombra.

Como o quadrilátero interposto não está perpendicular ao plano horizontal, a reta de interseção i não é vertical tal como no anterior exemplo. Um processo simples de superar essa dificuldade consiste em projetar horizontalmente o lado $[JK]$ definindo o quadrilátero auxiliar $[J'K'K'']$ perpendicular ao plano horizontal. Deste modo pode definir-se a secção $[GHH']$ produzida pelo plano de luz na figura tridimensional imaginária. Como é facilmente observável o segmento $[GH]$ define a reta i de interseção do plano de luz com o quadrilátero $[JKLM]$. O ponto de interseção do raio luz/sombra l com a reta i é a sombra própria, (As), do ponto A no quadrilátero $[JKLM]$ (figura 372).

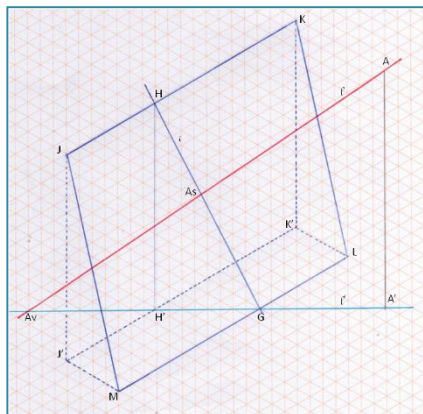


Figura 372: Sombra própria de um segmento de reta $[ab]$ que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano de rampa.

O tipo de exercício que no seguimento do anterior é proposto aos estudantes consiste em determinar a sombra projetada de um segmento de reta sobre dois planos, o plano coordenado horizontal e um plano de rampa. Como se compreende pretendemos manter uma certa a lógica que foi estabelecida com a dupla de exercícios que antecederam estes.

O processo é iniciado com a determinação das sombras projetadas dos dois pontos no plano coordenado horizontal. A sombra de A sobre o plano coordenado horizontal é uma sombra virtual (A_v), e a sua sombra real (A_s) situa-se sobre o quadrilátero [JKLM]. A sombra do ponto B sobre o plano coordenado horizontal é real (B_s). Une-se a sombra virtual de A, (A_v), com a sombra real de B, (B_s), e obtém-se a sombra do segmento de reta [AB] projetada sobre o plano horizontal.

A porção de sombra real do segmento [AB] sobre o plano coordenado horizontal vai desde a sombra real de B, (B_s), até ao ponto-de-quebra Q. Unindo o ponto Q à sombra real de A, (A_s), obtém-se a porção de sombra real do segmento de reta [AB] projetada sobre o quadrilátero [JKLM].

Resumindo, o segmento quebrado (B_s)-Q-(A_s) corresponde à totalidade da sombra real do segmento de reta [AB] (figura 373).

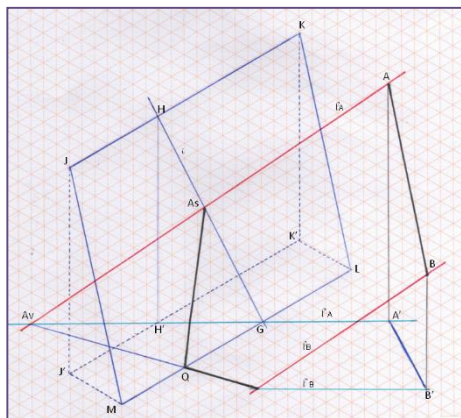


Figura 373: Sombra própria de um segmento de reta [ab] que se projeta sobre o plano coordenado horizontal e sobre um plano de rampa.

Concluimos esta série de exercícios propondo aos estudantes um exercício com um objeto cuja morfologia proporciona algumas situações que permitem a aplicação de alguns dos conhecimentos adquiridos anteriormente. Pretende-se que as diversas fases do procedimento sejam entendidas e interiorizadas.

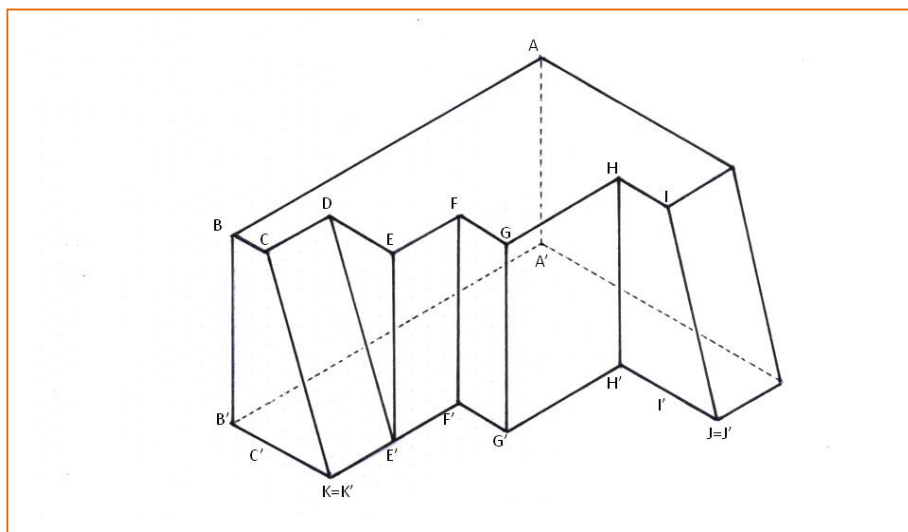


Figura 374: Objeto composto escolhido para o exercício.

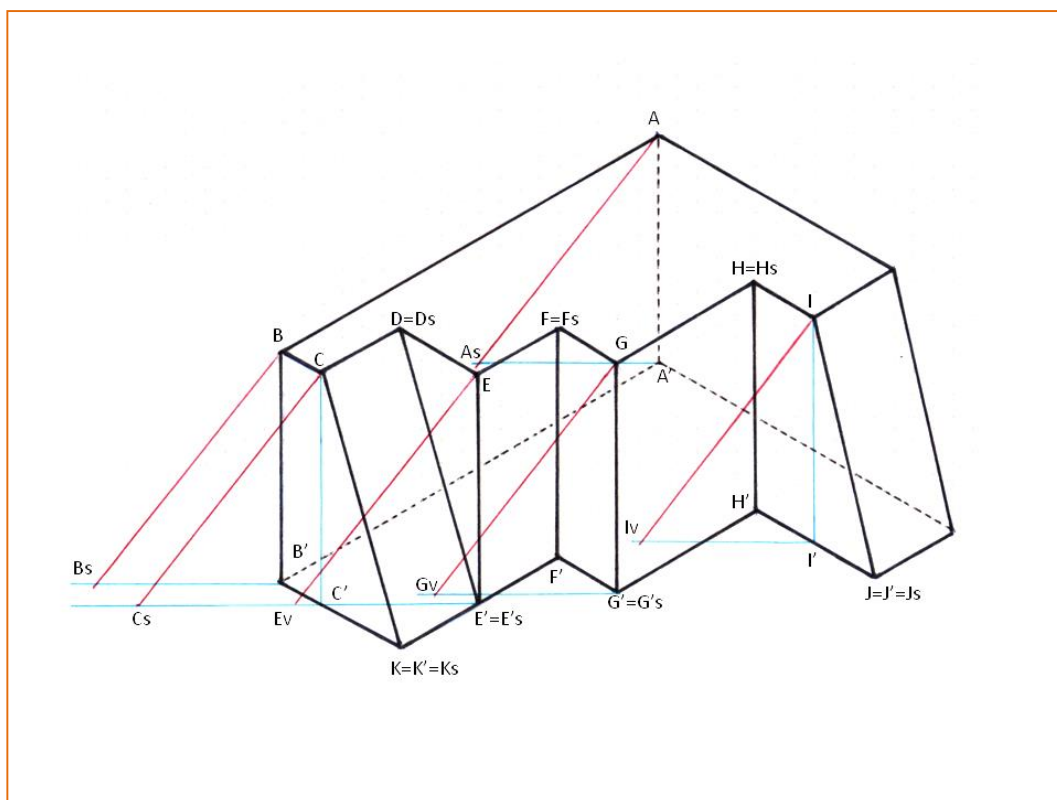


Figura 375: Determinação das sombras dos pontos projetadas sobre o plano horizontal.

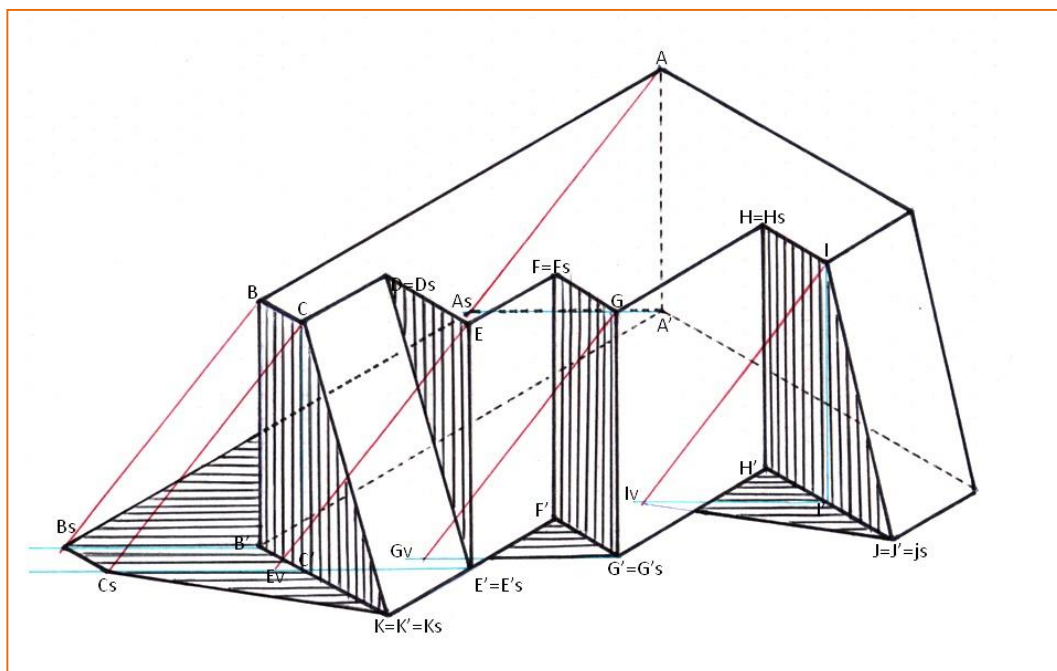


Figura 376: Preenchimento das faces com sombras próprias. Preenchimento das zonas de sombras projetadas sobre o plano horizontal.

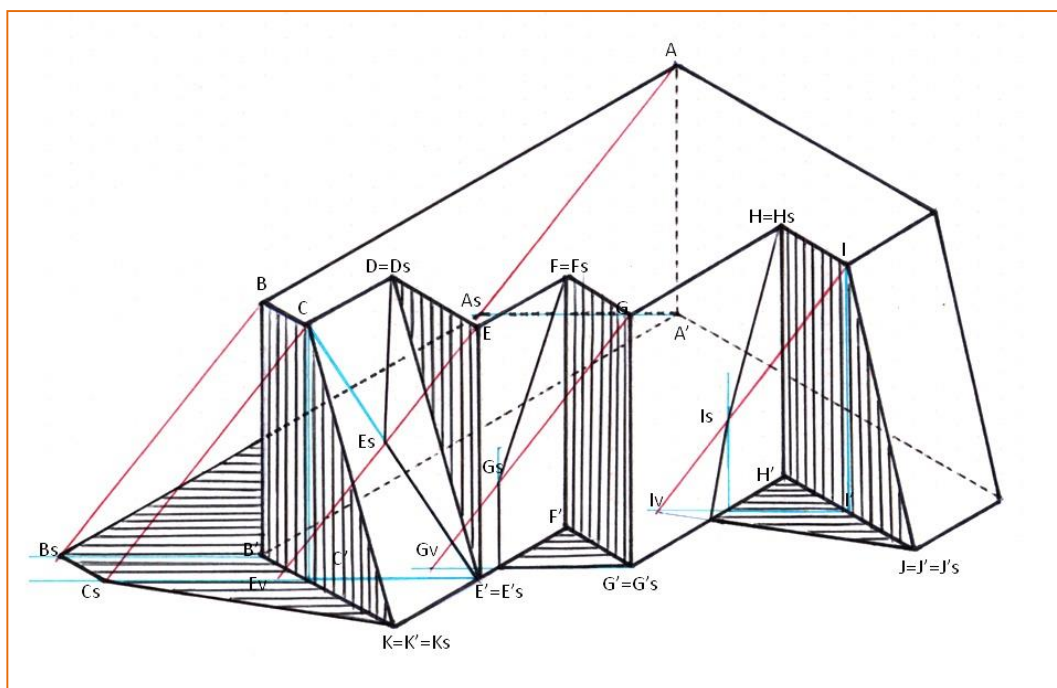


Figura 377: Cálculos necessários à determinação das sombras projetadas sobre o próprio objeto.

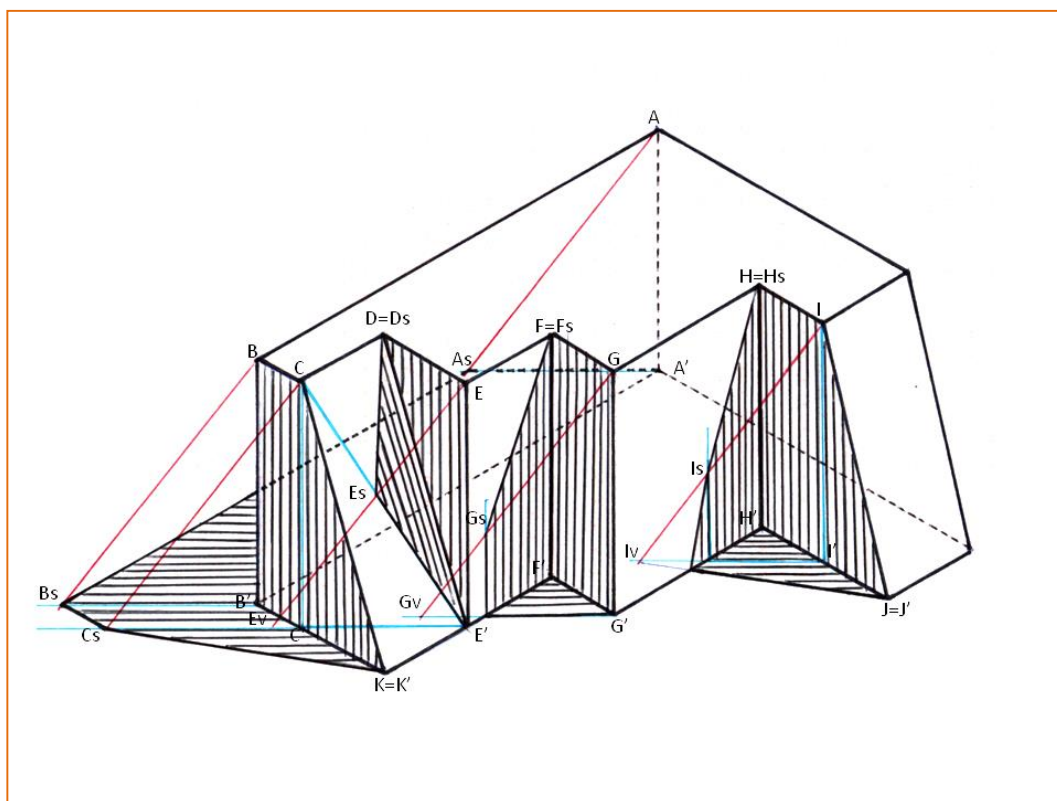


Figura 378: Preenchimento das zonas de zona projetada sobre o próprio objeto.

30.5. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

Série 39: leitura e interpretação de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

Os exercícios imaginados para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de sombras em perspectiva cilíndrica pretendem ser não mais que um jogo lógico baseado nas regras que são fundamentais no entendimento do processo de execução de sombras. O objetivo é que o estudante construa a imagem do objeto a partir da imagem da sua sombra projetada e da posição de um dos seus pontos.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem da sombra de uma pirâmide reta de base hexagonal irregular assente num plano horizontal. É também dado o centro da base da pirâmide e a sua projeção horizontal (figura 379).

Objetivo:

Representar a pirâmide e a sua sombra própria.

Normas de representação:

Objeto:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A sombra própria deve ser assinalada com tracejado ou com uma mancha clara que não oculte quaisquer linhas.

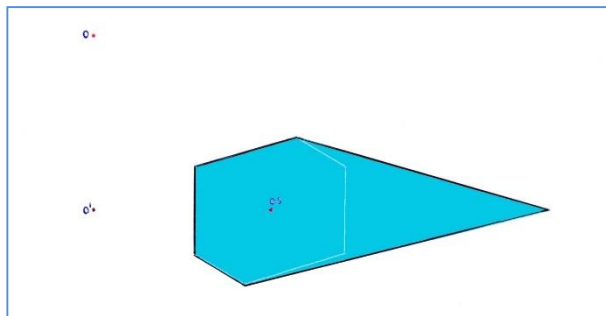


Figura 379: Enunciado: dada a sombra do objeto.

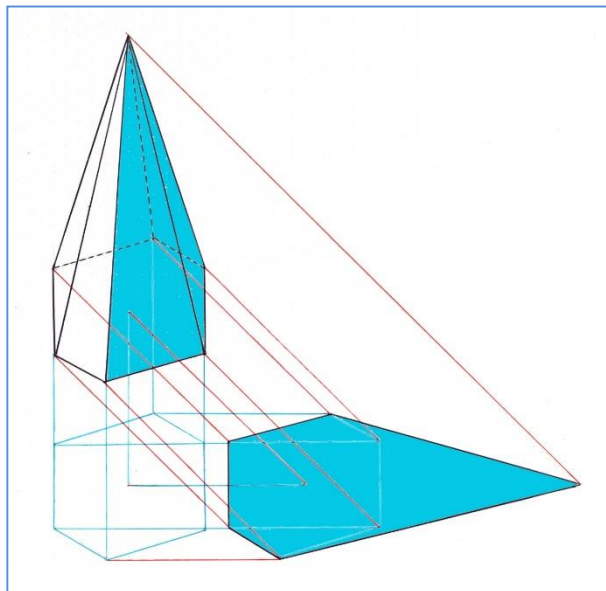


Figura 380: Resolução: o objeto (resolução apresentada por um estudante).

Série 40: execução de desenhos de sombras em perspectiva cilíndrica

O objetivo destes exercícios é o de determinar e representar as sombras, própria e projetada, de um objeto em perspectiva cilíndrica. Criamos duas opções para estes exercícios que se relacionam com o tipo de fonte luminosa. Assim sendo, há exercícios em que a fonte luminosa se encontra a distância infinita, e outros em que a fonte luminosa se encontra a distância finita.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva cilíndrica e uma direção luminosa (figuras 381 e 382).

Objetivo:

Representar a sua sombra própria e a sombra projetada sobre os planos coordenados

Normas de representação:

Objeto:

Arestas visíveis: traço contínuo médio.

Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A linha de contorno da sombra projetada deve seguir a mesma lógica das arestas do objeto.

Contorno visível: traço contínuo médio contorno invisível: traço interrompido fino.

Só as áreas de sombra visíveis devem ser assinaladas com tracejado ou com mancha clara.

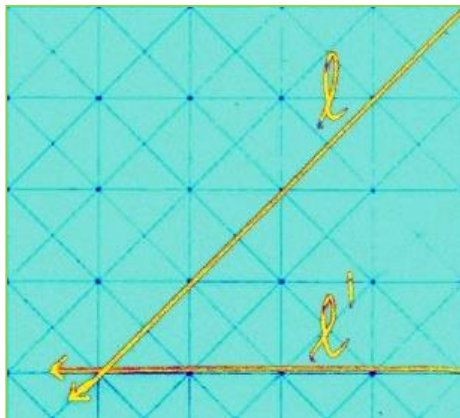


Figura 381: Direção luminosa.

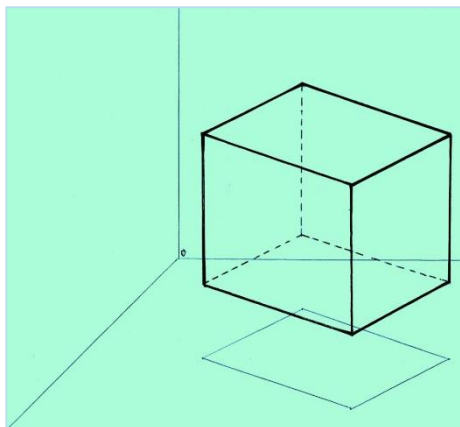


Figura 382: Objeto dado.

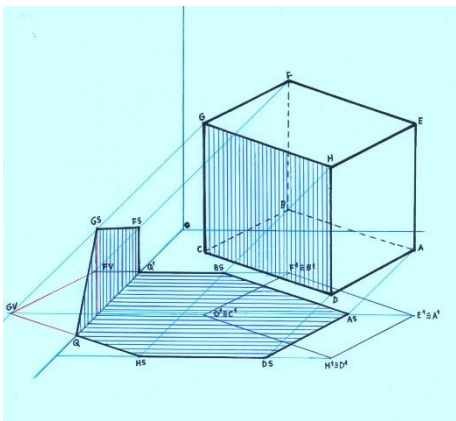


Figura 383: Objeto e respectivas sombra própria e projetada.

Exercício 2

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva isométrica e um ponto luminoso (figura 384).

Objetivo:

Representar a sua sombra própria e a sombra projetada sobre os planos coordenados

Normas de representação:

Objeto:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A linha de contorno da sombra projetada deve seguir a mesma lógica das arestas do objeto.

Contorno visível: traço contínuo médio contorno invisível: traço interrompido fino.

Só as áreas de sombra visíveis devem ser assinaladas com tracejado ou com mancha clara.

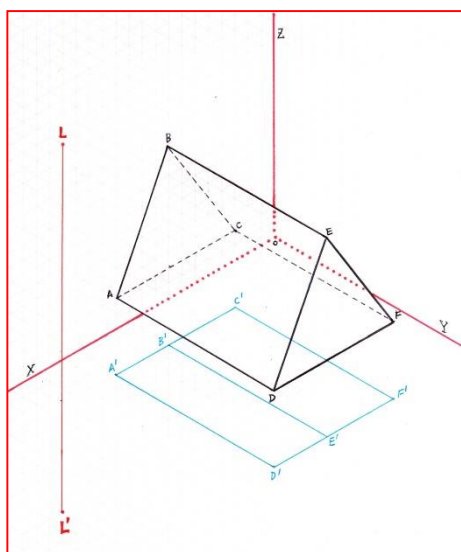


Figura 384. Dados.

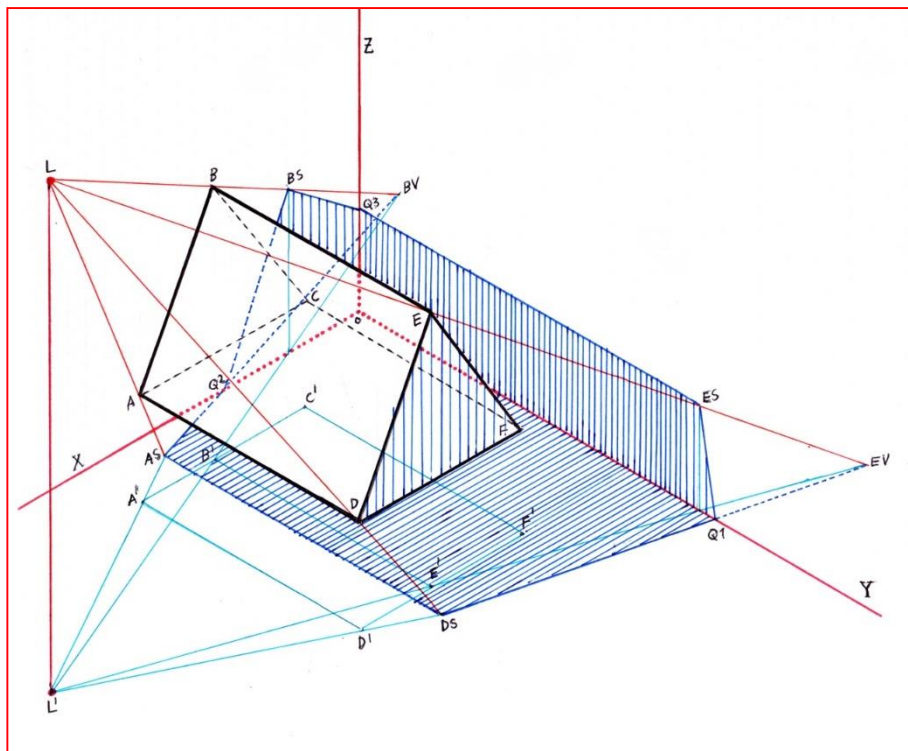


Figura 385: Resolução (apresentada por um estudante).

Exercício 3

Dados:

É dada uma imagem de um objeto em perspectiva militar e uma direção luminosa (figura 386 e 387).

Objetivo:

Representar a sua sombra própria e a sombra projetada sobre os plano coordenado horizontal

Normas de representação:

Objeto:

Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

A linha de contorno da sombra projetada: contorno visível: traço contínuo médio

Contorno invisível: traço interrompido fino. As áreas de sombra visíveis assinalam-se com tracejado ou com mancha clara.

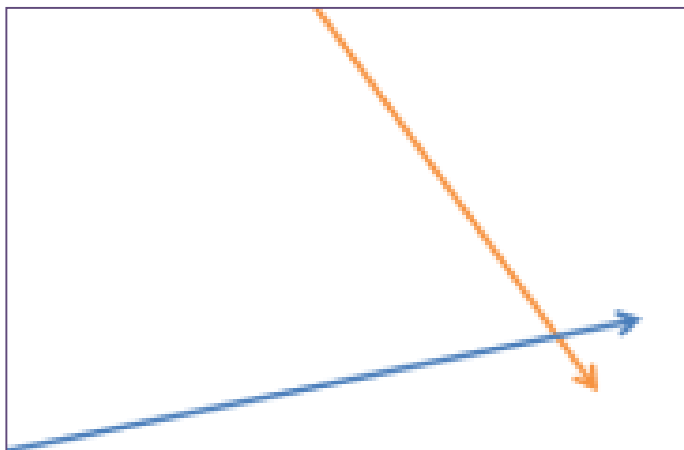


Figura 386: Direção luminosa: raio luminoso a cor de laranja. Projeção horizontal a azul.

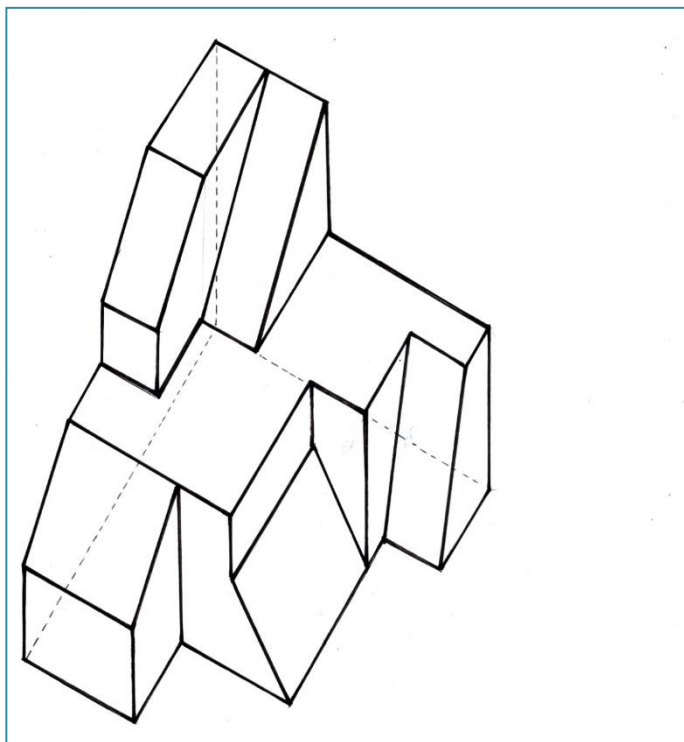


Figura 387: Dados. O objeto.

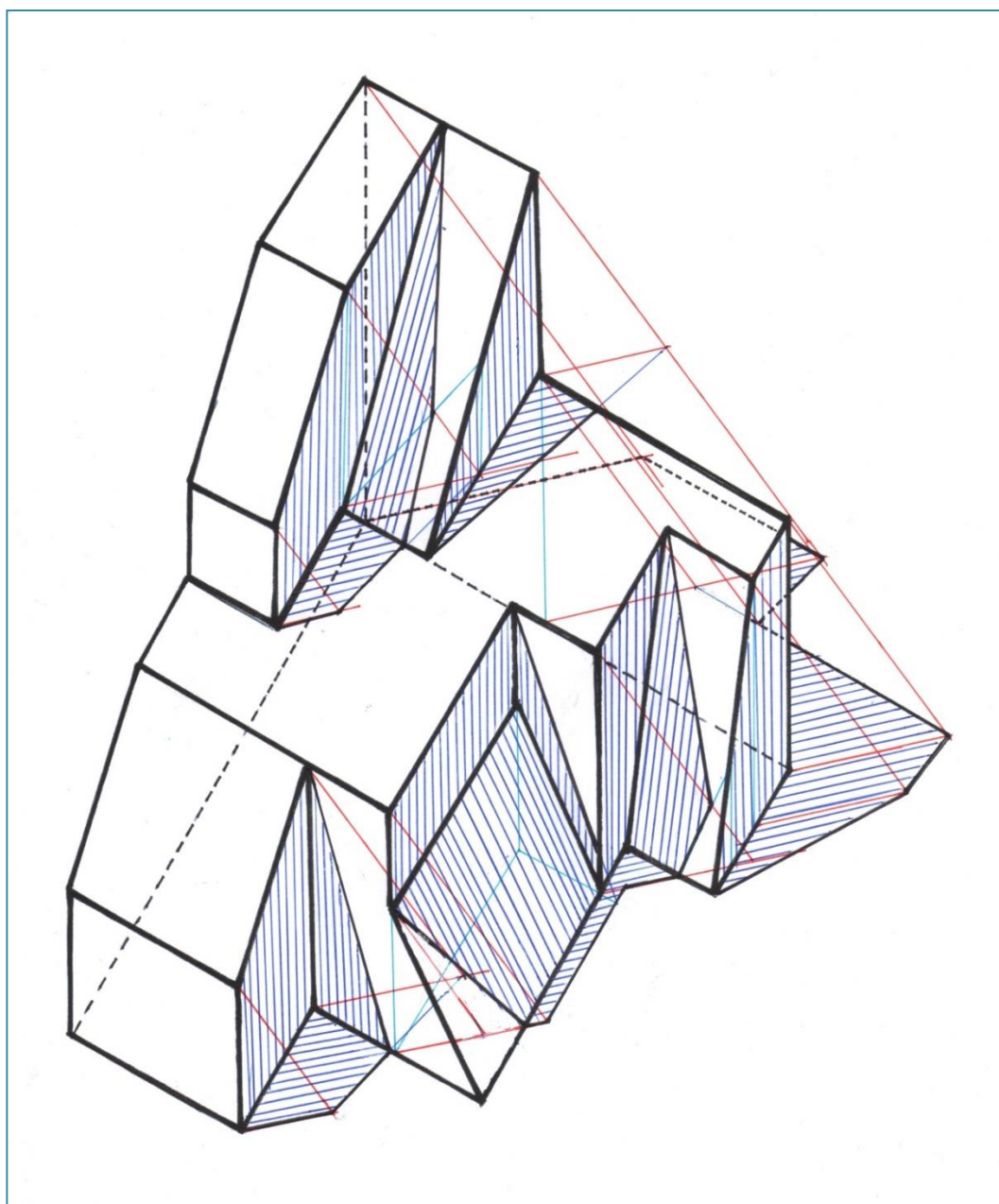


Figura 388: Resolução (apresentada por um estudante).

30.6. Sombras. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante seja capaz de:

1. Interpretar e compreender representações com sombras em perspetiva cilíndrica;
2. Memorizar e compreender os processos de realização de sombras com diferentes tipos de fonte luminosa;
3. Saber pôr em prática esses processos;
4. Verificar na prática de que os processos resultam;
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia na valorização estética de desenhos de objetos ao acrescentar realismo pela acentuação da sua tridimensionalidade. Avaliar ainda a sua possível eficácia no cálculo de orientações favoráveis para habitações, disposição de janelas, etc.

Temos verificado que tal como vamos avançando pelos diferentes conteúdos, e atendendo que há uma parte da matéria que é a base com a qual se constroem e resolvem os diferentes assuntos relativos aos métodos auxiliares complementares os estudantes vão tendo uma noção cada vez mais clara dos procedimentos. Reconhecem quase de imediato as perspetivas assim como com uma relativa facilidade os objetos representados. Como a interpretação de imagens, de características tridimensionais não se revela tarefa complicada o acesso à resolução de problemas tipificados para os diferentes métodos torna-se facilitada. Num exercício final é proposto aos estudantes um percurso pelos conteúdos estudados tendo como protagonista um dado objeto especificamente imaginado para o efeito, o qual, pela sua morfologia se adequa o melhor possível às diferentes tarefas.

Capítulo 5

A projeção cônica

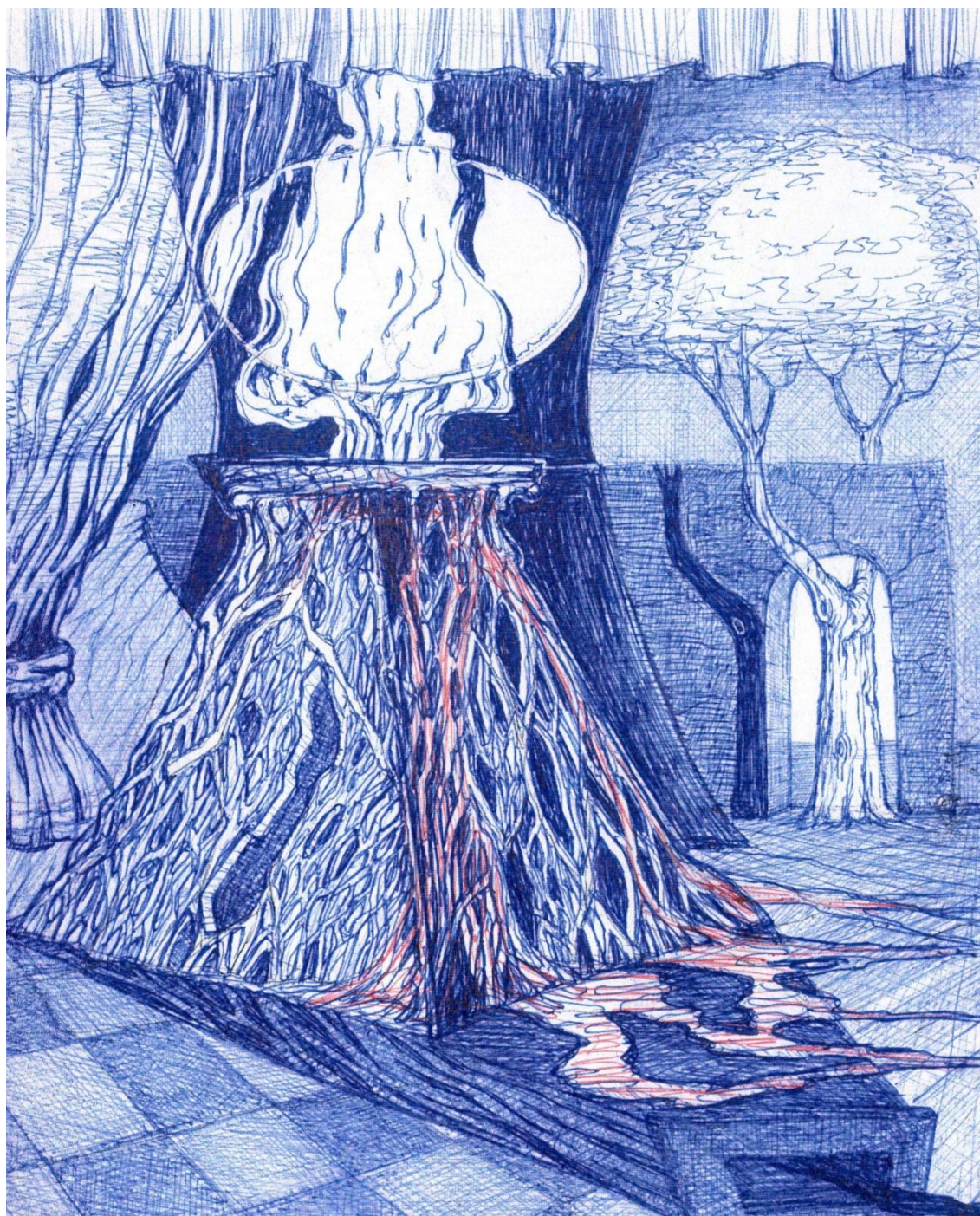


Figura 389: "Passion-raison", 2008, José Mário.

Lição nº 31
A projeção cônica



Figura 390: “jogos inacabados”, 2008, José Mário.

31.1. Introdução. Caraterísticas gerais

No sistema de projeção cónica há a considerar, tal como no de projeção cilíndrica, três elementos:

- o centro de projeção, as retas projetantes e o plano de projeção.

Na projeção cónica estes três elementos são sempre denominados por ponto de vista ou observador, raios visuais e plano do quadro.

Ao contrário do que acontece na projeção cilíndrica, na projeção cónica o observador é real e encontra-se num dado ponto coordenado do espaço, a uma distância finita perfeitamente definida, e do qual parte um feixe cónico de raios visuais chamado cone visual. A seção transversal provocada no cone visual pelo plano do quadro é a projeção cónica propriamente dita do objeto dado. Considerando o objeto como um conjunto de pontos, a sua projeção cónica é o resultado da interseção de cada um dos raios visuais passantes por cada um desses pontos com o plano do quadro. A ideia daquilo que é uma projeção cónica é facilmente visualizável pelos estudantes pela simples razão de que é quase intuitivo e natural colocarem-se na posição desse observador e imaginar um cone formado por raios visuais a serem projetados do seu próprio olho. Sempre que o observador se encontra a distância finita, a imagem é obtida por um método de representação que obedece às regras do sistema de projeção cónica. A partir dessa definição, podemos considerar duas perspetivas que resultam da aplicação dessas regras:

- a perspetiva atmosférica;
- a perspetiva linear⁴¹.

31.2. A perspetiva atmosférica

A perspetiva atmosférica é uma técnica utilizada em pintura e em desenho na organização do espaço de modo a dar uma ideia de profundidade. Acontece que, quando a luz é refletida de um qualquer objeto tem que atravessar a atmosfera, e isso faz com que, nesse percurso, as suas relações tonais percam força. É uma perspetiva composta por dois tipos de perspetiva, a perspetiva minguante e a perspetiva de cor:

- a perspetiva minguante baseia-se no facto da diminuição do rigor com que os objetos e formas são percebidos, e de como se vai perdendo a definição dos seus contornos conforme vai aumentando a sua distância em relação ao observador;
- a perspetiva de cor baseia-se no fenómeno da redução de intensidade e saturação na mancha de cor ou de sombra, de igual modo conforme os objetos se vão distanciando do observador.

Este tipo de perspetiva cónica também chamada de perspetiva aérea ou perspetiva tonal, quando conjugado com a perspetiva linear permite obter imagens realistas, com um elevado grau de perfeição, registando as alterações resultantes da aproximação e do afastamento dos objetos no espaço, organizando-o segundo escalas lógicas e coerentes de profundidades, larguras, alturas, definição, intensidade, cor e tonalidade⁴².

Esta perspetiva não é estudada nesta unidade curricular, é matéria das aulas de desenho da ESAD, mais especificamente em exercícios de modelação pela área tonal.

31.3. A perspetiva linear

A perspetiva linear é um método de representação gráfica que se baseia num conjunto de regras muito precisas que permitem calcular e projetar sobre um plano todo um conjunto

⁴¹ Às vezes, em vez do termo perspetiva Linear, aplica-se o termo perspetiva cónica.

Na maioria ou mesmo na totalidade dos casos em que se aplica o termo perspetiva cónica está-se a referir unicamente à perspetiva Linear. Os termos são aplicados invariavelmente para a mesma coisa.

Nós, seguindo o conceito de Leonardo da Vinci, preferimos o termo perspetiva Linear.

⁴² Leonardo da Vinci já se refere a esta combinação de perspetivas no seu *Trattato della Pittura*.

de estruturas lineares que servem de alicerce, suportam, erguem, organizam e constroem de um modo coerente uma realidade tridimensional, tornando compreensíveis a profundidade espacial, a volumetria dos objetos e o modo como a diversas profundidades, por aproximação ou afastamento, a dimensão desses objetos é afetada.

O processo geométrico aplicado na realização dos traçados nos desenhos em perspectiva linear é no essencial idêntico ao processo de uma lente de uma máquina fotográfica ao projetar uma imagem na película.

Resumidamente, é uma técnica que proporciona desenhos com uma notável noção de profundidade, criando uma ilusão relativamente próxima da visão real devido à sua típica distorção perspética. Essa distorção perspética que por um lado tem a vantagem de proporcionar o tal efeito de profundidade, por outro lado cria algumas dificuldades no que diz respeito ao conhecimento direto das medidas da entidade representada.

A perspectiva linear é também denominada por perspectiva rigorosa ou científica pelo rigor científico com que pretende mostrar uma dada realidade visível. Esse rigor implica uma série de dados, o primeiro dos quais é relativo à posição do plano do quadro.

Para efeitos de organização e sistematização do estudo da perspectiva linear, consideramos três tipos de perspectivas que correspondem a três tipos de posições tipificadas do plano do quadro:

- perspetiva cónica linear de quadro vertical;
- perspetiva cónica linear de quadro horizontal;
- perspetiva cónica linear de quadro inclinado.

Lição nº32

Perspetiva cónica linear de quadro vertical



Figura 391: “paisagem quase real”, 2001, José Mário.

32.1. Nota prévia

Atualmente a perspetiva cónica linear não faz parte dos programas de geometria do ensino secundário. Sabemos que, ainda que de modo bastante básico, esta matéria é abordada no 9º ano. Notamos que uma boa parte dos estudantes não tem qualquer memória dessa matéria, ou se a tem é muito vaga. Parece que a distância temporal que separa o presente dessas aulas, se afigura tão grande, que muitas das vezes, e a tomar à letra as palavras dos próprios estudantes, parece tratar-se de um passado deveras longínquo.

Durante a década de 90 do século passado, foi o único conteúdo programático a ser estudado no 12º ano do ensino secundário e o único a fazer parte do exame nacional de geometria da área das artes. Consultando os manuais dessa época facilmente se deduz que essa disciplina teve sempre um carácter puramente académico. As propostas de trabalho eram mais ou menos uma repetição de alguns dos exercícios típicos dados no programa do método diédrico. Era total a ausência de propostas mais vocacionadas para a representação de temas cujas características simulassem de algum modo o mundo visível e objetual.

Se esta matéria fosse estudada no ensino secundário pelos estudantes que pretendem seguir a área das artes, e parece fazer todo o sentido que assim fosse, mas desde logo orientada para a sua aplicação na representação de objetos simples, certamente que veríamos um superior desempenho dos estudantes na realização de desenhos neste método de representação, não só nesta unidade curricular, mas muito especialmente em desenho e em projeto.

32.2. Breve nota histórica

O principal objetivo do programa é o de transmitir aos estudantes um conjunto de conhecimentos que permitam resolver problemas de carácter puramente académico e outros aplicados em questões práticas e reais em que o domínio dos saberes específicos da área da geometria seja imprescindível. Achamos contudo importante disponibilizar aos estudantes, para além dos conteúdos iminentemente técnicos, alguma informação geral acrescida, ligada à unidade curricular, que lhes permita alargar a sua visão sobre esta área do conhecimento. Por essa razão lançamos alguns tópicos sobre a história da perspetiva que pensamos serem de interesse no contexto de um curso de artes e design. Pode ser, pelo menos para alguns deles, um assunto a ser explorado como trabalho teórico de pesquisa.

A história da perspetiva está intimamente ligada à história da arte e em especial à do desenho e da pintura. Foram de facto os pintores do renascimento que mais contribuíram com as suas obras para o desenvolvimento desta técnica de representação.

As técnicas de perspetiva do passado até ao proto renascimento não eram rigorosas, nem racionais, nem objetivas. Usavam uma técnica desordenada de sobrepor as figuras de tal modo que não era possível ter uma ideia precisa da forma e da figura.

Foi no renascimento em Itália que Filippo Brunelleschi (1377-1446) inventou o sistema da perspetiva linear dando assim início a um novo estilo de desenho ao qual chamou "*Costruzione Legittima*", assim chamada para a distinguir das construções pré-perspéticas dos pintores do *Trecento* italiano. Inventou um dispositivo ótico, a 1ª *tavoletta*, e posteriormente uma 2ª *tavoletta*, não só para demonstrar a visão especular da perspetiva mas também para divulgar a sua importância como técnica de representação⁴³.

Paolo Uccello (1397-1475), artista do *Quattrocento* ficou famoso pelas suas pinturas em perspetiva. Foi um grande estudioso dos processos científicos na representação de espaços tridimensionais e corpos volumétricos. Nas suas obras o objetivo principal não era o de contar uma história, era o de aplicar a perspetiva. A sua pintura teve influência em Piero della Francesca, Leonardo da Vinci e Albrecht Dürer.

É na obra "*Della Pittura*", de León Battista Alberti (1404-1470) que é desenvolvida pela primeira vez uma teorização do sistema de perspetiva linear criada por Brunelleschi. Neste tratado descreve os elementos em que se baseia a perspetiva. Reelabora os procedimentos

⁴³ <http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/62353/2/3622.pdf>

de Brunelleschi simplificando-os através do seu “*modo Ottimo*”. Este tratado é ponto de partida para boa parte da prática artística do renascimento.

“*De Prospectiva Pingendi*” de Piero della Francesca, (1415-1492) é o primeiro tratado onde ocorre uma sistematização da perspectiva, inspirado no anterior trabalho de León Alberti. Baseado em alguns dos temas de geometria sólida, tratada na sua anterior obra “*De Quinque Corporibus Regularibus*”, investiga e procura uma base científica para a projeção e representação de superfícies e volumes de corpos mais complexos, focando-se nos seus aspetos matemáticos e geométricos, e nas suas aplicações práticas⁴⁴.

Leonardo da Vinci (1452-1519), dedica-se de igual modo ao estudo desta nova perspectiva matemática, e inventa um aparelho baseado no véu com quadrícula que permite desenhar objetos de índole mais complexa. No seu “*Trattato della Pittura*” escreve:

- “a ciência da pintura compreende todas as cores da superfície e as figuras dos corpos que com elas se revestem, a sua proximidade e afastamento segundo a proporção entre as diversas diminuições e as diversas distâncias. Esta ciência é mãe da perspectiva, isto é, da ciência das linhas de visão, ciência que se divide em três partes; destas a primeira só compreende a construção linear dos corpos (perspetiva linear); a segunda o esbatimento das cores em relação as diversas distâncias (perspetiva da cor); e a terceira a perda de definição dos corpos em relação as diversas distancias (perspetiva minguate) (...)”⁴⁵

A perspetiva da cor implica que quanto mais afastado se encontre o objeto mais ténues são as suas cores. No mundo real acontece exatamente o mesmo com um desvanecimento das cores com o aumento da distância. As montanhas longínquas parecem azuis. A perspectiva minguate implica que conforme aumenta a distância a que se encontra o objeto assim também vai diminuindo a sua nitidez, os contornos vão-se tornando esborratados e mal definidos, tal como acontece na realidade.

Albrecht Dürer (1471-1528), com a sua obra “*Underweysung der Messung*”⁴⁶, é uma das personalidades a quem mais se deve o estudo e aprofundamento deste tipo de representação. Desta obra constam, entre outras, algumas das gravuras mais requintadas e pormenorizadas, ilustrativas de aparelhos⁴⁷ que visavam a representação em perspectiva e explicavam como se processava esse fenómeno, isto é, como os contornos dos objetos se poderiam delinear como resultado da intersecção dos raios visuais com esse mesmo plano. Estas ilustrações são sobejamente conhecidas, o que não admira, pois Dürer é famoso pela excecional qualidade das suas gravuras, e pelas intervenções que os estudantes fazem nas aulas quando questionados relativamente a este assunto, quase todos têm conhecimento de pelo menos de uma delas. É possível encontra-las em vários trabalhos académicos e livros escolares. Estão também disponíveis na internet. Referenciamos aqui, pela sua qualidade, um trabalho de investigação sobre esses dispositivos de captura, do qual retiramos quatro imagens das gravuras de Dürer.⁴⁸

Jean le Pelerin (1445-1524) no seu livro “*De Artificiali Perspectiva*”⁴⁹ introduz pela primeira vez no desenho a noção de ponto de distância.

Baseado nos estudos de pelerin, Jacopo Barozzi da Vignola (1507-1573), no seu tratado “*Le Due Regole Della Prospettiva Pratica*” desenvolve a chamada *Costruzione con il punto delia distanza*, uma técnica para simplificar os procedimentos para a construção de perspectiva usando o conceito de ponto de distância.

⁴⁴ <http://www.unicamp.br/chaa/eha/atas/2009/FURLAN,%20Annie%20Simoes%20Rozestraten%20-%20VEHA.pdf>
ABORDAGEM DA PERSPECTIVA NO TRATADO DE PIERO DELLA FRANCESCA
Annie Simões Rozestraten Furlan.

⁴⁵ Traduzido de “Las Claves de la Pintura. Cómo identificarla”, (1989), pp. 38. Triadó, Juan-Ramon, Editorial planeta, SA.

⁴⁶ É possível consultar este livro e visionar as suas famosas gravuras no seguinte site da internet:

<http://www.rarebookroom.org/Control/duruwm/>

⁴⁷ É comum chamar a estes aparelhos Perspetógrafos.

⁴⁸ <http://www.izads.org/blog/article/o-caracter-demonstrativo-das-experiencias-de-brunelleschi-e-o-seu-impacto-na-concepcao-e-utilizacao-de-dispositivos-de-captura-entre-os-seculos-xv-e-xvii-5/>.
Estas imagens fazem parte do seu livro “*Underweysung der Messung*”

⁴⁹ O termo *perspectiva artificialis*, refere-se à representação, a uma construção geométrica que se classificada como projecção cónica. Por outro lado a *perspectiva naturalis* ocupa-se do fenómeno visual em si mesmo sem se interessar pela representação.

Os pintores maneiristas desenvolveram a perspectiva de características ilusórias. A partir do conhecimento que tinham sobre perspectiva, manipulavam as suas regras, aplicando pontos de fuga múltiplos para que através de ilusões óticas o *trompe-l'oeil* conseguiram fazer ver o que na realidade não é.

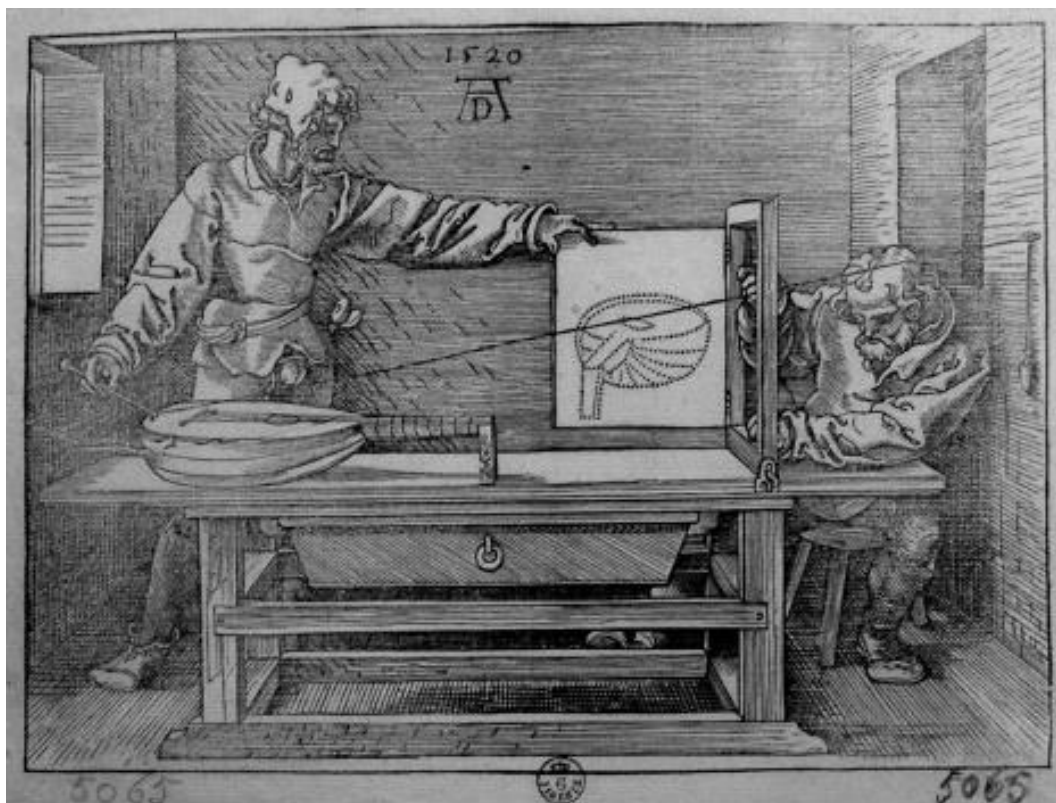


Figura 392: Albrecht Dürer. Sportello. Xilogravura, 1520. Florença, gabinetto disegni e stampe degli



Figura 393: Albrecht Dürer. Dispositivo de keser/dürer. Xilogravura, c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

Andrea Pozzo (1642-1709) também escreveu um tratado de perspectiva "*Perspetiva Pictorum et Architectorum*". Esta obra, foi publicada em dois volumes, um em 1693 e outro em 1700, e foi especialmente vocacionada para pintores e arquitetos.

A perspectiva aérea é uma combinação de perspectiva de cor e perspectiva minguante. "As meninas" de Velasquez (seculo XVII) são um bom exemplo da aplicação na pintura da perspectiva aérea conjuntamente com a perspectiva linear.

De alguma maneira todos estes estudos e toda a pintura que se valeu destas técnicas de representação cingiram-se á perspectiva linear com um só ponto de fuga.



Figura 394: Albrecht Dürer. Desenhador realizando um retrato com o método do vidro, xilo-gravura, c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.



Figura 395: Albrecht Dürer. Quadrícula, xilo-gravura c.1525. Florença, gabinetto disegni e stampe degli uffizi.

No século XVIII o matemático inglês Brook Taylor, nos seus livros “*Linear Perspective*” de 1715 e posteriormente “*New Principles of Linear Perspective*”, de 1719 desenvolveu o método da perspectiva exata com dois pontos de fuga. A esta perspectiva é também dado o nome de *perspetiva do arquiteto*⁵⁰.

⁵⁰ http://pt.wikipedia.org/wiki/Perspectiva_do_arquiteto

32.3. Características gerais



Figura 396: “Chegada de Cristo a Jerusalém” - pintura afresco de igreja em Assis - Pietro Lorenzetti pintor pré-renascentista italiano (c.1280-1348)⁵¹



Figura 397: “A cidade ideal” (1475). Quadro atribuído a Piero della Francesca. Galleria Nazionale. Urbino⁵².

A introdução a este tema pode ser propondo aos estudantes a observação de algumas imagens de pinturas e desenhos de alguns dos mestres do período renascentista, comparando-as com outras de épocas anteriores, com o objetivo de verificarem as grandes diferenças que existem entre elas, e entenderem que essas diferenças se devem a uma inovação técnica na forma de resolver os problemas relacionados com a interpretação e a consequente representação da realidade tridimensional sobre o plano do desenho. É notório para todos os estudantes que nas imagens anteriores do renascimento a perspectiva linear não estava estabelecida. A dimensão das figuras tem unicamente a ver com o seu grau de importância e de poder, e não a sua localização no espaço, e as linhas das estruturas arquitetônicas não se dirigem para qualquer ponto de fuga.

A perspectiva linear de quadro vertical em particular remete intuitivamente para a imagem do pintor diante da sua tela colocada no cavalete, preparando-se para pintar um quadro, tendo como cenário estruturas arquitetônicas, orientadas de modo a fazer realçar com mestria os efeitos sugestivos e enganadores provocados pelas profundidades, criando uma imagem verosímil de um espaço tridimensional sobre um suporte bidimensional.

⁵¹ <http://deniseludwig.blogspot.pt/2013/03/arte-em-pinturas-religiosas-entrada-de.html>

⁵² <http://ftp.icm.edu.pl/cgfa/francesco/p-franceio.htm>

A descoberta da perspetiva começou por ser mais científica, mas rapidamente suscitou o interesse e ganhou importância para os artistas dessa época. Este método de representação, com as suas implicações científicas, pressupõe que os olhos do observador ocupem uma dada posição fixa do espaço, e requerem traçados rigorosos. Por essa razão, uma imagem desenhada em perspetiva indica-nos de modo claro e inequívoco qual a posição que devemos ocupar para que a possamos ver o mais corretamente possível. O artista subordina a construção da perspetiva ao modo como quer que o seu trabalho venha a ser visto.

Embora anteriores métodos empíricos pudessem já proporcionar imagens de elevado rigor, esta perspetiva matemática é que tornou possível a representação de espaços tridimensionais sobre um plano, e de maneira que, apesar de ser um processo com alguma dose de complexidade, devido à distorção ótica, todas as medidas reais pudessem ser recuperadas a partir do seu desenho em perspetiva, invertendo todo o processo.

Esta nova noção de perspetiva levou a que se encarassem as figuras resultantes deste processo técnico, como modelos precisos, dos objetos reais que se pretendiam descrever. Apesar desta técnica rigorosa, demorada e laboriosa ser notável e de proporcionar modelos bastante rigorosos, estes, não correspondem em absoluto à realidade, pois como sabemos por experiência própria, aquilo que é captado visualmente do mundo real não é possível de ser transposto em termos materiais para o papel ou para a tela. De facto, por muito apurada que seja a capacidade de visualizar, de entender formas e proporções, por muito evoluído que seja o domínio das técnicas de representação, nunca se consegue desenhar tal como se vê.

Há ainda a acrescentar que, existe uma diferença que não deixa de ser significativa, pois enquanto o nosso aparelho visual é binocular, o que nos dá uma visão estereoscópica, ótima na perceção das relações espaciais, o “aparelho visual” da perspetiva cónica linear, o perspetógrafo⁵³, é unicamente monocular, o que não permite criar imagens de objetos exatamente iguais ao modo como os percebemos.

Quando se desenha à mão livre, quer em observação direta de um modelo, quer em esboços de objetos imaginados, o conhecimento das regras da perspetiva permite corrigir erros resultantes de uma perceção e avaliação deficiente das relações de tamanho em diferentes profundidades. Resumidamente, a perspetiva linear deve ser pois entendida como uma ferramenta de trabalho pela qual é possível obter imagens de belo efeito que conseguem reproduzir com um elevado grau de perfeição uma realidade visível, dando uma noção credível de tridimensionalidade, pelo posicionamento dos objetos num espaço organizado em profundidade. O estudo desta técnica é fundamental no contexto dos cursos da ESAD, dada a manifesta importância do conhecimento dos processos de aplicação das suas regras quando se torna necessário representar de modo naturalista, quer com máximo rigor com recurso a instrumentos métricos, quer em esboços à mão levantada.

Os conhecimentos relativos à perspetiva linear ultrapassam largamente o âmbito exclusivo da disciplina de geometria, atravessando-se por outras cadeiras de carácter prático. É obviamente aplicado na disciplina de desenho, mas também nas disciplinas de *sketching* e *rendering* manual, de desenho técnico e de projeto. Do que acima foi dito, depreende-se e compreende-se que todos os sistemas de representação indireta e convencionada são modos de comunicar imprescindíveis para quem está envolvido academicamente ou profissionalmente na área do projeto.

De facto, o conhecimento dos processos que permitem realizar uma perspetiva cónica linear é de grande utilidade caso se queira fazer uma imagem para apresentação de, por exemplo, um espaço ou um objeto, em que o fator a ter em conta seja o de criar uma imagem o mais realisticamente possível.

Apesar de *à priori* se poder julgar que a apreensão dos conhecimentos relativos a esta perspetiva possa ser algo de “natural”, verificamos na prática que não é bem assim, e que

⁵³ Utilizamos o termo perspetógrafo com o mesmo sentido em que já era utilizado nos manuais de perspetiva do ensino secundário, isto é, para indicar o conjunto de elementos gráficos necessários à execução de uma perspetiva, dos quais se destacam obviamente o observador e o plano do quadro, já que estes elementos indicam a altura do observador e a distância a que se encontra do plano do quadro.

pelo contrário notamos nos estudantes uma certa dose de dificuldade em compreender profundamente as regras de construção a aplicar.

32.4. O perspetógrafo

Quando se pretende desenhar a perspetiva linear de um objeto por observação indireta, e por processos puramente geométricos deve-se, em primeiro lugar, representar o perspetógrafo. O perspetógrafo é como já referimos, no contexto desta unidade curricular, o conjunto de elementos que constituem o “sistema operativo” de qualquer perspetiva cónica linear.

Para iniciarmos este estudo, é dada aos estudantes uma imagem de características tridimensionais, panorâmica e esquematizada do perspetógrafo. Partindo dessa imagem vai-se explicando o processo que possa permitir aos estudantes entender como se passa da imagem tridimensional para a sua representação bidimensional na folha de desenho (figuras 398, 399, 400, 401). Simultaneamente vão-se definindo os diversos elementos que constituem o perspetógrafo.

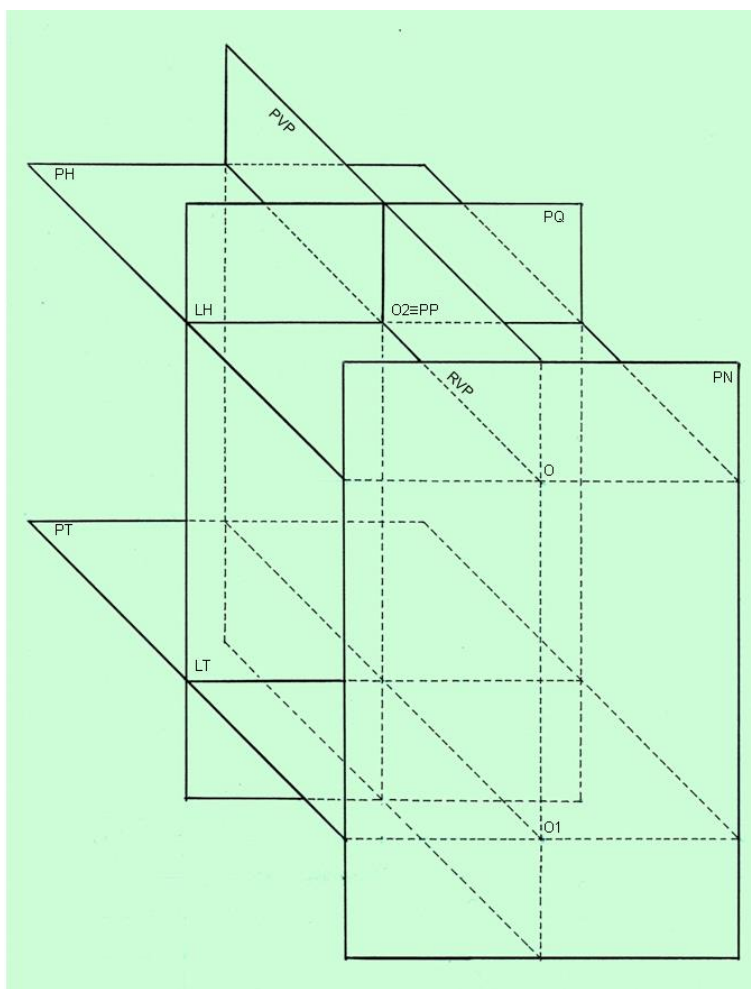


Figura 398: Imagem tridimensional do perspetógrafo.

Os elementos fundamentais do perspetógrafo na perspetiva cónica linear de quadro vertical são:

- O observador, (O). Ponto de vista perfeitamente definido, já que se encontra a distância finita. É o vértice do cone visual constituído pelo conjunto de todos os raios visuais;
- O plano do quadro, (PQ). Plano frontal que é, não só, o plano de projeção, mas também o plano de referência das profundidades. O plano do quadro é perpendicular ao plano de terra;

- O plano de terra ou plano geometral, (PT). Plano horizontal de cota zero, e por isso mesmo funciona como plano de referência das alturas;
- O plano do horizonte, (PH). Plano horizontal que contém o observador. A distância entre o plano de terra e o plano do horizonte corresponde à altura do observador;
- O plano vertical principal, ou plano visual principal, (PVP). Plano de perfil que contém o observador, e que pelo facto de ter abcissa zero, serve de plano referente das larguras;
- O plano neutro, (PN). Plano frontal que contém o observador;
- A linha de terra, (LT). Retra de intersecção do plano do quadro com o plano de terra;
- A linha do horizonte, (LH). Retra de intersecção do plano do quadro com o plano do horizonte. A distância entre a linha de terra e a linha do horizonte também indica a altura do observador.

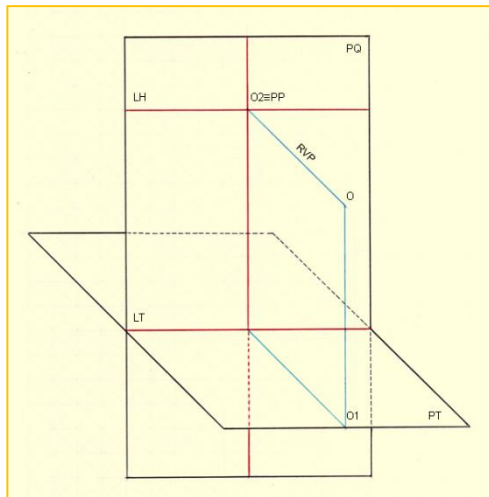


Figura 399: Imagem tridimensional do perspetógrafo simplificado.

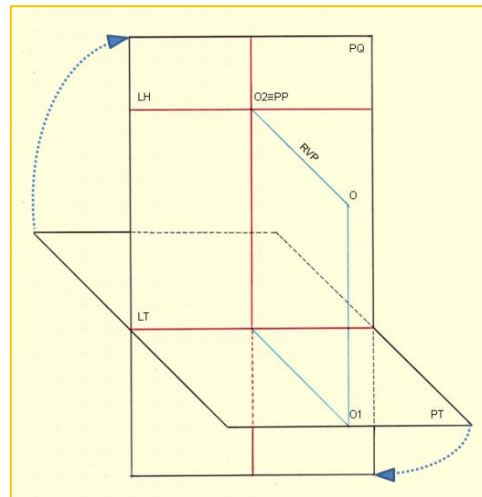


Figura 400: Processo de rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

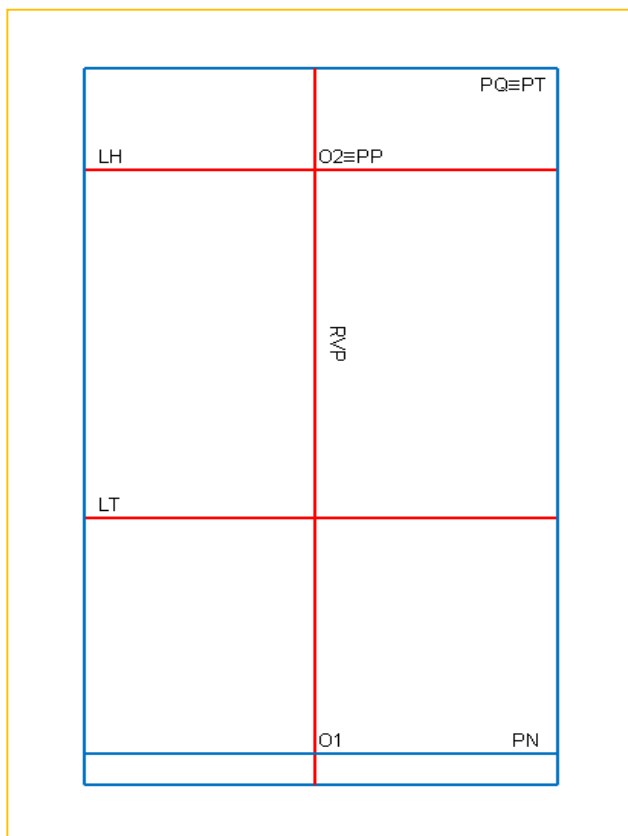


Figura 401: O perspetógrafo após rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

O plano do quadro e o plano neutro dividem o espaço infinito em três espaços:

- Desde o infinito até ao plano do quadro existe o espaço real;
- Entre o plano do quadro e o plano neutro existe o espaço intermédio;
- Desde o plano neutro, para trás do observador até ao infinito existe o espaço virtual.

São também de referenciar os seguintes elementos:

- A linha vertical principal (LVP). Linha de interseção do plano visual principal com o plano do quadro;
- O raio visual principal (RVP). É o único raio visual perpendicular ao plano do quadro. É a linha de interseção do plano visual principal com o plano do horizonte;
- O ponto principal (PP). É o ponto de intersecção do raio visual principal com a linha do horizonte. O ponto principal coincide com a projeção frontal do observador (O_2), e é o ponto de fuga das retas perpendiculares ao plano do quadro.

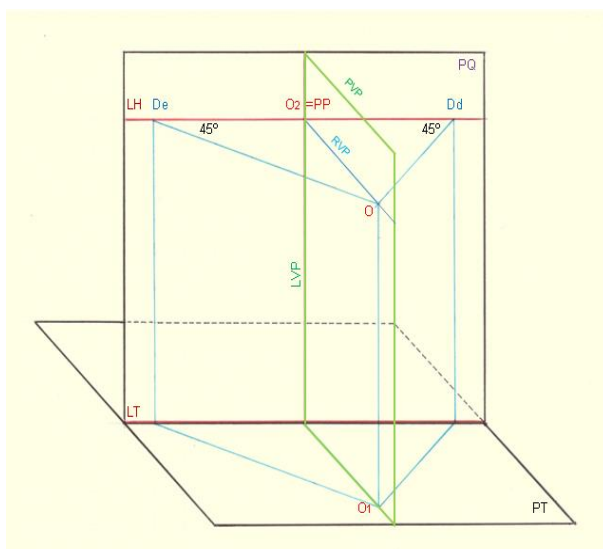


Figura 402: O perspetógrafo. Representação dos pontos de distância.

Os pontos de distância (De) e (Dd). Pontos importantes, da linha do horizonte que se obtêm rebatendo o observador através do rebatimento do plano visual principal sobre o plano do quadro, tendo como eixo a linha vertical principal. Estes pontos de distância correspondem à distância do observador ao plano do quadro, e para além disso, são também os pontos de fuga das retas de nível a 45° , o que se virá a entender perfeitamente ao ser estudado o conceito de ponto de fuga.

32.5. Ponto de fuga

Não parece ser possível falar de perspetiva cónica linear sem falar de pontos de fuga. Esta afirmação não parece ser suscetível de qualquer contestação pelos estudantes, porque todos já experimentaram, com maior ou menor consciência, o fenómeno que melhor que qualquer outro identifica aquilo que se apelida de ilusão perspética, quando linhas que sendo de facto paralelas entre si, conforme se vão distanciando em profundidade, parecem convergir num ponto único situado algures no infinito. Todos esses pontos do infinito para os quais parecem convergir todo um conjunto de retas que tenham a particularidade de serem paralelas entre si são chamados de pontos de fuga⁵⁴. É essencialmente baseada nessa regra que é possível criar todo o tipo estruturas lineares coerentes que têm a particularidade de simular profundidade.

É nosso objetivo estudar as regras que permitem calcular a posição desses pontos de fuga assim como todo o conseqüente comportamento de linhas, planos e volumes integrados

⁵⁴ Só as retas paralelas ao Plano do Quadro é que não têm Ponto de Fuga, como posteriormente se demonstrará.

nessa representação, criando imagens ilusórias semelhantes ao modo como percebemos a realidade espacial.

Em linguagem referencial própria da geometria, diz-se que o ponto de fuga de uma reta é o ponto de intersecção do raio visual paralelo a essa reta com o plano do quadro. Pode deste conceito deduzir-se que o ponto de fuga de uma reta é o seu ponto impróprio, pois é o seu “ponto do infinito”. Uma maneira simples de explicar este conceito aos estudantes é a de levá-los a imaginar a experiência de encontrar o “ponto do infinito” dessa reta, de forma a visualizar esse conceito.

Isto pode traduzir-se basicamente no seguinte:

- Para que se possa visualizar esse “ponto do infinito” da reta, o seu ponto de fuga, ainda que isto seja realmente impossível pois trata-se de uma operação puramente intelectual, é necessário olhar paralelamente a essa reta, caso contrário, qualquer raio visual que se dirija diretamente para a reta, encontrá-la-á num ponto a uma distância finita. E qualquer ponto a distância não-infinita, não satisfaz a condição exigida pelo conceito.

Deste conceito se pode deduzir também que todas as retas paralelas ao plano do quadro não podem ter pontos de fuga. Se uma reta é paralela ao plano do quadro, o raio visual paralelo a essa reta é também paralelo ao plano do quadro. Se é paralelo ao plano do quadro nunca o vai interseccionar. Se não o interseccionar não define o ponto de fuga dessa reta.

A representação de qualquer ponto em perspectiva linear é realizada sobre o plano do quadro, deste modo, a representação do ponto de fuga de uma reta é o ponto de intersecção do raio visual paralelo a essa reta com o plano do quadro.

Se por exemplo tivermos uma reta a representada pelas suas projeções ortogonais, horizontal e frontal, a_1 e a_2 , e quisermos determinar o seu ponto de fuga, basta para tal traçar um raio visual paralelo à reta, ou seja, traçar as projeções ortogonais horizontal e frontal do raio visual, rv_1 e rv_2 , paralelas às projeções ortogonais horizontal e frontal da reta, a_1 e a_2 . Pela projeção horizontal do observador o_1 traça-se a projeção horizontal do raio visual rv_1 paralelo à projeção horizontal da reta, a_1 . Pela projeção frontal do observador o_2 traça-se a projeção frontal do raio visual rv_2 paralelo à projeção frontal da reta, a_2 . O ponto de intersecção do raio visual com o plano do quadro é o ponto de fuga pf dessa reta a .

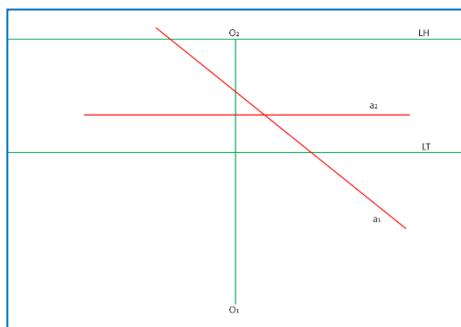


Figura 403: Reta horizontal a dada pelas suas projeções frontal e horizontal.

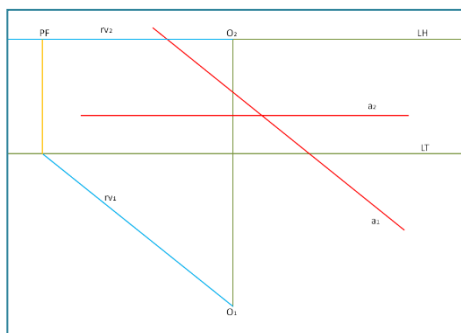


Figura 404: Determinação do ponto de fuga da reta a .

No caso de a reta a ser perpendicular ao plano do quadro, seguindo o mesmo procedimento anteriormente aplicado, o ponto de interseção do raio visual paralelo à reta a com o plano do quadro, isto é, o ponto de fuga dessa reta a , coincide obrigatoriamente com a projeção frontal do observador o_2 .

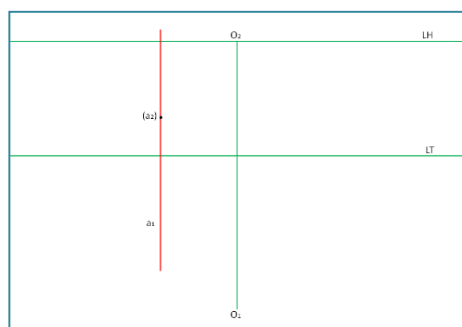


Figura 405: Reta de topo a .

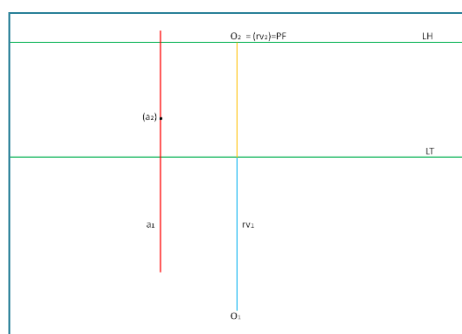


Figura 406: Determinação do ponto e fuga da reta de topo a .

No caso de a reta a ser paralela ao plano do quadro, seguindo o mesmo procedimento anteriormente aplicado, verifica-se, como seria de esperar, que o raio visual paralelo à reta a não intersesta o plano do quadro, logo, não é possível determinar e representar o seu ponto de fuga.

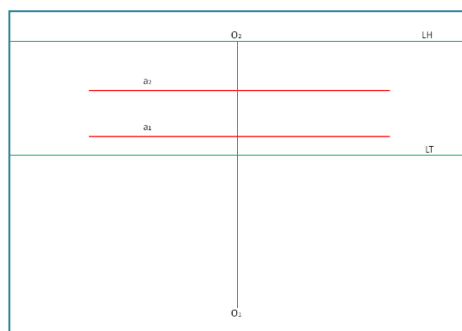


Figura 407: Reta fronto-horizontal a .

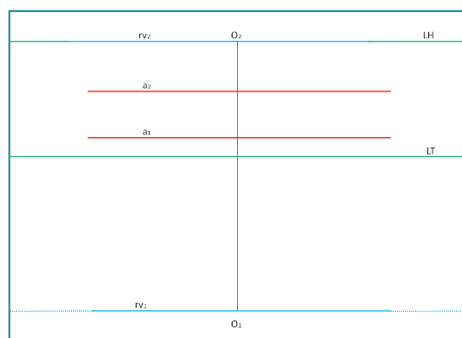


Figura 408: Esta reta não tem ponto de fuga por ser paralela ao quadro.

32.6. Ponto de nasçença

De igual modo importante é o ponto de nasçença. O ponto de nasçença n de uma reta a é o seu ponto de interseção com o plano do quadro, ou, dito de outro modo, o ponto de nasçença é o traço da reta no plano do quadro. Como o plano do quadro é o plano de representação, o plano do desenho em perspectiva, então esse ponto já está perspectivado. Concluindo, o ponto de nasçença é o único ponto da reta que é simultaneamente um ponto da reta no espaço e um ponto da reta desenhada em perspectiva cónica linear.

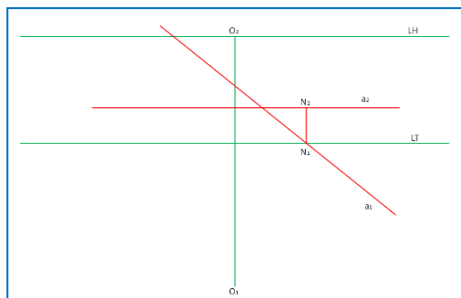


Figura 409: Determinação do ponto de nasçença da reta a .

32.7. Objeto e espaço

Quando se pretende realizar uma perspectiva é necessário escolher qual a posição do objeto no espaço e qual a sua posição relativamente ao plano do quadro. Deve escolher-se uma posição que ofereça uma boa visão panorâmica. Normalmente coloca-se o objeto na zona central, para que fique o mais possível dentro do cone visual. Só após esta fase prévia é que se deve iniciar o processo de perspectivização do objeto recorrendo a um dos métodos que a seguir serão mencionados e estudados. Para objetos ou espaços com linhas curvas recorre-se a grelhas de resolução que permitem transformar as projeções dos pontos de projeção cilíndrica para projeção cónica linear.

O objeto a ser representado pode ser colocado em diferentes posições relativamente aos espaços do perspetógrafo. Podemos colocar o objeto no espaço real, no espaço intermédio ou no espaço virtual. Como os estudantes facilmente constatarem, pela sua própria experiência prática direta de desenho à vista, só é possível representar aquilo que se encontra para lá do plano de representação, ou seja que se encontra no espaço real, é impossível representar o que seja situado no espaço intermédio, e muito menos ainda no espaço virtual. Mas neste tipo de representação indireta é possível representar objetos em qualquer um dos espaços.

32.8. Objeto e quadro

Para facilitar a catalogação das perspectivas tendo em conta a relação objeto/quadro, tomando como modelos de estudo objetos ortoédricos que pelas características estruturais, têm a sua largura, a sua profundidade e a sua altura alinhadas segundo três eixos perpendiculares entre si, dividimos as perspectivas em três grupos: perspectiva central, perspectiva oblíqua e perspectiva di-oblíqua.

32.9. A perspectiva central

Sempre que um dos grupos de arestas de um dos nossos modelos de estudo estiver perpendicular ao plano do quadro, então está-se perante uma perspectiva central⁵⁵. A perspectiva central é aquela em que só há um ponto de fuga central, o qual coincide exatamente com o ponto principal.

⁵⁵ O termo perspectiva central é muitas vezes aplicado com o mesmo sentido geral de perspectiva cónica, visto ser um sistema de projeção cónica ou central. no nosso trabalho o termo perspectiva central é unicamente aplicado para referir a perspectiva com um ponto de fuga.

Os estudantes já sabem de antemão, pelos conhecimentos que adquiriram relativamente ao conceito de ponto de fuga, que o ponto principal ou projeção frontal do observador⁵⁶ é o ponto de fuga das retas perpendiculares ao plano do quadro, e também sabem que os outros dois grupos de arestas do nosso modelo, estando paralelas ao plano do quadro, não podem ter pontos de fuga.

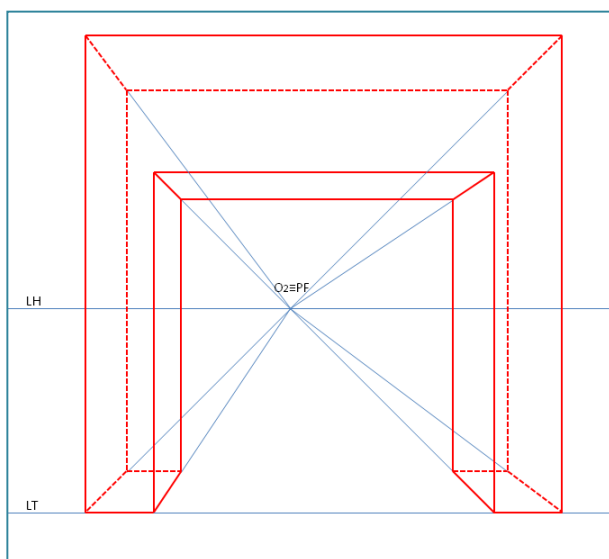


Figura 410. Imagem com 1 ponto de fuga.

É por exemplo o caso de quem se encontra num longo troço de autoestrada em linha reta algures na imensidão de uma planície, e vê de facto a estrada a afunilar e a desaparecer positivamente num único ponto, mesmo lá ao fundo na linha do horizonte.

32.10. A perspetiva oblíqua

Quando o nosso modelo se encontra numa posição tal que dois, mas só dois, dos grupos de arestas sejam retas de nível, com duas direções diferentes, de tal modo que sejam oblíquas em relação ao plano do quadro, oblíquas no sentido em que não são paralelas nem perpendiculares, então tem-se uma perspetiva com dois pontos de fuga situados sobre a linha do horizonte. Nesta posição o terceiro grupo de arestas do modelo é vertical e como tal não tem ponto de fuga. A perspetiva assim obtida pode ser chamada de perspetiva linear oblíqua.

Para evitar quais quer mal-entendidos, é muito importante esclarecer os estudantes que este termo, “oblíqua”, é aqui usado no contexto exclusivo da perspetiva cónica, não confundir de modo algum com perspetiva oblíqua no contexto da perspetiva cilíndrica, visto serem coisas completamente diferentes. O próprio termo é criado a partir de conceitos diferentes. No caso da perspetiva cónica linear o termo *perspetiva oblíqua* tem a ver com a posição das arestas do modelo em relação ao plano do quadro. No caso da perspetiva cilíndrica o termo *perspetiva oblíqua* tem a ver com o facto das retas projetantes serem oblíquas em relação ao plano do quadro.

⁵⁶ Na prática é indiferente aplicar o termo ponto principal ou projeção frontal do observador visto que de facto são o mesmo e único ponto.

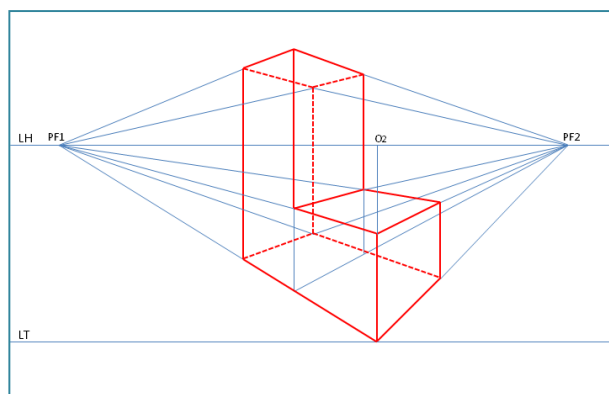


Figura 411: Imagem com 2 pontos de fuga.

32.11. A perspectiva di-oblíqua

O termo di-oblíqua foi por nós criado propositadamente por razões de ordem meramente organizacional, com o sentido de estabelecer de modo um pouco mais preciso a fronteira entre este tipo de perspectiva e a anterior, aquando da exposição destas matérias. Nesta perspectiva, nenhum grupo de arestas do nosso modelo ortoédrico é paralelo ou perpendicular ao plano do quadro e ao plano vertical principal.

Com os conhecimentos que já têm, devem os estudantes entender, que desta situação resulta que cada grupo de arestas tem um ponto de fuga diferente, e assim sendo, a imagem tem três pontos de fuga, o que a torna na mais dinâmica de todas.

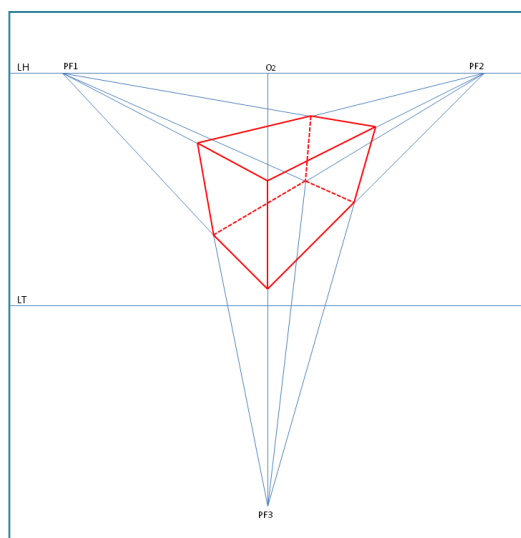


Figura 412: Perspetiva “olho de pássaro”.

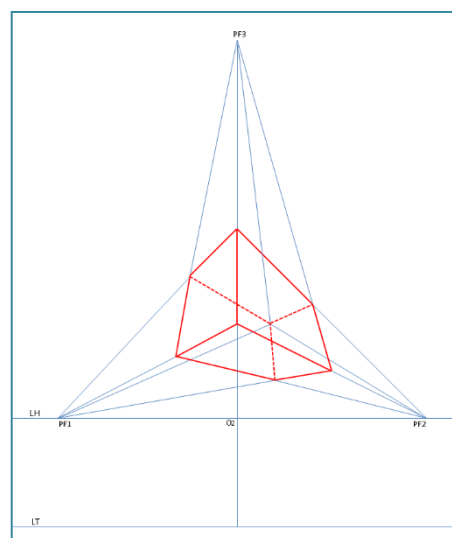


Figura 413: Perspetiva “olho de rã”.

Os pontos de fuga situados acima da linha do horizonte chamam-se pontos de fuga celestes, os que se encontram situados abaixo da linha de terra chamam-se pontos de fuga subterrâneos. No tipo de exercício mais comum, que propomos aos nossos estudantes, dois dos pontos de fuga situam-se sobre a linha do horizonte, um à esquerda e outro à direita, e o terceiro ponto de fuga, que corresponde às retas verticais, é celeste ou subterrâneo.

Convém sempre focar, para que todos os estudantes assim o entendam, estes dois casos não esgotam as possibilidades de exercícios com três pontos de fuga. É possível criar exercícios em que os três pontos de fuga os pontos de fuga possam situar-se em qualquer posição, dependendo disso unicamente da posição do objeto e da direção das suas arestas. É também necessário esclarecer, porque isto é uma questão que muitas vezes se levanta nas aulas em que este conteúdo programático é exposto, que não há limite de pontos de fuga, um objeto terá tantos pontos de fuga quantas as direções das suas arestas⁵⁷. Nestes casos

⁵⁷ Um bom exercício para os estudantes compreenderem na prática esta afirmação, é o de representar, por exemplo, a Casa da Música da cidade do Porto. Edifício projetado pelo arquiteto holandês Rem Koolhaas e concluído em 2005.

que apresentamos os objetos só podem ter três pontos de fuga porque são objetos ortoédricos e como tal as suas arestas só têm três direções possíveis.

32.12. Leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical

O processo previsto para o estudo da perspectiva cónica linear de quadro vertical será em parte idêntico ao utilizado na aprendizagem da perspectiva cilíndrica. Para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical, são dadas imagens em perspectiva cónica linear de quatro tipos:

- Objetos de tipo comum;
- Objetos de tipo lúdico;
- Espaços reais;
- Espaços imaginários.

Os exercícios propostos para o desenvolvimento desta capacidade limitam-se ao essencial, que, neste caso, consiste basicamente em compreender a morfologia do objeto e determinar as suas medidas reais. Para se verificar se essa determinação está correta, pede-se aos estudantes para os traduzir em representações rigorosas uma perspectiva cilíndrica ou uma tripla projeção ortogonal desse mesmo objeto. Atendendo a que neste tipo de representação há uma deformação causada pelo efeito da profundidade, verificamos que os estudantes, para além de facilmente compreendem o objeto na sua totalidade, também facilmente detetam o que está próximo e o que está distante. Se o entendimento das características formais do objeto não lhes oferece dificuldade, o mesmo não podemos dizer quanto ao correto entendimento do processo de determinação das verdadeiras grandezas das suas medidas.

32.13. Execução de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical

Para o entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos em perspectiva cónica também serão dadas quatro tipos de representações em dupla ou tripla projeção ortogonal e em perspectiva cilíndrica:

- objetos de tipo comum e objetos de tipo lúdico;
- espaços reais e espaços imaginários.

As imagens de objetos comuns e espaços reais prestam-se a exercícios cujo objetivo principal é o de, ainda que de modo simplificado, simular parte de uma apresentação de um projeto possível. Os exercícios previstos com objetos lúdicos e espaços imaginários têm como objetivo a criação de imagens interessantes ou fantásticas que realcem o efeito de perspectiva na organização estrutural dos volumes.

Uma das maiores dificuldades que os estudantes revelam nestes exercícios centra-se na decifração das formas do objeto quando este está representado por vistas. O entendimento que têm do objeto é sempre mais fácil, quando a sua representação é em perspectiva cilíndrica. Na execução propriamente dita do desenho em perspectiva cónica, normalmente a grande dificuldade surge quando chega o momento de aplicar a escala de alturas, e muito especialmente quando as alturas do objeto são superiores à altura do observador. Este erro comum deve-se a uma confusão recorrente com as perspectivas cilíndricas nas quais se vê o objeto sempre de cima, ou sempre de baixo, e nunca parcialmente por cima e parcialmente por baixo no mesmo desenho.

No contexto desta unidade curricular, todos os desenhos são executados por observação indireta, isto é todos os exercícios previstos para entendimento e aplicação dos processos de execução de desenhos em perspectiva cónica linear têm normalmente como enunciado uma representação em tripla projeção ortogonal, ou mais raramente uma representação em perspectiva cilíndrica

Como não podia deixar de ser, serão feitas perspectivas de objetos e espaços situados no espaço real, que são as únicas exequíveis por observação direta do modelo, e que provavelmente são aquelas cuja compreensão tem mais interesse para quem se dedica à prática do desenho.

Poderão também ser feitas algumas perspectivas de objetos situados no espaço intermédio, as quais, não sendo possíveis numa situação real, o são como exercício teórico. Estas perspectivas têm aquela particularidade, que pode tornar-se uma vantagem, que é a de oferecer imagens maiores que o objeto, o que em certas circunstâncias permite compreendê-lo melhor, mas também pode tornar-se uma desvantagem, pois quando mal calculados os pressupostos a imagem fica deformada e até pode ultrapassar os limites da folha.

O programa da unidade curricular não contempla quaisquer representações de objetos situados no espaço virtual já que o processo é bastante complicado e gera imagens invertidas, as quais, para além de não acrescentarem nada de novo deveras interessante aos conhecimentos gerais desta matéria, não têm qualquer interesse prático.

Lição nº33
Métodos resolventes



Figura 414: "A vulkanik", 2000, José Mário.

33.1. Introdução

Todos os estudantes têm o conhecimento empírico de que a organização de um espaço em profundidade tem uma característica fundamental: os objetos parecem diminuir de tamanho conforme se vão afastando. É algo visível e não sofre contestações. O que se torna então importante, é que o estudante, que já percebeu o fenómeno da deformação ótica, possa entender as leis que o regem, e possa posteriormente aplicá-las quando tiver necessidade de desenhar determinado espaço, edifício, objeto ou o que seja, num contexto em que esse tipo de rigor lhe seja recomendado ou mesmo exigido. Regra geral, reside aí a maior dificuldade que os estudantes sentem nestes domínios. Os problemas relacionam-se normalmente com real entendimento dos métodos de resolução, que possibilitam um cálculo rigoroso da deformação operada pela profundidade.

Da sua experiência quase diária, os estudantes sabem que para fazerem um desenho em perspetiva de um objeto qualquer por observação direta, colocam necessariamente a folha de papel entre si e o objeto a ser representado. Esta operação nem poderia ser de outra maneira, é tão natural que nem chega a ser pensada. Traduzindo esta frase numa outra em linguagem referencial própria da unidade curricular dizemos que o plano do quadro tem de se situar obrigatoriamente entre o ponto de vista e o objeto, de modo a que os raios visuais que se dirigem para o objeto intersetem o plano do quadro e, assim, aí “criem” a sua imagem. Esta imagem é transportada e registada graficamente com um lápis ou uma caneta sobre um papel ou outro suporte plano. Nesta operação, a qualidade e objetividade do desenho só depende da capacidade de observação, visualização, interpretação, entendimento, qualidade técnica, sensibilidade e destreza manual do observador e não da aplicação de um método geométrico resolvente.

33.2. Os métodos

Quando o objeto não está presente o caso pode adquirir um outro tipo de dificuldade. Em primeiro lugar é preciso conhecer as suas formas e medidas, a posição que ocupa no espaço, como se orienta relativamente ao plano do quadro e a que distância se encontra do observador. Tudo começa com a colocação do plano do quadro, do objeto e do observador ou ponto de vista.

Independentemente do método a aplicar é preciso que os estudantes tenham a noção de que esta não é uma representação direta, o objeto não está diante dos seus olhos, esta é uma representação indireta. Em termos práticos isto significa que há um observador e há um desenhador. Não pode haver margem para qualquer confusão. O observador é um dos elementos que se coloca no papel. O desenhador é ele, o próprio estudante, é aquele que executa o desenho, e que seguindo determinados procedimentos pode visualizar como é percebido um dado objeto numa dada posição a partir de um determinado ponto de vista.

Há mais do que um método para realizar imagens de projeção cónica linear. Os principais métodos resolventes são os seguintes: o método dos raios visuais, o método das três coordenadas e o método dos pontos de fuga.

O método dos raios visuais, também chamado método direto. Tal como o nome indica baseia-se no traçado de raios visuais que passam pelos pontos do objeto para obter a sua perspetiva. O desenho bidimensional obtido resulta da interseção da pirâmide visiva ou cone visual, cujo vértice é o observador, com o plano do quadro. Este método pode ser aplicado para realizar qualquer tipo de perspetiva:

- Perspetiva central (1 ponto de fuga);
- Perspetiva oblíqua (2 pontos de fuga);
- Perspetiva di-oblíqua (3 pontos de fuga).

O método das três coordenadas ou método geral. Este método consiste em perspetivar qualquer ponto a partir das suas três coordenadas⁵⁸. Este método é normalmente aplicado

⁵⁸ Em perspetiva cónica linear em vez dos termos abscissa, afastamento e cota, também se podem aplicar os termos largura, profundidade e altura para as três coordenadas

quando pretendemos realizar uma perspectiva linear central, mas pode ser aplicado em qualquer outra circunstância.

O método dos pontos de fuga ou método expedito. Este método ao contrário dos anteriores, pressupõe logo à partida a determinação dos pontos de fuga das arestas do objeto, e a sua aplicação no processo de realização da perspectiva o que o torna rápido, eficiente e rigoroso, daí ser chamado de expedito. Não admira que seja o método mais aplicado para realizar perspectiva linear oblíqua.

Referimo-nos como é óbvio a métodos aplicados na sua forma mais pura, mas não é obrigatório que assim seja, há situações em que podemos combinar estes métodos. É pois possível aplicar um método misto que resulta da sua simbiose, se na resolução de um dado problema específico assim o acharmos conveniente. Em qualquer um destes métodos, puros ou mistos, em qualquer fase do processo, é ainda possível recorrer aos pontos de fuga das arestas do objeto para facilitar a sua representação perspética.

Lição nº34
Método dos raios visuais

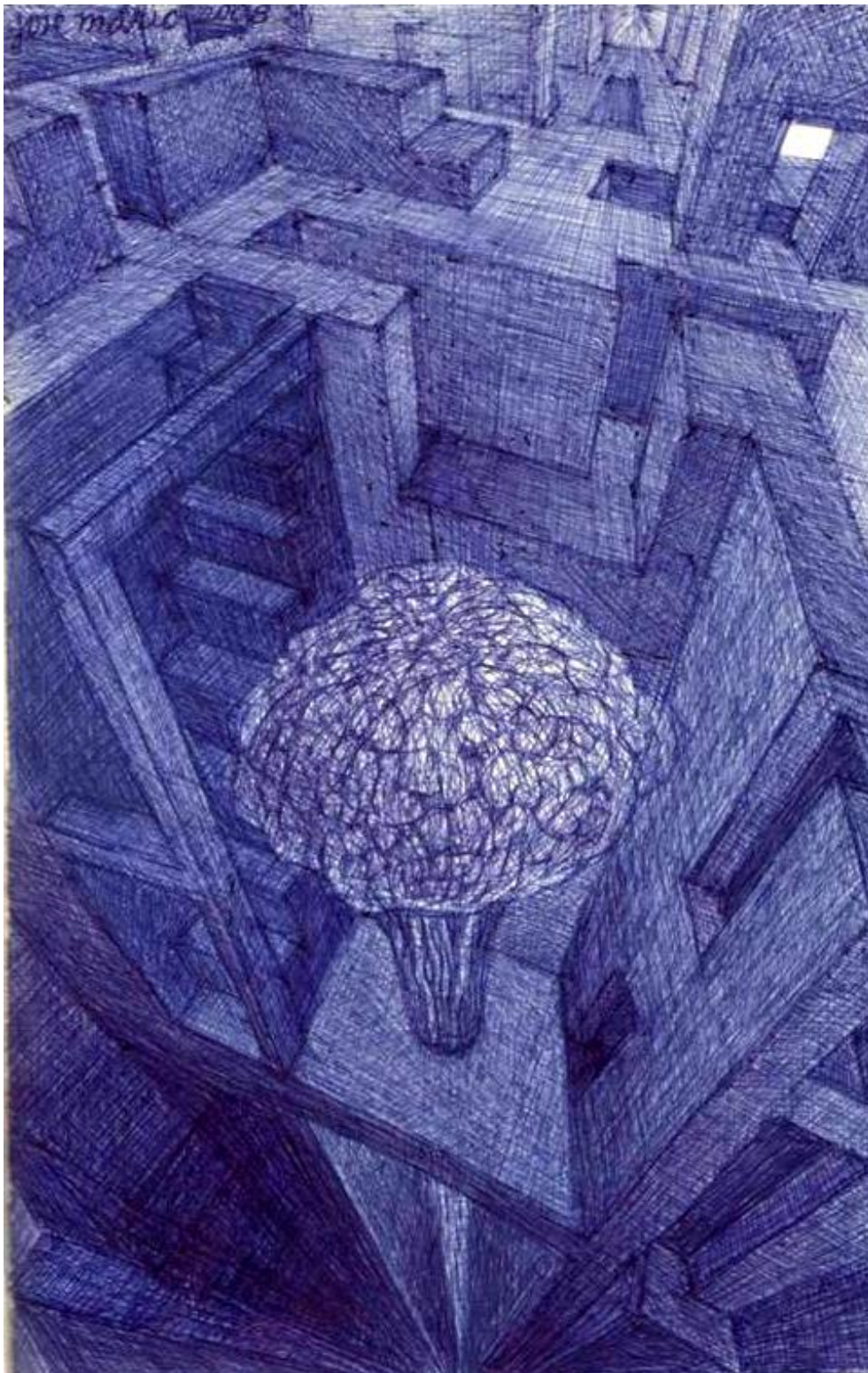


Figura 415: "abismo", 2006, José Mário.

34.1. Generalidades

Este método no fundo é nem mais nem menos que a “*Costruzione Legittima*” de Brunelleschi que a realiza a partir da planta e do alçado do objeto, após definir as relações de posição entre observador, o objeto e o quadro. O processo consistia em traçar os raios visuais que se dirigiam para o objeto, em projeção horizontal e em projeção vertical e determinar a sua intersecção com o plano do quadro, dando assim *legitimidade* à construção gráfica que pretendia criar num plano uma imagem que sugerisse uma realidade tridimensional.

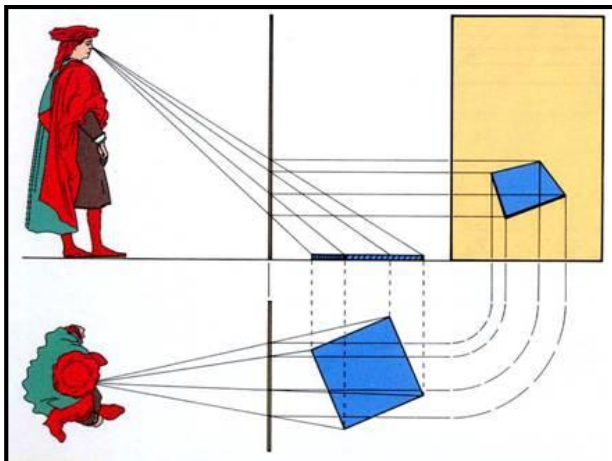


Figura 416: “Costruzione Legittima”. Figura extraída de « La perspective en jeu » de Philippe Comar⁵⁹.

O método dos raios visuais resume-se então à transformação direta de uma projeção cilíndrica, diédrica ou triédrica, numa projeção cónica linear tendo como retas projetantes os raios visuais que partem do observador ou ponto de vista⁶⁰.

Esta transformação resulta única e exclusivamente de uma mudança da posição do observador que passa de uma distância infinita para uma distância finita. Escolhida a posição do observador e a posição do quadro, inicia-se o processo de projeção da imagem do objeto no plano do quadro, bastando para tal traçar raios visuais que passam pelos pontos do objeto, e determinar a sua intersecção no quadro.

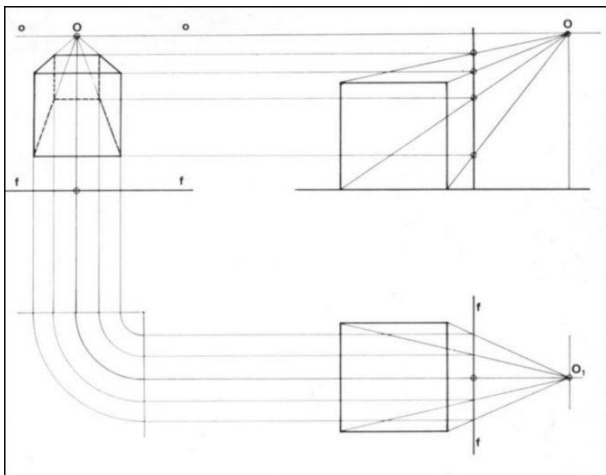


Figura 417: “Costruzione Legittima”⁶¹.

Este método é por norma rapidamente entendido pelos estudantes visto que, baseando-se numa lógica muito intuitiva, é facilmente “visualizável”. De facto, é um método simples, mas apresenta algumas contrariedades. É necessário traçar muitas linhas e algumas delas devem obedecer a uma regra de perpendicularidade, o que nem sempre acontece,

⁵⁹ <http://www.paris-lavillette.archi.fr/uel6tr/Perspective.htm>

⁶⁰ No caso da projeção cónica, o observador é mesmo um ponto.

⁶¹ Imagem retirada de <http://www.istitutomaserati.it/prospettiva/Storia/Brunelleschi.html>

derivando daí outros problemas relacionados com o rigor da construção. Isto faz com que este não seja um método muito fiável e aconselhável quando se trata de representar objetos mais complexos. Pelo facto de ser necessário traçar muitas linhas, pois a projeção vai sendo construída ponto a ponto, torna este método relativamente lento e por vezes até um pouco confuso. No meio de tanta linha pode acontecer o erro de interseção das linhas erradas. Por estas razões, aconselha-se aos estudantes a não utilizarem este método como primeira opção. Só mesmo em circunstâncias especiais, em que o objeto a ser representado se encontra por exemplo assente por exemplo num plano oblíquo é que se justifica a aplicação deste método. Resta acrescentar que, por outro lado, estes desenhos quando bem executados são muito interessantes, quer em termos de informação quer em termos puramente gráficos e estéticos.

34.2. Perspetivar um objeto

Neste método parte-se sempre de uma imagem de um objeto dada em dupla ou tripla projeção ortogonal. Para a resolução em si bastam duas projeções. Pode optar-se por qualquer um dos pares, projeção frontal e horizontal, projeção frontal e projeção lateral ou projeção lateral e projeção horizontal. Há várias configurações possíveis. Aos estudantes é dada a liberdade de optarem por qualquer uma das configurações que lhes foram apresentadas.

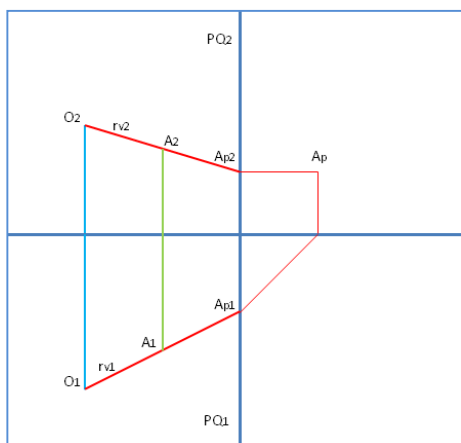


Figura 418: Nesta configuração, a construção é feita a partir das projeções horizontais e frontais do objeto e do observador. O plano do quadro está de perfil relativamente ao desenhador.

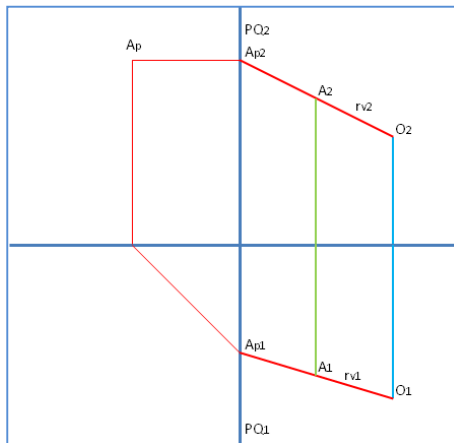


Figura 419: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e frontais do objeto e do observador. O plano do quadro está de perfil relativamente ao desenhador.

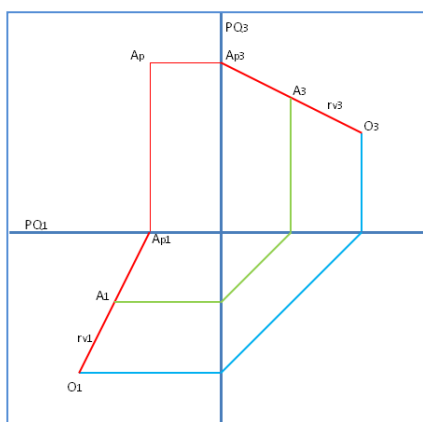


Figura 420: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e laterais do objeto e do observador. O plano do quadro está frontal relativamente ao desenhador.

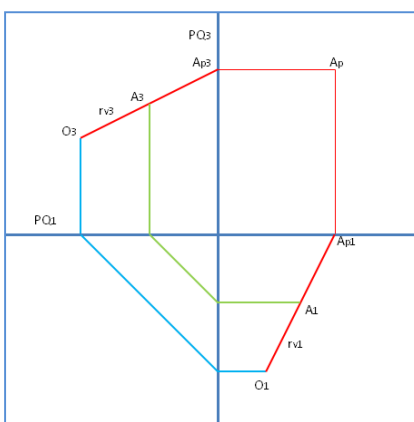


Figura 421: Nesta configuração, tal como na anterior, a construção é feita a partir das projeções horizontais e laterais do objeto e do observador. O plano do quadro está frontal relativamente ao desenhador.

34.3. Perspetiva cónica linear central pelo método dos raios visuais em planta e alçado lateral

Na prática, para aplicação do método dos raios visuais o mais comum é partir-se de duas projeções ortogonais do objeto a ser perspectivado: uma projeção horizontal e uma projeção lateral. O procedimento a aplicar é sempre o mesmo em qualquer caso, seja uma perspetiva central, oblíqua ou di-oblíqua. No exemplo dado optamos por uma perspetiva central.

1. No exemplo inicial que damos aos estudantes partimos de uma representação em tripla projeção ortogonal à qual retiramos a projeção frontal (figuras 422 e 423).

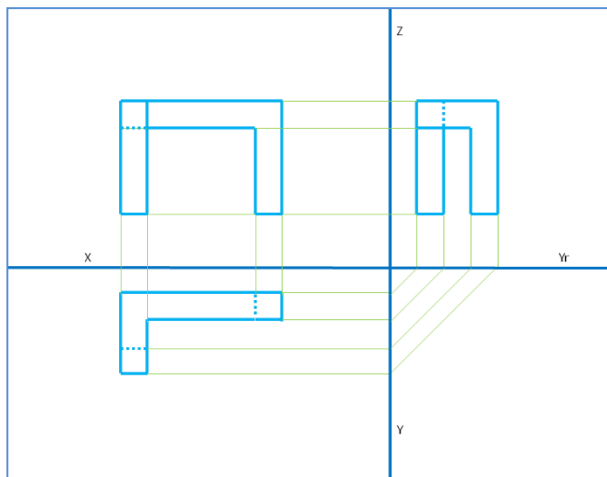


Figura 422: Objeto inicialmente representado em tripla projeção ortogonal.

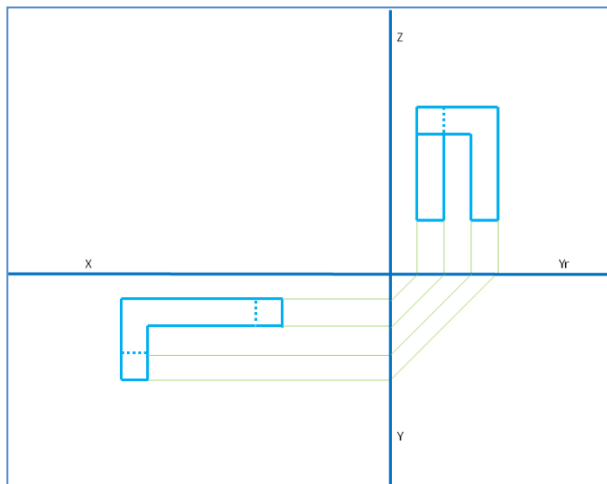


Figura 423: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.

2. A fase seguinte é representar o perspetógrafo, isto é, atribuir uma posição ao observador e ao plano do quadro. Neste caso decidimos aproveitar o plano frontal de projeção como plano do quadro⁶². Este facto implica que só na sua projeção cónica frontal é que a perspetiva do objeto se torna visível ao desenhador. O plano horizontal de projeção passa a ser o plano de terra. Como o objeto se encontra no 1º diedro, isto significa que, em termos de perspetiva linear, o objeto se encontra no espaço intermédio.

Traduzindo esta mudança em termos de desenho de perspetiva, a linha que correspondia ao eixo x passa a ser o plano do quadro visto de cima, a sua interseção com o plano de terra, ou, por outras palavras, a projeção horizontal do plano do quadro (PQ1)⁶³. Da

⁶² Não é de todo obrigatório que o plano do quadro da perspetiva coincida com o plano frontal de projeção do método triédrico.

⁶³ Essa linha também corresponde à linha de terra visto ser a interseção do plano do quadro com o plano de terra, mas neste método não é necessário referenciá-la visto não ter qualquer função.

interseção do plano do quadro com o plano lateral de projeção resulta a projeção lateral do plano do quadro, ou seja, o plano do quadro visto de lado (PQ3). Atribuímos uma altura ao observador, traçamos a linha do horizonte, e sobre essa linha marcamos a projeção lateral do observador (O3). Traçamos o plano vertical principal, e sobre essa linha marcamos a projeção horizontal do observador (O1). (O2) fica na interseção da linha do horizonte com o plano vertical principal. A distância de (O3) a (PQ3) é igual à distância de (O1) a (PQ1). Esta é a distância do observador ao plano do quadro.

3. Como sabemos, do observador partem raios visuais que passam por todos os pontos do objeto. Da interseção dos raios visuais com o plano do quadro resulta a perspectiva do objeto. A perspectiva do objeto torna-se visível para o observador, mas não ainda para o desenhador, ou seja, para qualquer um de nós que pretende fazer a representação do objeto. Este processo, em termos de desenho, implica cinco ações.

Primeira ação, pela projeção horizontal do observador (O1) traçamos a projeção horizontal de cada um dos raios visuais que passa por cada uma das projeções horizontais dos pontos, até intersectar a projeção horizontal do plano do quadro. Determinamos assim sobre a projeção horizontal do plano do quadro (PQ1) a projeção cônica do objeto vista de cima. Pela projeção lateral do observador (O3) traçamos a projeção lateral de cada um dos raios visuais que passa por cada uma das projeções laterais dos pontos, até intersectar a projeção lateral do plano do quadro. Determinamos assim sobre a projeção lateral do plano do quadro (PQ3) a projeção cônica do objeto vista de lado.

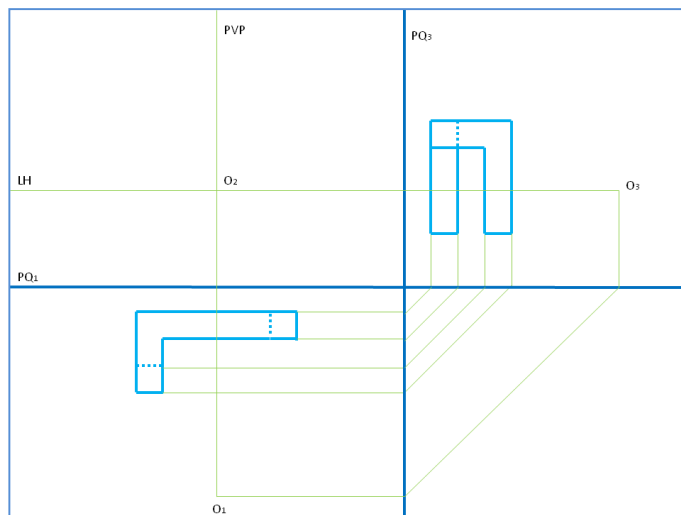


Figura 424: Colocação do plano do quadro e do observador relativamente ao objeto.

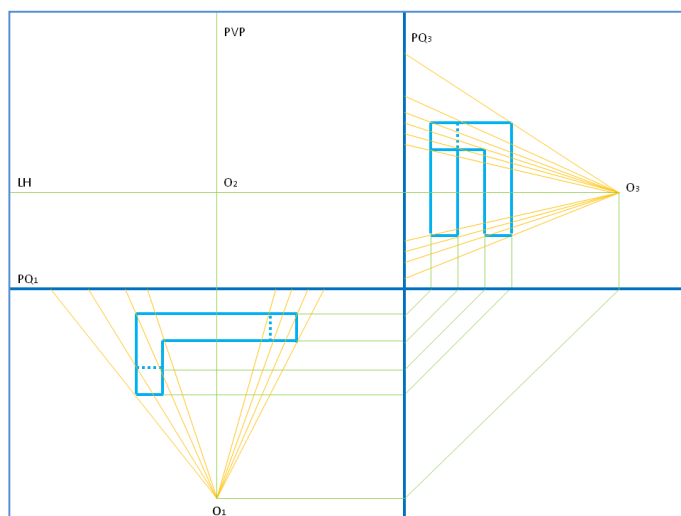


Figura 425: Traçado dos raios visuais em projeção horizontal e lateral.

Como qualquer estudante pode constatar nesta fase da resolução do exercício, nenhuma destas duas projeções cónicas lhe permite, enquanto desenhador, ter uma visão

tridimensional da morfologia do objeto, mas, seguindo com os procedimentos próprios deste método, a partir da conjugação das duas projeções já obtidas, cruzando a informação relativa às larguras e às alturas dos pontos, num jogo de coordenadas similar ao da procura de um ponto numa carta geográfica, é possível obter uma terceira projeção frontal, aquela que lhe permite ter a visão que o observador tem do objeto.

4. Para obtermos a projeção cónica frontal dos pontos do objeto, aquela que proporciona uma visão tridimensional ao desenhador, passamos à segunda ação:

- a partir das suas projeções cónicas horizontais traçamos as linhas das larguras perpendiculares à projeção horizontal do plano do quadro (PQ₁), e a partir das projeções cónicas laterais, traçamos as linhas das alturas perpendiculares à projeção lateral do plano do quadro (PQ₃).

5. Após esta operação passamos à terceira ação: determinar o ponto de interseção da linha da largura com a linha da altura de cada um dos pontos do objeto.

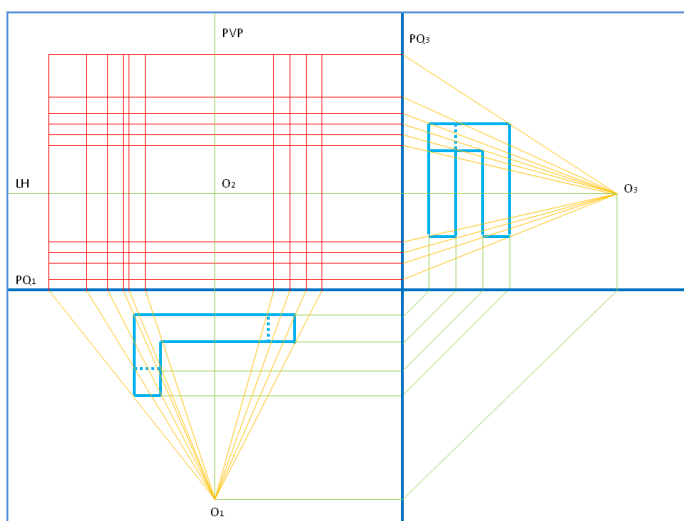


Figura 426: Traçado das perpendiculares relativas às duas coordenadas largura e altura.

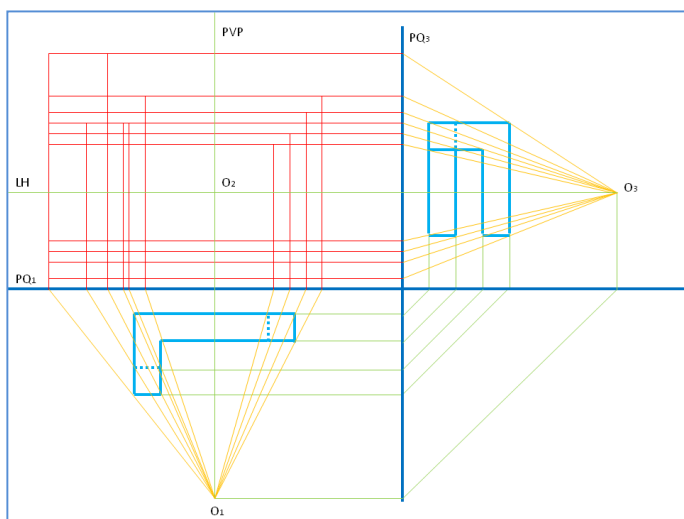


Figura 427: Determinação dos pontos de interseção das linhas das larguras com as linhas das alturas.

6. A quarta ação resume-se a unir convenientemente todos os pontos de intersecção, obtendo assim a perspectiva do objeto. Só agora é que a perspectiva do objeto se torna visível ao desenhador.

7. Por último, caso o desenho seja passado a limpo sobre papel de engenharia, representa-se o objeto em perspectiva (projeção cônica) sem os traçados auxiliares que levaram à sua realização, e, se assim o entendermos, podemos manter a dupla projeção ortogonal, (projeção cilíndrica).

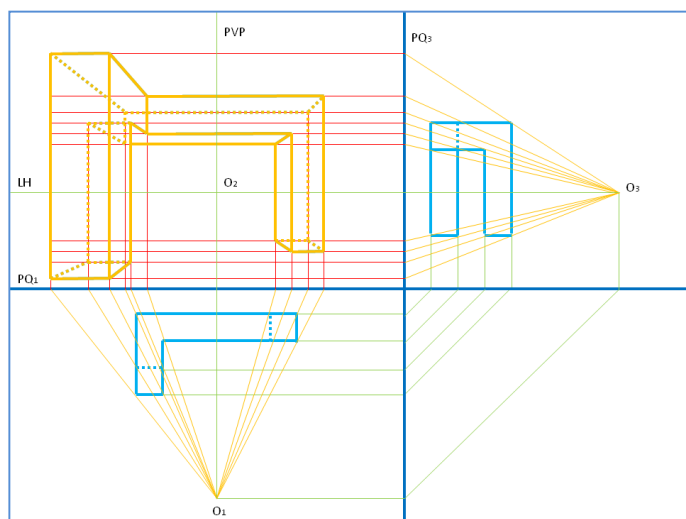


Figura 428: o objeto que surge como resultado da interseção das linhas das larguras e das alturas.

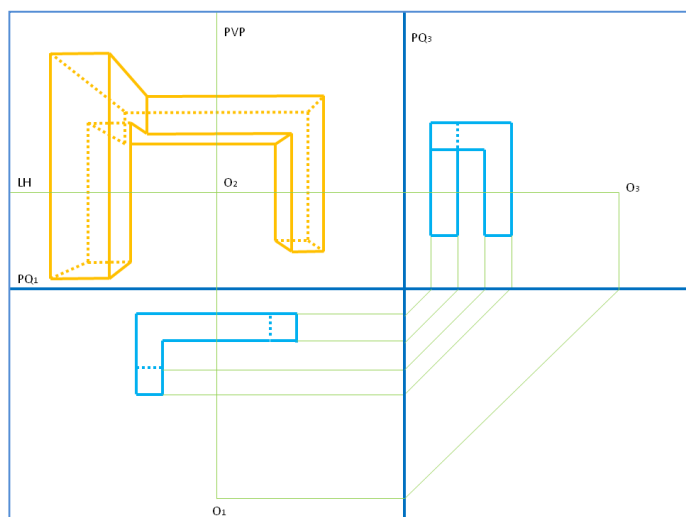


Figura 429: Na representação final, para uma leitura e compreensão mais eficaz retiram-se todas as linhas que possam causar algum ruído.

Deve evitar-se qualquer combinação de projeções ortogonais que contenha a projeção frontal ortogonal do objeto. Deste modo evitam-se coincidências ou sobreposições indesejáveis com a representação em perspectiva cônica linear, pois ambos os traçados, vão ocupar a mesma área do desenho, tal como se pretende ilustrar na figura 430.

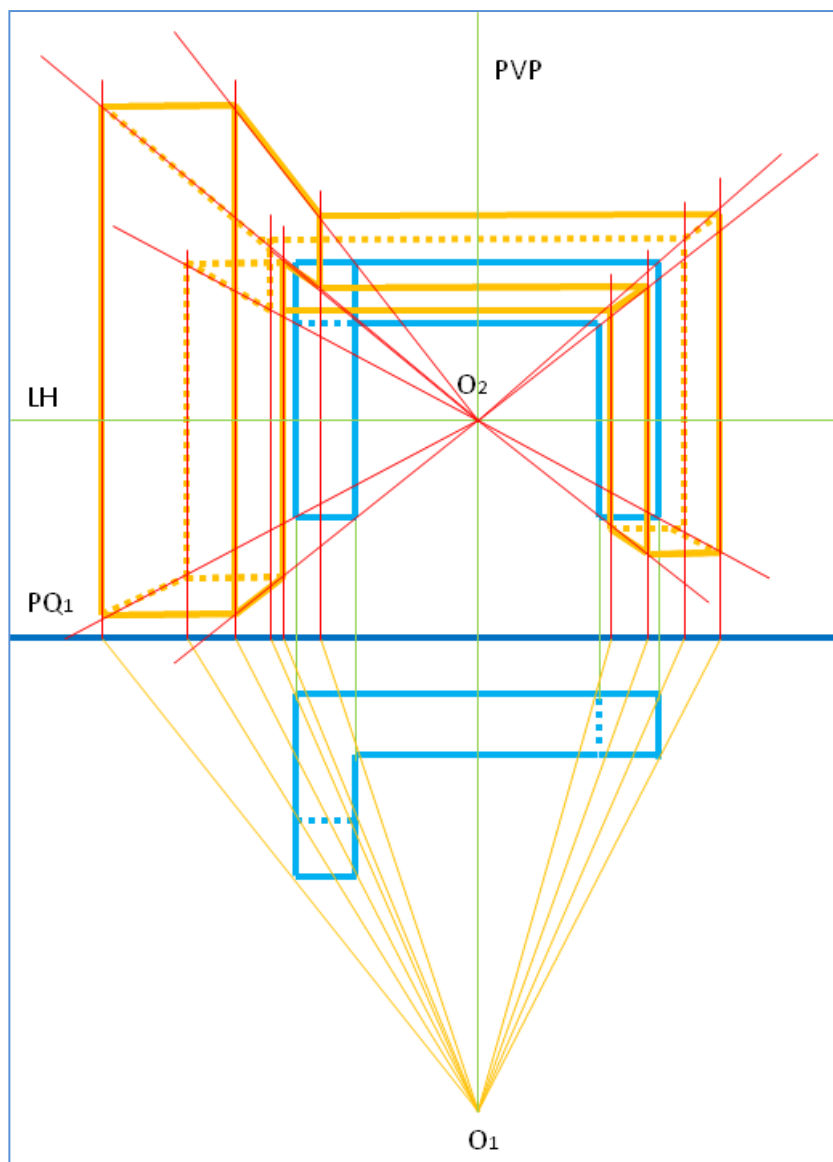


Figura 430: Apesar de mais direta, a opção por uma combinação de projeções na qual se inclua a projeção frontal torna o desenho mais confuso.

34.4. O método dos raios visuais em planta

É exatamente para evitar quaisquer coincidências ou sobreposições de traçados que se aplica este método recorrendo unicamente à projeção horizontal do objeto e a uma escala de alturas.

34.5. Escala de alturas

Quando explicamos aos estudantes o método dos raios visuais em planta temos que obrigatoriamente abordar a questão da escala de alturas. Como veremos posteriormente, a aplicação de uma escala de alturas será necessária no método das três coordenadas e no método dos pontos de fuga.

A escala de alturas é um procedimento que permite superar a dificuldade em obter uma determinada altura que se encontre a uma determinada profundidade. Sabendo que o quadro é plano onde se representa a perspectiva, então, todo o ponto que pertencer ao quadro já está perspectivado. Portanto, se um segmento de reta pertencer ao quadro, está coincidente com a sua perspectiva, o que implica que esteja em verdadeira grandeza.

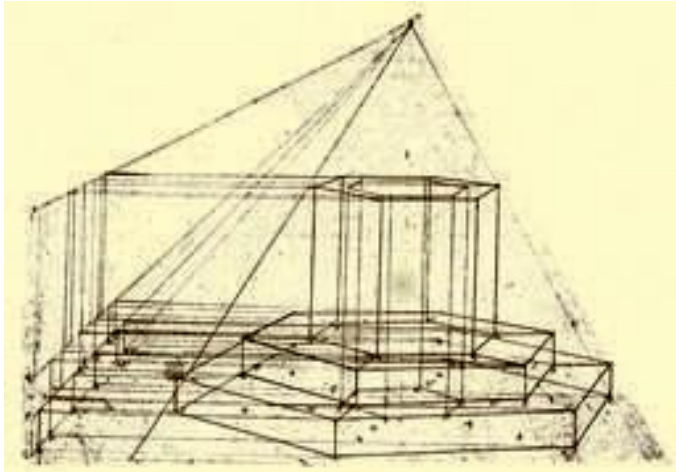


Figura 431: *Prospettiva di pozzo dal de Prospettiva Pingendi di Piero della Francesca.* ⁶⁴

Este procedimento inicia-se traçando no plano do quadro, em verdadeira grandeza portanto, um segmento de reta na vertical, ao qual chamamos régua da escala de alturas, e um dos seus extremos, de cota zero, situa-se obrigatoriamente na linha de terra. Sobre a régua da escala de alturas marcamos as medidas com as alturas que pretendemos determinar a uma certa profundidade. Unindo os pontos da régua ao ponto de fuga da escala de alturas, que pode ser qualquer ponto da linha do horizonte, obtemos as retas horizontais das alturas pretendidas até ao infinito. Quaisquer pontos situados sobre a mesma reta horizontal independentemente das suas profundidades estão à mesma altura.

Na figura 431 o desenho de Piero della Francesca revela o seu conhecimento da aplicação de uma escala de alturas auxiliar.

No exemplo que escolhemos na aula para introduzir este assunto aos estudantes, optamos por duas alturas, uma acima e outra abaixo da linha do horizonte. Deste modo, sobre a régua da escala de alturas temos três pontos, um de cota zero, e, por exemplo, outro de cota dois e outro de cota cinco.

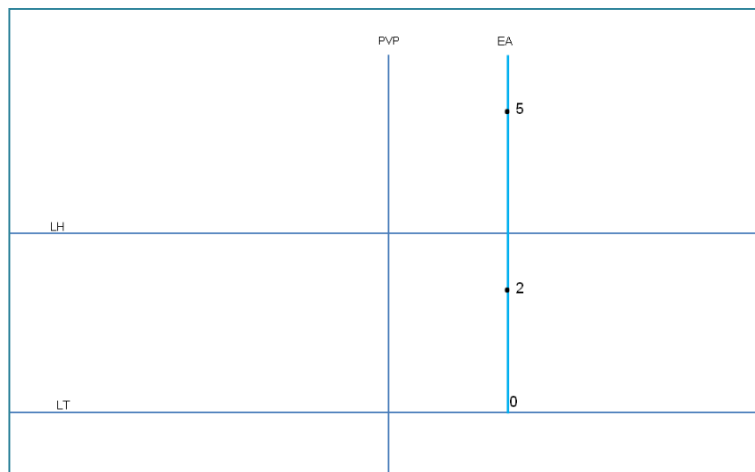


Figura 432: *Traçado do perspetógrafo e da régua da escala de alturas.*

Unindo estes três pontos a um ponto de fuga qualquer sobre a linha do horizonte, obtêm-se três retas horizontais, h_0 , h_2 e h_5 , paralelas entre si, pertencentes a um mesmo plano perpendicular ao plano de terra. Retas horizontais paralelas entre si, e contidas no mesmo plano perpendicular ao plano de terra, mantêm até ao infinito a distância vertical que as separa.

⁶⁴ http://online.scuola.zanichelli.it/sammaronedisegno/files/2010/03/Zanichelli_Sammarone_Scienza_Prospettica.pdf

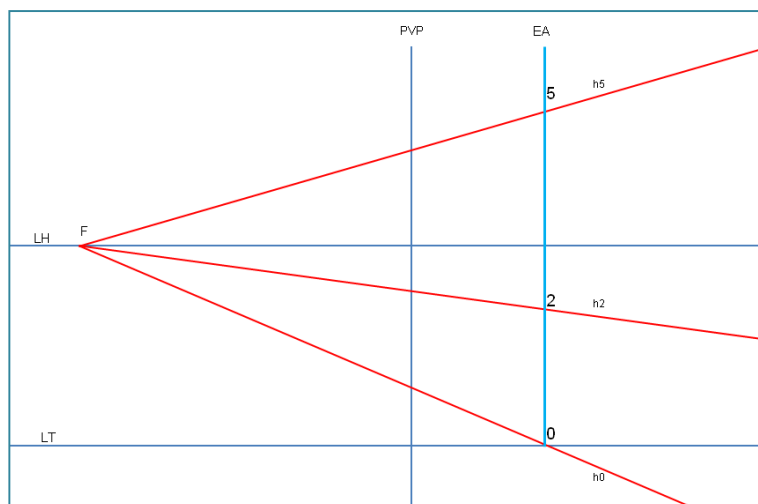


Figura 433: Traçado das três retas horizontais contidas no mesmo plano perpendicular ao plano horizontal.

Qualquer segmento de reta vertical traçado entre essas duas retas de nível, seja a que profundidade for, tem sempre a mesma dimensão, a mesma altura, apesar de ser visto cada vez mais pequeno conforme se vai afastando.

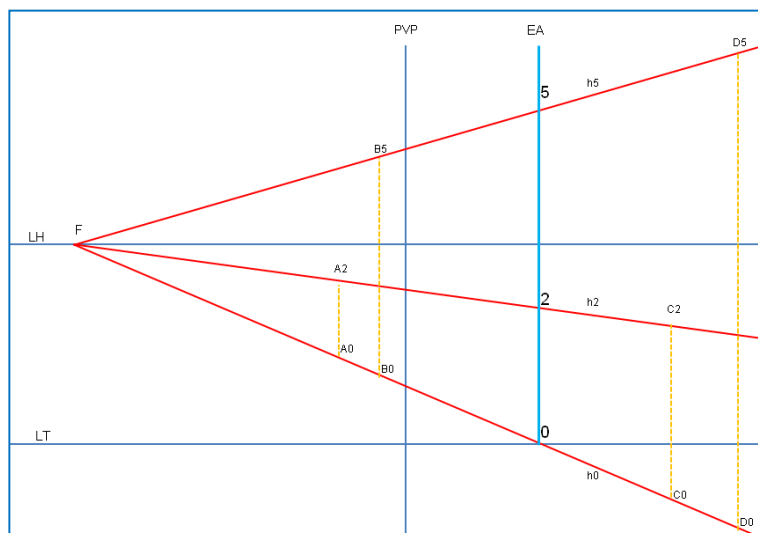


Figura 434: Representação de pontos contidos nas retas horizontais à cota pretendida.

Resumindo: para uma aplicação geral, representa-se uma semirreta vertical com origem na linha de terra, e sobre essa semirreta marcam-se tantos pontos quantas as alturas que se pretendem calcular, e fazem-se passar por todos esses pontos retas de nível que se encontrem num único ponto de fuga sobre a linha do horizonte.

Recorrendo a algumas exemplificações extra, pode-se facilmente explicar aos estudantes, que por este processo é possível representar qualquer ponto a qualquer altura a qualquer profundidade.

Como se pode constatar, os pontos cuja projeção horizontal pertença à linha horizontal de cota zero da escala de alturas, podem ser levantados diretamente para a sua cota, caso dos pontos A e B no espaço real; C e D no espaço intermédio. Mas pode-se, a partir dessa mesma escala de alturas, levantar quaisquer outros pontos indiretamente como é o caso de E, G, J e K.

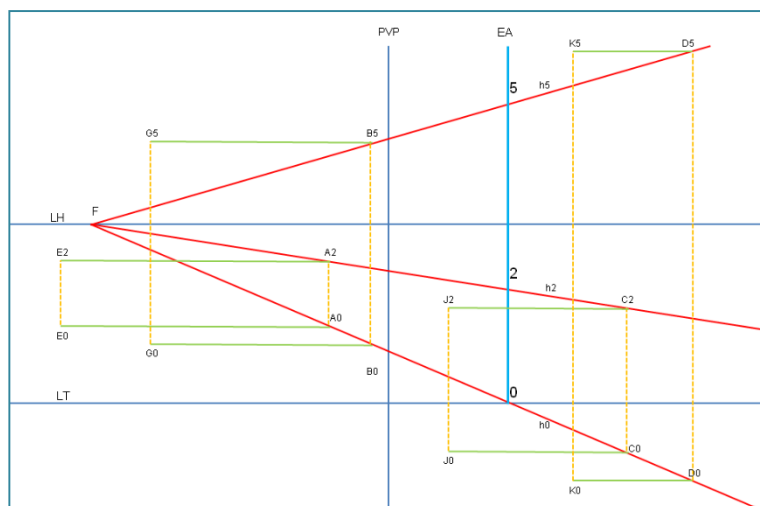


Figura 435: Representação de pontos com dois e cinco de altura, exteriores ao plano vertical que contém a escala de alturas.

Este método é normalmente aplicado quando pretendemos realizar uma perspectiva linear central, mas também pode ser utilizado exceccionalmente na realização de uma perspectiva linear oblíqua quando não é possível recorrer a um dos pontos de fuga visto este se encontrar fora dos limites da folha de desenho.

34.6. Perspetiva cónica linear central pelo método dos raios visuais em planta

Na exemplificação que se segue pretendemos mostrar aos estudantes como resolver um exercício de perspetiva cónica central, isto é, com um só ponto de fuga, e para variar o objeto encontra-se no espaço real.

É dado um objeto em dupla projeção ortogonal (figura 436).

1. São dadas as altura e a distância do observador ao plano do quadro. Representa-se o plano vertical principal, a linha de terra e a linha do horizonte (figura 437).

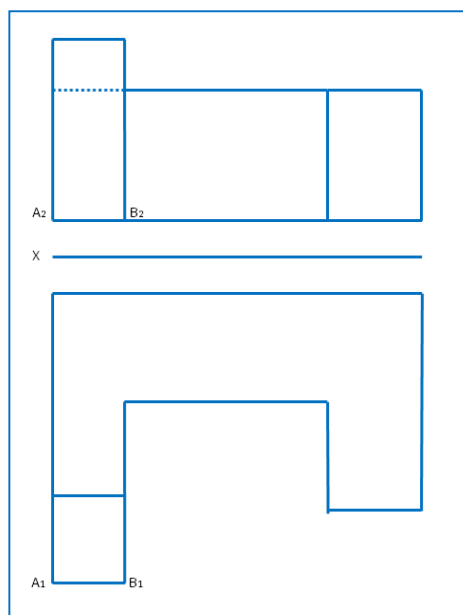


Figura 436: Objeto representado em dupla projeção ortogonal.

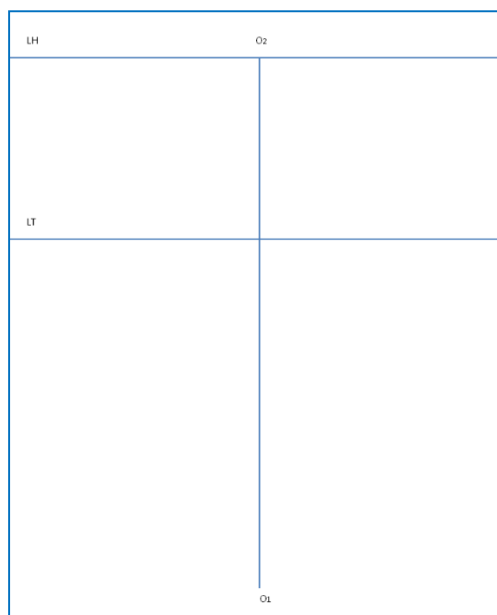


Figura 437: Representação do perspetógrafo.

2. Coloca-se a planta na posição desejada, e representa-se a sua projeção frontal. Sendo a planta uma figura plana de cota zero, a sua projeção frontal coincide com a linha de terra.

As projeções horizontais estão assinaladas com o algarismo 1 e as projeções frontais estão assinaladas com o algarismo 2 (figura 438).

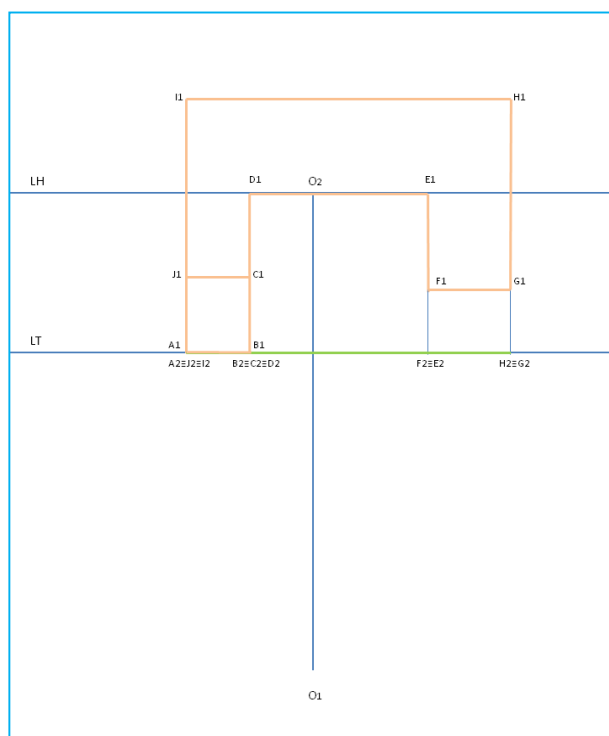


Figura 438: Representação da planta do objeto e respectiva projeção frontal segundo um dado enunciado.

3. Traçam-se as projeções frontais dos raios visuais que passam pelas projeções frontais dos pontos. Estas projeções informam quanto à perspectiva da abcissa dos pontos. As projeções frontais dos raios visuais são representadas sobre o plano frontal de projeção que coincide com o próprio plano do quadro. Daqui resulta que estas projeções são coincidentes com as suas próprias perspectivas. Isto implica que as perspectivas dos pontos virão graficamente a situar-se sobre as projeções frontais dos raios visuais (figura 439).

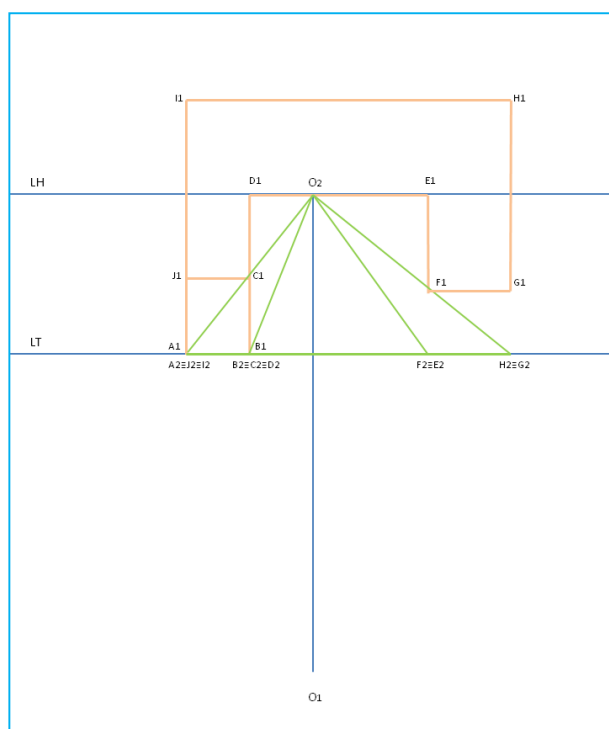


Figura 439. Traçado da projeção frontal dos raios respectiva projeção frontal segundo um dado visuais.

5. Recorrendo a uma escala de alturas “ergue-se” o objeto a partir da sua planta perspectivada, isto é, constrói-se a sua estrutura linear tridimensional. Este objeto tem duas alturas, mas basta determinar uma altura pelo facto da outra ser igual à altura do observador. Todas as arestas horizontais situadas à altura do observador projetam-se sobre a linha do horizonte. Neste desenho já eliminamos todas as linhas que se tornaram desnecessária para um melhor entendimento por parte dos estudantes (figura 441).

289

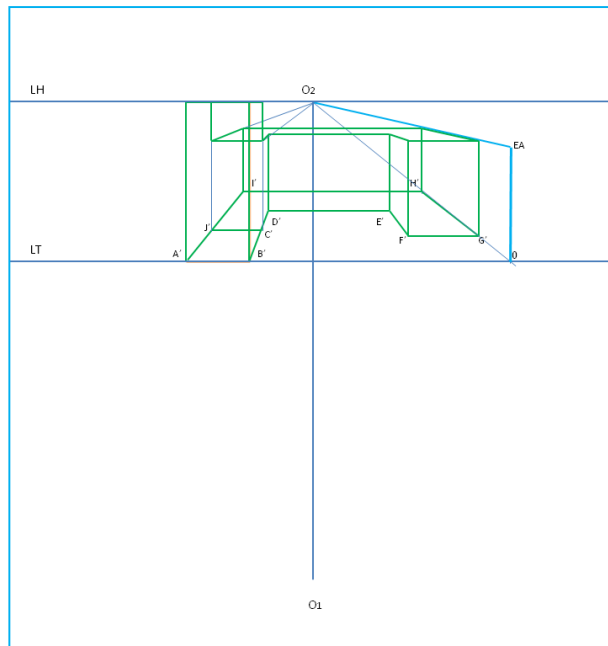


Figura 441. Aplicação de uma escala de alturas para construir a estrutura tridimensional do objeto.

6. Finalmente, definem-se as arestas visíveis e as arestas invisíveis e, neste caso, decidiu-se eliminar todas as notações para tornar o desenho mais depurado (figura 442).

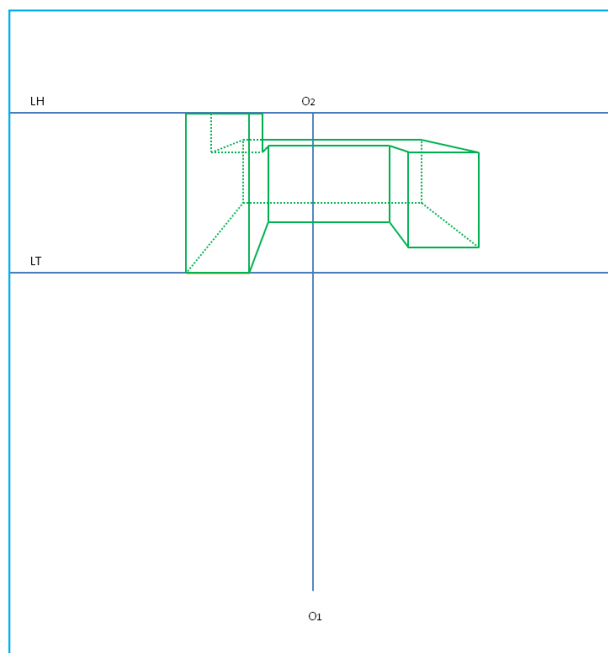


Figura 442: Desenho final com definição das arestas visíveis e invisíveis.

Lição nº35

O método das três coordenadas ou método geral

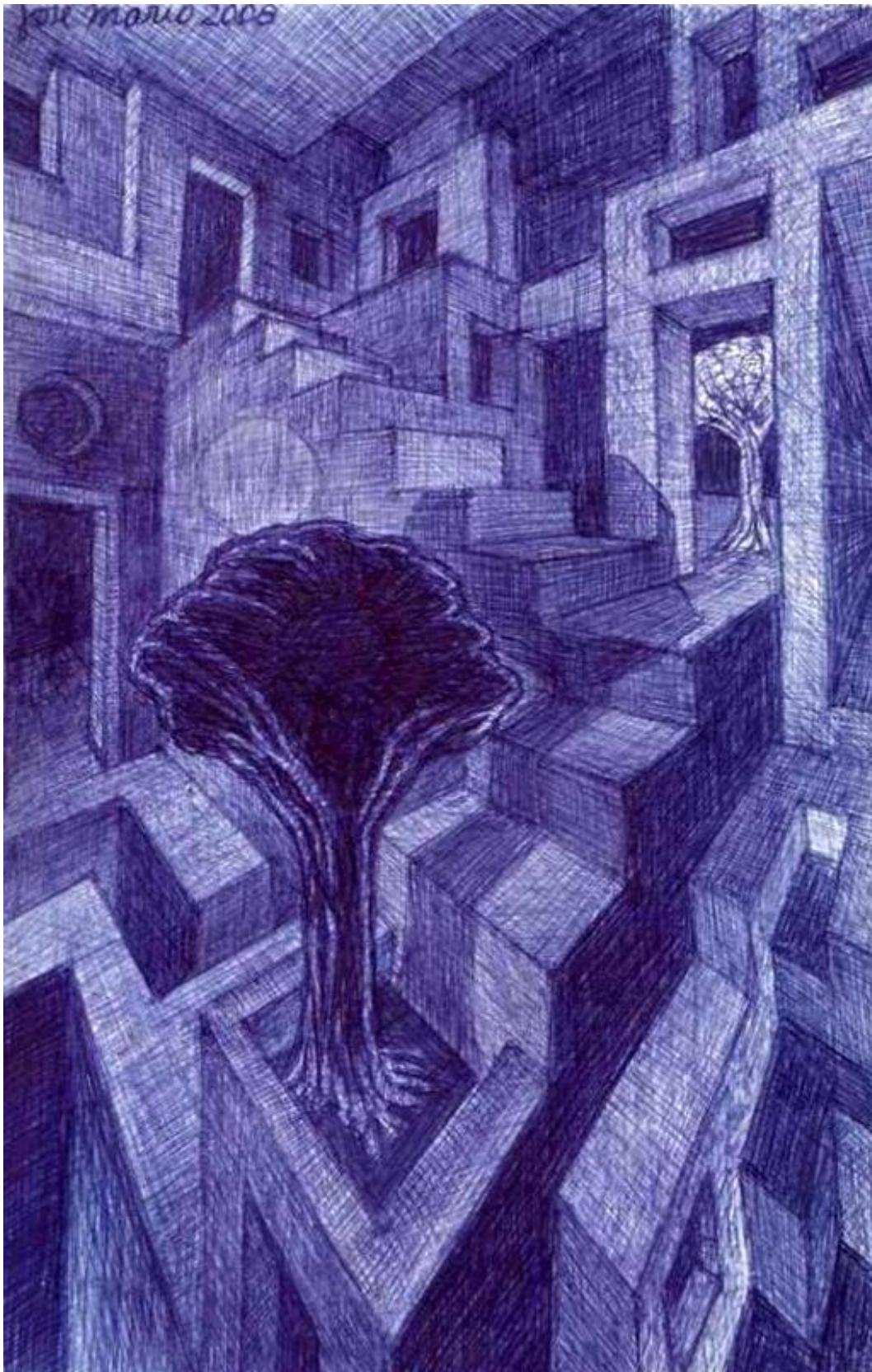


Figura 443: "le jardin lunaire", 2008, José Mário.

35.1. Generalidades

O método das três coordenadas, tal como o nome sugere, baseia-se numa lógica bastante simples: perspetiva-se um ponto, perspetivando as retas que definem as suas coordenadas. As retas que definem as larguras dos pontos, ao serem perspetivadas dirigem-se para o ponto principal e as retas que definem as profundidades, ao serem perspetivadas dirigem-se para os pontos de distância. Na intersecção das retas perspetivadas encontra-se o ponto perspetivado.

Este método, que tem a particularidade de utilizar os pontos de distância foi criado Jean le Pelerin no seu livro "*De Artificiali Perspectiva*" e mais tarde desenvolvido e descrito por Vignola no seu tratado "*Le Due Regole della prospettiva Pratica*".

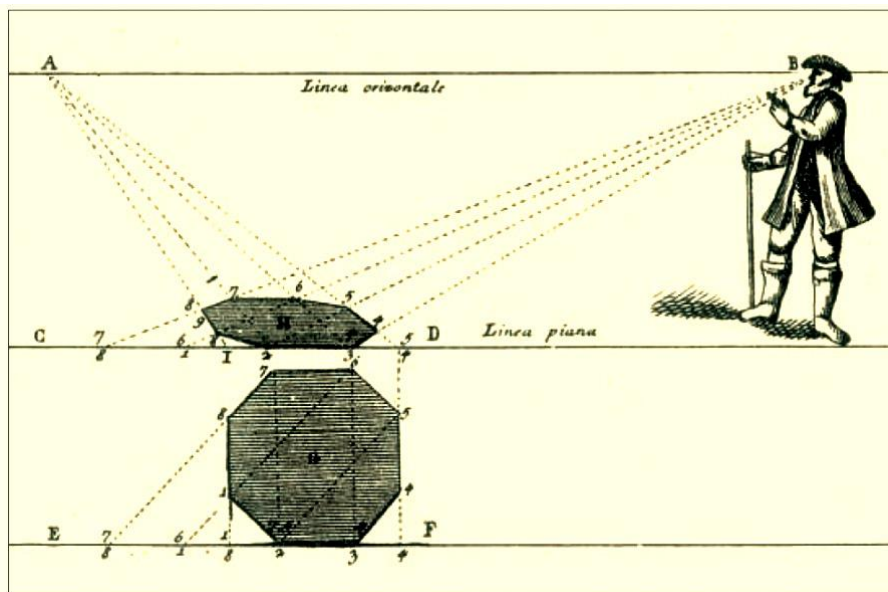


Figura 444: Perspetiva de um octógono realizada com I Punti Distanza.⁶⁶

Sendo um método que pode ser aplicado a qualquer ponto, é por isso mesmo também chamado de método geral. Os dados destes exercícios referem-se sempre ao observador e ao objeto a ser perspetivado. Quanto ao observador temos sempre que conhecer a sua altura e a distância ao plano do quadro. Quanto ao objeto temos que conhecer a posição quanto ao espaço e quanto ao plano do quadro, o que é essencialmente definido pela sua projeção horizontal.

35.2. Aplicação geral. Perspetivar um ponto

Na aula em que se inicia a explicação do processo de aplicação, é sempre conveniente mostrar aos estudantes, tal como o já fizemos anteriormente, uma visão tridimensional do perspetógrafo simplificado para que melhor compreendam o processo operativo (figura 429).

Para a execução de uma perspetiva por este método basta representar o perspetógrafo na sua forma simplificada:

- Linha de terra (LT);
- Linha do horizonte (LH);
- Ponto principal (PP);
- Pontos de distância (DE / DD).

⁶⁶ Imagem retirada de "*La scienza prospettica dal '400 al '500*"
http://online.scuola.zanichelli.it/sammaronedisegno/files/2010/03/Zanichelli_Sammarone_Scienza_Prospettica.pdf

No exemplo mais básico e introdutório que damos aos nossos estudantes, o objeto é simplesmente um ponto, pois quem compreender como se perspectiva um ponto, será teoricamente capaz de perspectivar o mais complexo dos objetos.

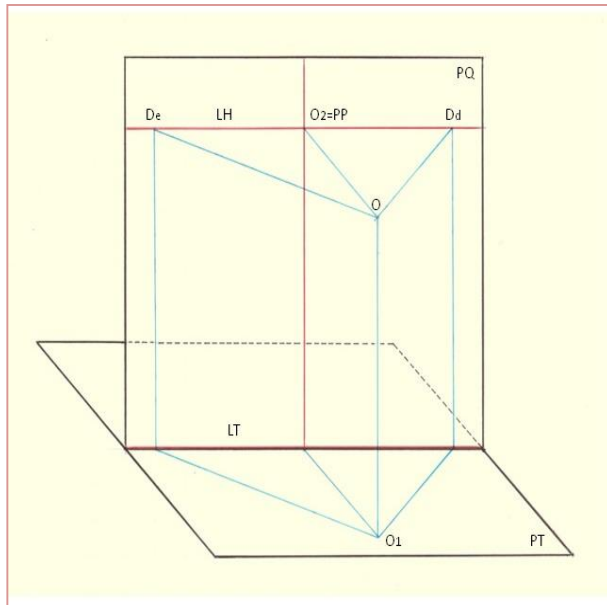


Figura 445: Visão panorâmica do perspetógrafo.

É dada a posição do observador com uma determinada altura, que no desenho se expressa pela distância entre a linha de terra (LT) e a linha do horizonte (LH). É também dada a distância a que este se encontra do plano do quadro que no desenho é assinalada pela distância entre o ponto principal (P) e os pontos de distância (DE) e (DD).

Temos verificado que para a maioria dos estudantes esta transposição de dados é normalmente de fácil execução após o entendimento de um esquema de características panorâmicas de todo o ambiente do perspetógrafo anteriormente estudado.

É dado um qualquer ponto a pelas suas três coordenadas: largura, profundidade e altura. No desenho deve ser unicamente representada a sua projeção horizontal (A_1), tal e qual como acontece no método cotado.

1. O processo propriamente dito de perspetivação inicia-se com a representação da projeção horizontal de uma reta (t_1) perpendicular ao plano do quadro que passa pela projeção horizontal do ponto (A_1). Logicamente esta reta tem a particularidade de ter a mesma largura do ponto A. Determina-se o seu ponto de nascença ($N t_1$) e une-se ao ponto principal (P) que é o seu ponto de fuga. Obtemos assim a reta perspetivada (t_1p). Deste modo temos perspetivada a largura do ponto A, ou seja, sabemos que algures sobre (t_1p) se encontra o ponto a perspetivado.

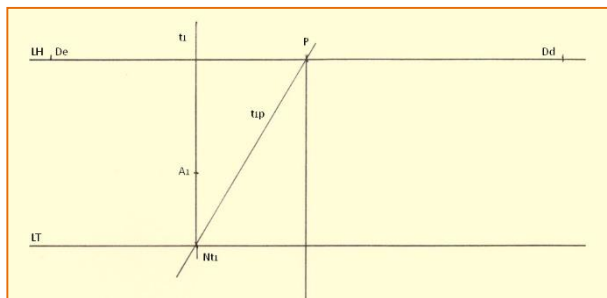


Figura 446: Traçado da projeção horizontal da reta t perpendicular ao plano do quadro e da sua perspetiva.

2. Traçamos a projeção horizontal de uma reta horizontal (h_1) a 45° com o plano do quadro (abertura à direita no espaço real) com o plano do quadro por (A_1), determinamos o seu

ponto de nascerça (Nh1) e unimos ao seu ponto de fuga DD. Obtemos assim a perspectiva da reta h. Deste modo temos perspectivada a profundidade do ponto A.

Na interseção da perspectiva da projeção horizontal da reta perpendicular ao plano do quadro, que define a abscissa do ponto, com a perspectiva da projeção horizontal da reta de nível a 45° com o plano do quadro que define o afastamento do ponto, encontra-se a perspectiva da projeção horizontal do ponto.

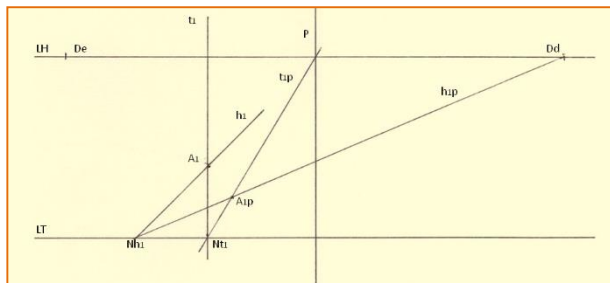


Figura 447: Traçado da projeção horizontal da reta horizontal a 45° e da sua perspectiva.

3. Na continuação da resolução do exercício, para representar finalmente o ponto à sua altura, usa-se uma escala de alturas. Nestes exercícios a escala de alturas é invariavelmente colocada sobre o ponto de nascerça da reta das abscissas ou o ponto de nascerça da reta das profundidades. No primeiro caso o ponto de fuga das retas das alturas é o ponto principal, no segundo caso é o ponto de distância.

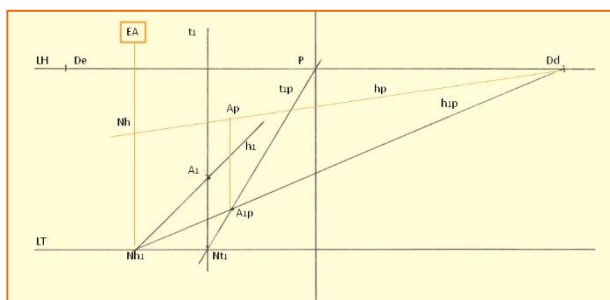


Figura 448: Representação do ponto A à sua respetiva altura recorrendo a uma escala de alturas.

35.3. Perspetivar um objeto

Para exemplificar o processo de perspetivação de um objeto pelo método geral, recorreremos a um objeto simples. A intenção é, neste primeiro caso, o de pôr os estudantes a aplicar os conhecimentos obtidos com a realização da perspectiva de um ponto, pois tal como já o afirmamos, quem compreender o processo de como se perspetiva um ponto, está em princípio habilitado a compreender como se deve perspetivar um objeto.

Para este método temos dois exemplos. O primeiro exemplo é o de uma perspectiva linear central, em que a figura é colocada de modo a ter um só ponto de fuga. O segundo exemplo é o de uma perspectiva linear oblíqua em que a figura é colocada de modo a ter dois pontos de fuga.

Apesar de explicarmos aos estudantes estes dois exemplos, até porque pode haver circunstâncias muito específicas em que seja necessário dominar todos os conhecimentos envolvidos neste assunto, de facto, na prática, o mais comum, e salvo raras exceções, só se costuma utilizar este método para a realização de uma perspectiva linear central.

35.4. Perspetiva cónica linear central pelo método geral

Nestes exercícios é dado o perspetógrafo e é dada imagem do objeto num dos métodos de representação de projeção ortogonal por vistas, que pode ser por exemplo em dupla ou tripla projeção ortogonal. O perspetógrafo fornece os dados relativos à altura do observador e à sua distância relativamente ao plano do quadro.

Os dados relativos ao objeto devem começar por especificar se este se encontra no espaço real ou no espaço intermédio. Não realizamos desenhos no espaço virtual. Após especificarem em que espaço se encontra o objeto devem referir-se à sua posição relativamente ao plano de terra. É necessário indicar se o objeto está ou não está assente no plano de terra, e caso não esteja é preciso dar a conhecer a que altura se encontra a sua base. Para finalizar é fundamental relacionar alguns dos seus elementos, faces, arestas e pontos com o plano do quadro e com o plano vertical principal. No caso do exemplo aqui dado, e para que daqui resulte uma perspetiva central, com um ponto de fuga, colocamos a aresta [AB] coincidente com a linha de terra, isto é, pertence ao plano do quadro. Também se deve acrescentar a que distância se encontra do plano vertical principal o ponto A ou no ponto B. Como neste método se começa por representar uma vista de cima ou projeção horizontal do objeto, e a partir desta se desenvolve todo o processo que permite obter uma perspetiva linear do objeto, é fundamental que a posição desta vista fique completamente definida.

No exemplo que damos inicialmente o objeto deve encontrar-se no espaço real visto ser essa a situação que pode ser experimentada de facto. O objeto é de morfologia simplificada. É dado um objeto em dupla projeção ortogonal (figura 449).

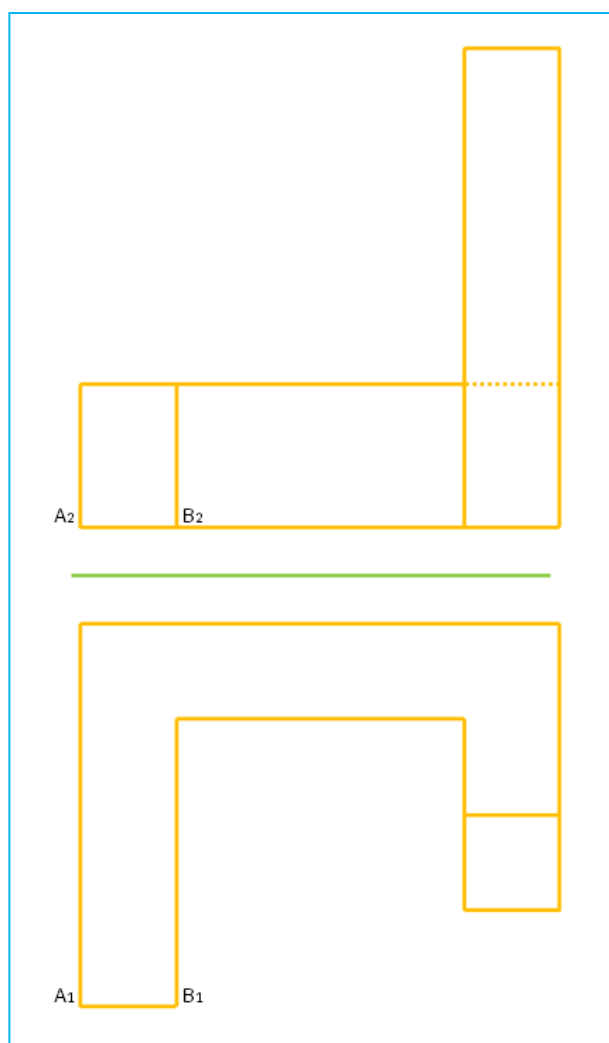


Figura 449: Representação de um objeto em dupla projeção ortogonal.

1. A resolução do exercício começa com a colocação dos dados do perspetógrafo, isto é, com a colocação dos dados relativos ao observador ou ponto de vista. A sua altura representa-se pela distância entre a linha de terra e a linha do horizonte (figura 450).

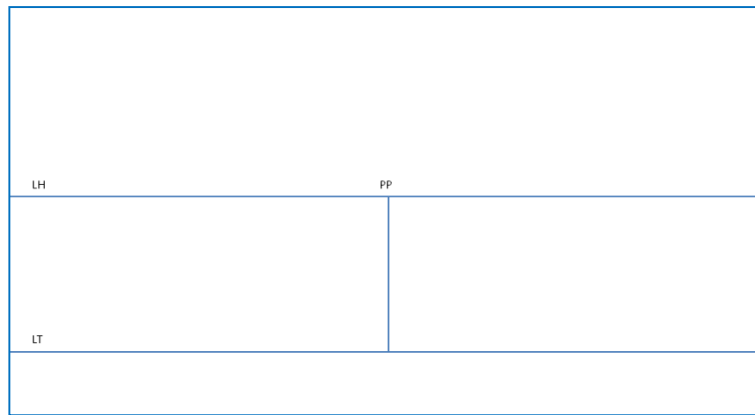


Figura 450: Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador.

2. A distância a que o observador se encontra relativamente ao plano do quadro é representada pela distância a que os pontos de distância se colocam relativamente ao ponto principal. Após a representação do observador, representa-se a projeção horizontal do objeto [ABCDEFGHIJ] na posição dada (figura 451).

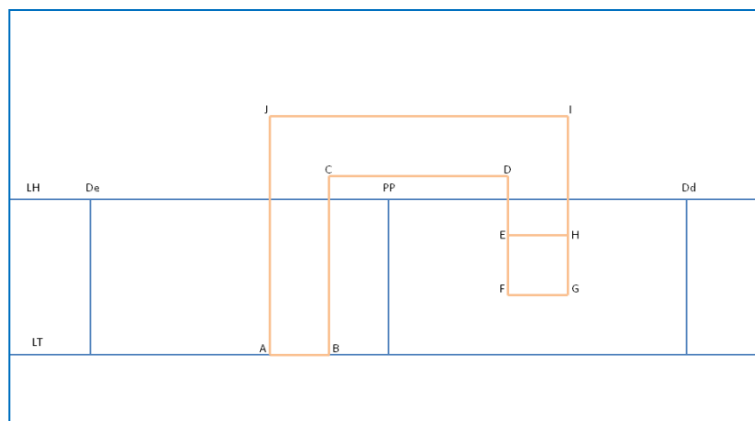


Figura 451: Marcação dos pontos de distância que definem a distância do observador ao plano do quadro, e representação da planta do objeto.

3. O processo de perspetivação propriamente dito inicia-se com o traçado das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro (a,b,k,m) que passam pelas projeções horizontais dos pontos do objeto, as quais, atendendo à posição particular do objeto, contêm as próprias arestas (figura 452).

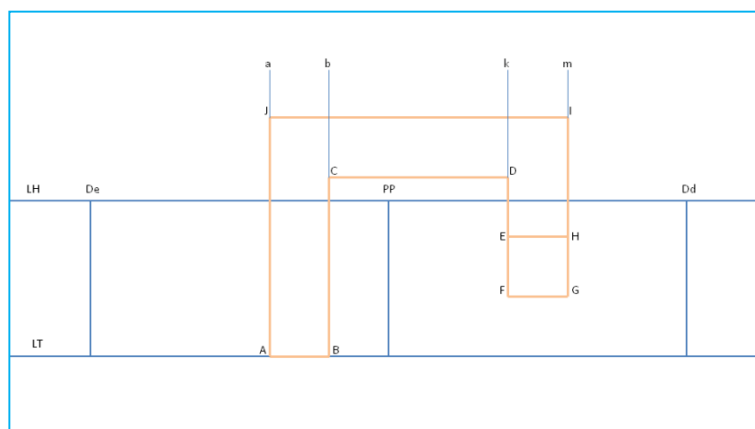


Figura 452: Traçado das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro.

4. Representam-se as perspectivas destas retas que têm como ponto de fuga o ponto principal. Deste modo ficam assim já calculadas as larguras dos pontos em perspectiva, (figura 453).

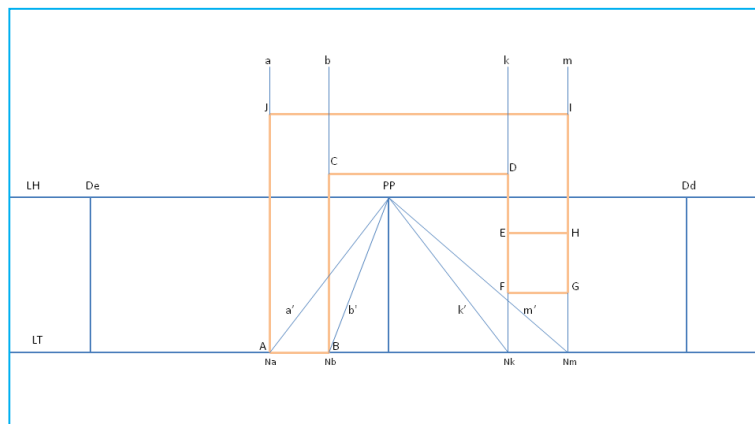


Figura 453: Traçado das perspectivas das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro.

5. O passo seguinte consiste em traçar projeções horizontais das retas de nível a 45° que passem pelas projeções horizontais pontos (figura 454).

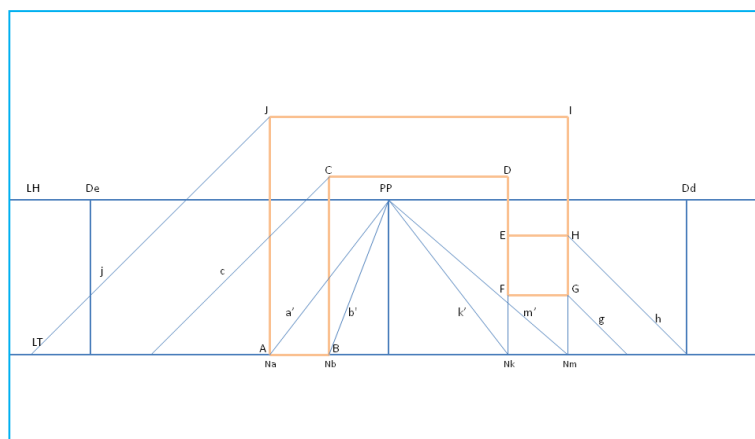


Figura 454: Traçado das projeções horizontais das retas horizontais a 45° com o plano do quadro.

6. Representam-se as suas perspectivas, cujos pontos de fuga, como já foi estudado, são os pontos de distância. São estas retas que vão definir as profundidades dos pontos da planta (figura 455).

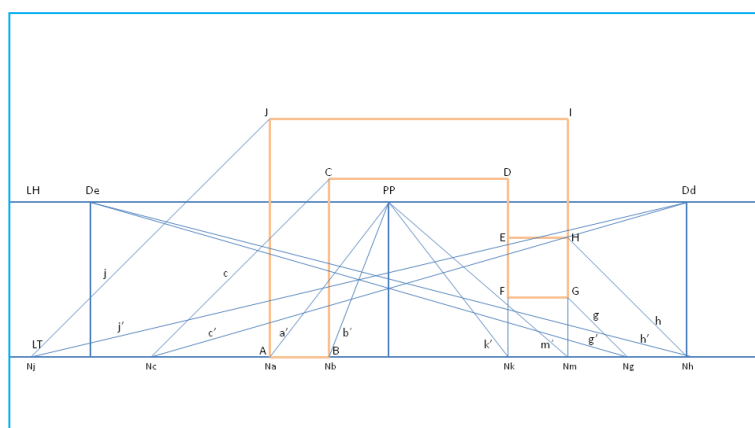


Figura 455: Traçado das perspectivas das projeções horizontais das retas horizontais a 45° com o plano do quadro.

7. Na interseção das perspectivas das retas perpendiculares com as retas de nível a 45° ficam as perspectivas dos pontos da planta. Neste momento é já possível delinear a perspectiva da planta (figura 456). Com a perspectivização da planta do objeto fica atingida a primeira etapa da resolução do exercício.

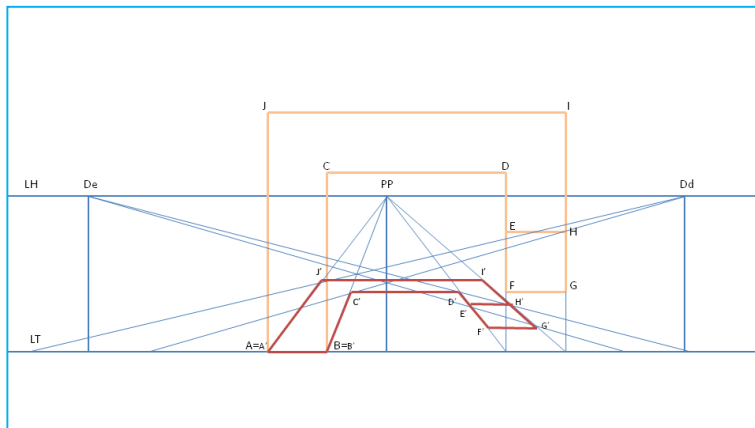


Figura 456. Representação da perspectiva da planta do objeto.

8a. A segunda etapa é a de “erguer” o objeto a partir dessa planta perspectivada. Para se conseguir atingir esse objetivo utiliza-se uma, ou mais do que uma, escala de alturas. No exemplo utilizamos duas, (EA1) e (EA2), por ser mais funcional. Apresentamos o desenvolvimento da construção do objeto em várias fases para um melhor entendimento do processo (figuras 457 e 458).

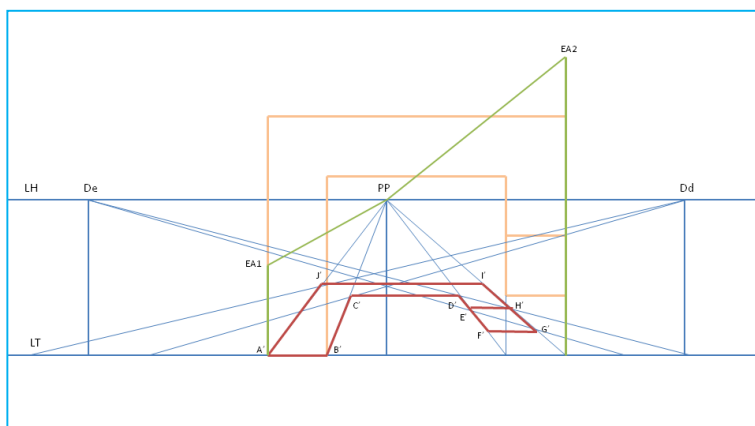


Figura 457: Aplicação de duas escalas de alturas para representação do objeto.

8b. Inicia-se o processo de construção da estrutura tridimensional do objeto pelos pontos contidos nos planos verticais das escalas de alturas (figura 458).

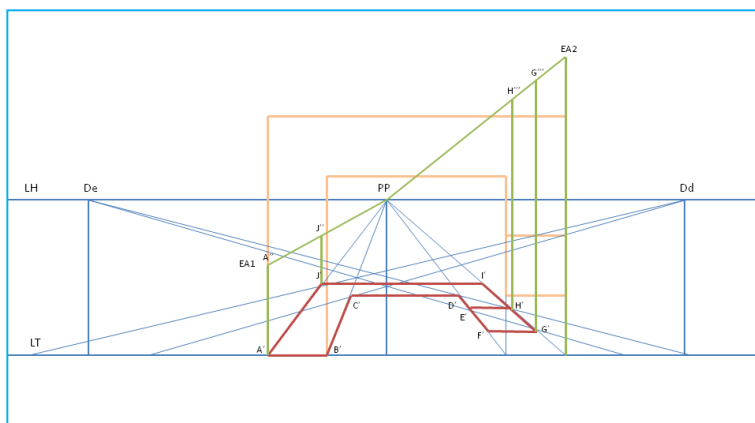


Figura 458: Início do processo de “levantamento” dos pontos do objeto.

8c. Simultaneamente vão-se unindo os pontos já encontrados, definindo algumas das arestas do objeto (figura 459).

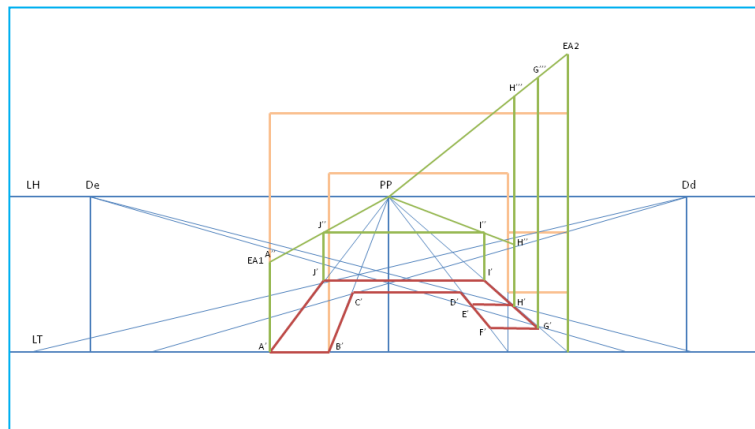


Figura 459: Definem-se as primeiras arestas.

8d. O processo de construção linear e definição de arestas vai continuando (figura 460).

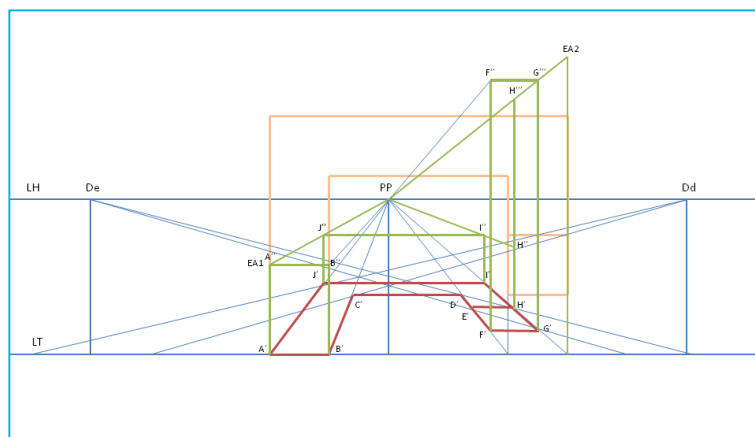


Figura 460: Continuação do processo construtivo.

8e. Quando todos os pontos estiverem determinados e todas as arestas forem conhecidas, o processo de construção da estrutura tridimensional do objeto é dado por concluído (figura 461).

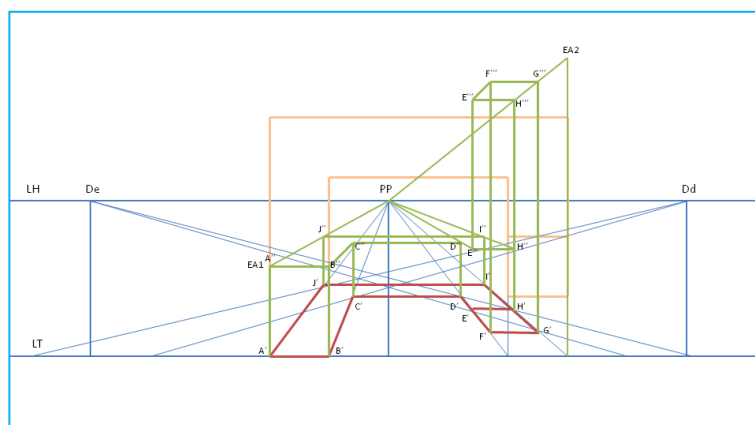


Figura 461: Conclusão do processo construtivo.

8f. Num processo subtrativo podem eliminar-se algumas linhas que possam causar algum ruído ou confusão e dificultem a leitura. Definem-se as arestas visíveis e as arestas invisíveis (figura 462).

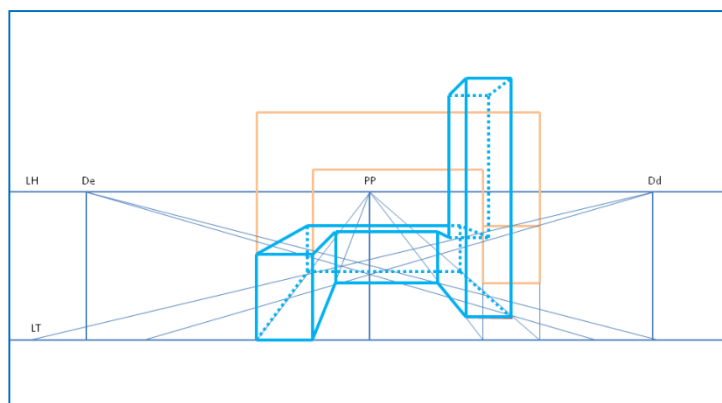


Figura 462: Redefinição dos traçados indicando quais as arestas visíveis e quais as invisíveis.

9g. Na conclusão do processo retiram-se as linhas desnecessárias e todas as letras para que o resultado final se torne menos saturado e mais facilmente compreensível (figura 463).

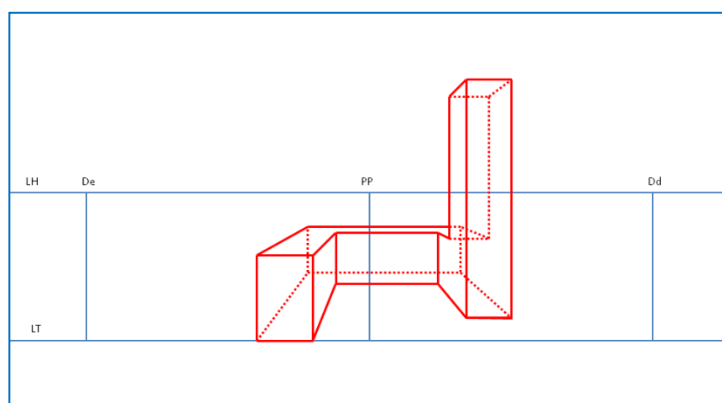


Figura 463: Na representação final basta a perspectiva do objeto, a linha do horizonte, e a linha de terra.

35.5. Perspectiva cônica linear oblíqua pelo método geral

No enunciado destes exercícios é dado o perspetógrafo e é dada a imagem do objeto num dos métodos de representação de projeção ortogonal por vistas, bem como a sua posição relativamente ao plano do quadro, ao plano de terra e ao plano vertical principal. Neste exemplo inicial optamos pela representação de um paralelepípedo.

1. O processo inicia-se exatamente do mesmo modo que no caso anterior. Representa-se o perspetógrafo simplificado:

- a linha de terra e a linha do horizonte que definem a altura do observador;
- o ponto principal e os pontos de distância que definem a distância do observador ao plano do quadro (Figura 464).

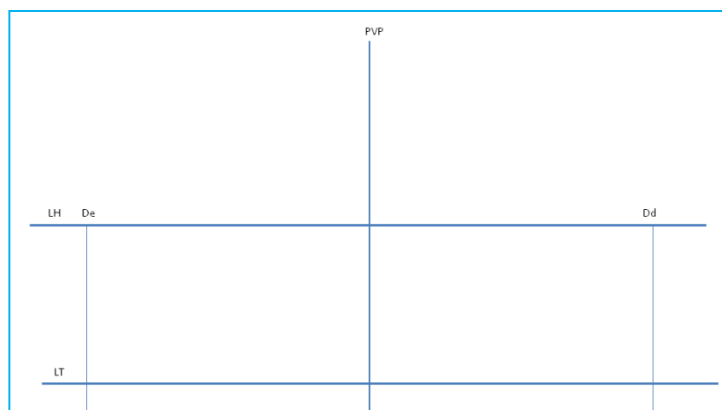


Figura 464: Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador.

2. Após a representação do observador, passa-se à representação da projeção horizontal do objeto conforme os dados do enunciado. No exemplo dado o objeto encontra-se no espaço real. A sua projeção horizontal é um retângulo [ABCD].o ponto [A] pertence ao plano do quadro e situa-se n centímetros à esquerda do plano vertical principal. O lado [AB] faz um ângulo α com o plano do quadro, abertura à esquerda (Figura 465).

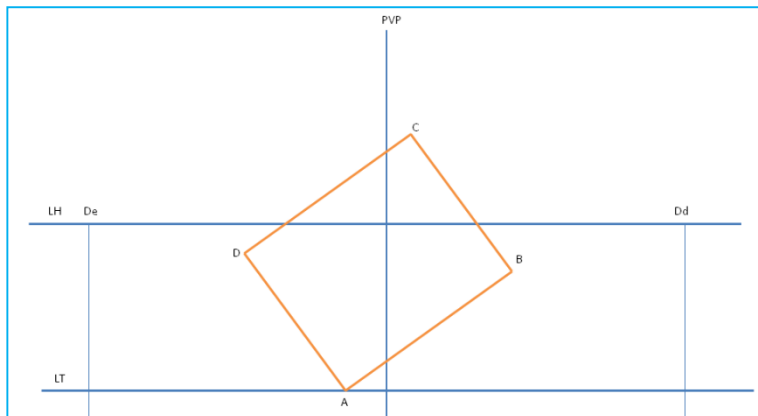


Figura 465: Marcação dos pontos de distância que definem a distância do observador ao plano do quadro, e representação da planta do objeto.

3. Pelas projeções horizontais dos pontos traçam-se as projeção horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro (a,b,c,d). Estas definem as larguras dos pontos. Perspetiva-se cada uma destas retas unindo o seu ponto de nascerça ao seu ponto de fuga. Obtêm-se assim as suas perspetivas (ap,bp,cp,dp) e com elas as larguras dos pontos da planta (Figura 466).

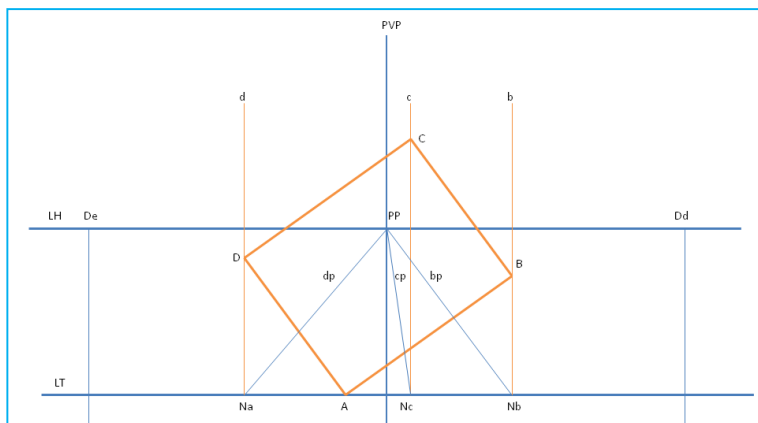


Figura 466: Traçado das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano do quadro e das respectivas perspetivas.

4. Pelas projeções horizontais dos pontos fazem-se passar as projeções horizontais das retas de nível a 45° com o plano do quadro (a',b',c',d'). Estas retas definem as suas profundidades. Perspetiva-se cada uma destas retas, unindo o seu ponto de nascerça ao seu ponto de fuga, DE ou DD conforma a sua abertura no espaço real é à esquerda ou à direita. Deste modo obtêm-se as suas perspetivas (a'p,b'p,c'p,d'p) e consequentemente as profundidades dos pontos da planta (Figura 467).

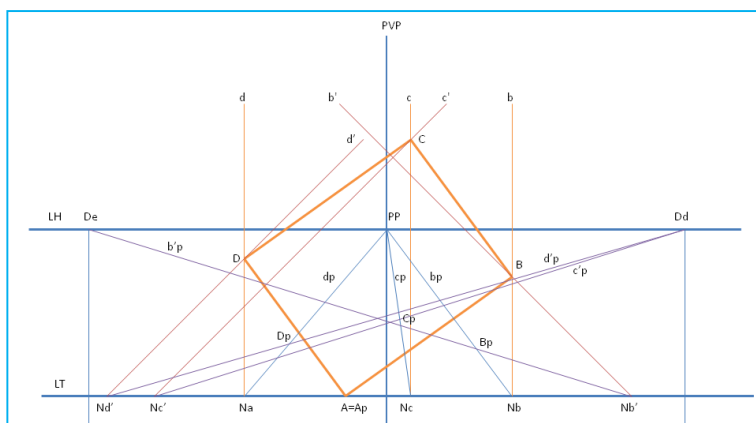


Figura 467: Traçado das projeções horizontais das retas de nível a 45° com o plano do quadro e das respectivas perspectivas.

5. Das intersecções das perspectivas das projeções horizontais das retas perpendiculares ao plano quadro com as das retas de nível a 45° resultam as perspectivas de todos os pontos da planta [ApBpCpDp]. Nesta fase do processo já pode ser delineada a perspectiva da planta do objeto (Figura 468).

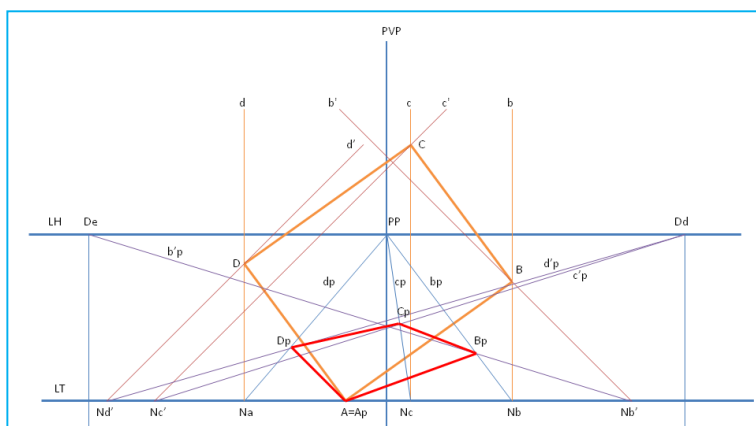


Figura 468: Representação da perspectiva da planta do objeto.

Nota: com a perspectivização da planta do objeto fica concluída a primeira etapa da resolução do exercício.

A segunda etapa é a de “erguer” o objeto a partir dessa planta perspectivada. Neste caso, para se atingir esse objetivo utilizamos uma escala de alturas exterior (EA). Também neste exemplo, apresentamos o desenvolvimento da construção do objeto em várias fases para um melhor entendimento do processo (figuras 469 e 470).

6a. Representação de uma escala de alturas auxiliar de modo que a sua construção não coincida com qualquer traçado anteriormente executado. Como o objeto só tem uma altura, a escala de alturas só é constituída por duas linhas horizontais, uma de cota zero e outra com a cota da altura do objeto.

- Traçado das projeções horizontais das retas fronto-horizontais que passam pelas projeções horizontais dos pontos até à linha de cota zero da escala de alturas (figura 471).

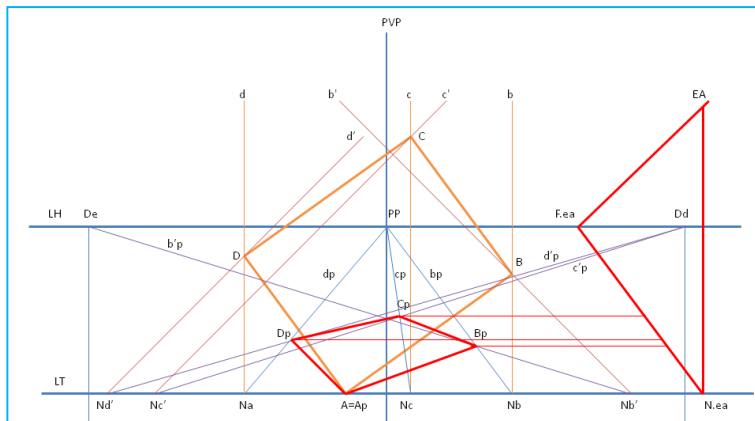


Figura 469: Primeiro momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

6b. Traçado das verticais entre a linha de altura zero e a linha horizontal da cota dos pontos (figura 470).

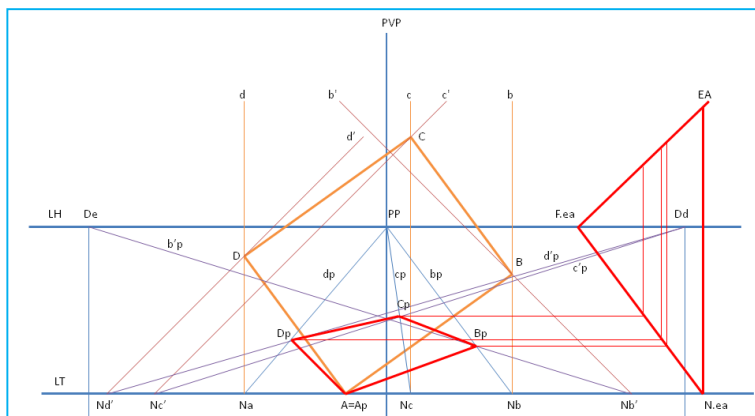


Figura 470: Segundo momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

6c. Traçado das retas fronto-horizontais a partir da linha horizontal da cota dos pontos da escala de alturas. Determinação da perspectiva dos pontos da base superior do paralelepípedo (figura 471).

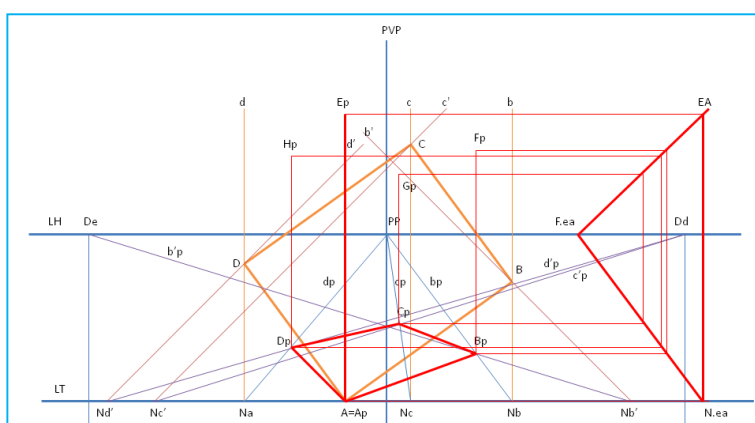


Figura 471: Terceiro momento da aplicação de uma escala de alturas exterior para “levantamento” do objeto.

6d. Determinação da perspectiva da totalidade da estrutura linear tridimensional do objeto (figura 472).

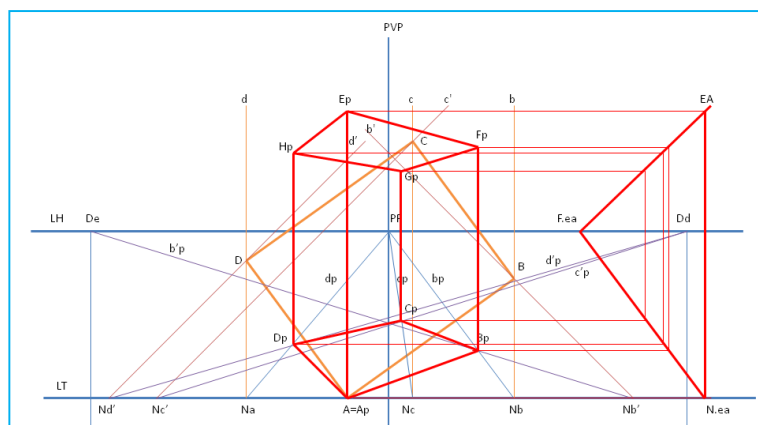


Figura 472: Perspetiva da estrutura tridimensional do objeto.

6e. Definição das arestas visíveis e invisíveis (figura 473).

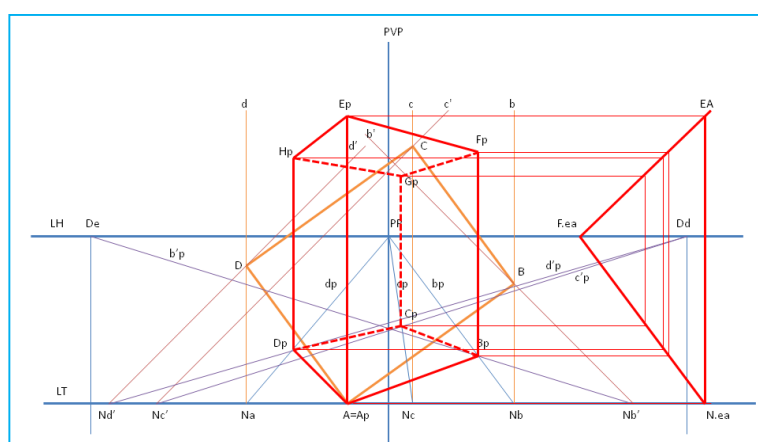


Figura 473: Definição das arestas visíveis e invisíveis.

6f. Na conclusão do processo, para tornar o desenho final menos saturado e mais facilmente compreensível para os estudantes procede-se à eliminação de vários traçados e notações (figura 474).

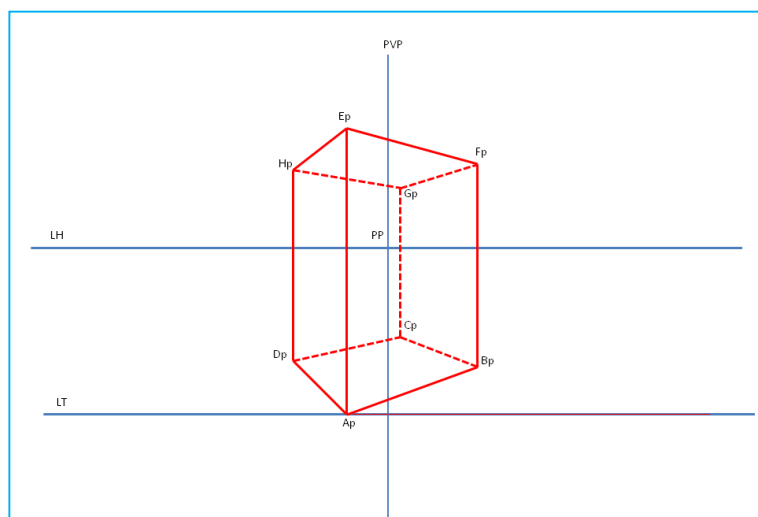


Figura 474: Desenho final deixando unicamente a perspetiva do objeto e o perspetógrafo.

Nota: Esta perspetiva é denominada por perspetiva oblíqua pela configuração do objeto, em que é perfeitamente compreensível que as suas arestas horizontais se dirigem para dois pontos de fuga distintos, que de facto existem apesar de inexistentes na imagem, pois, por este método, na sua forma mais básica, os pontos de fuga não são determinados nem utilizados.

Lição nº36

O método expedito ou método dos pontos de fuga

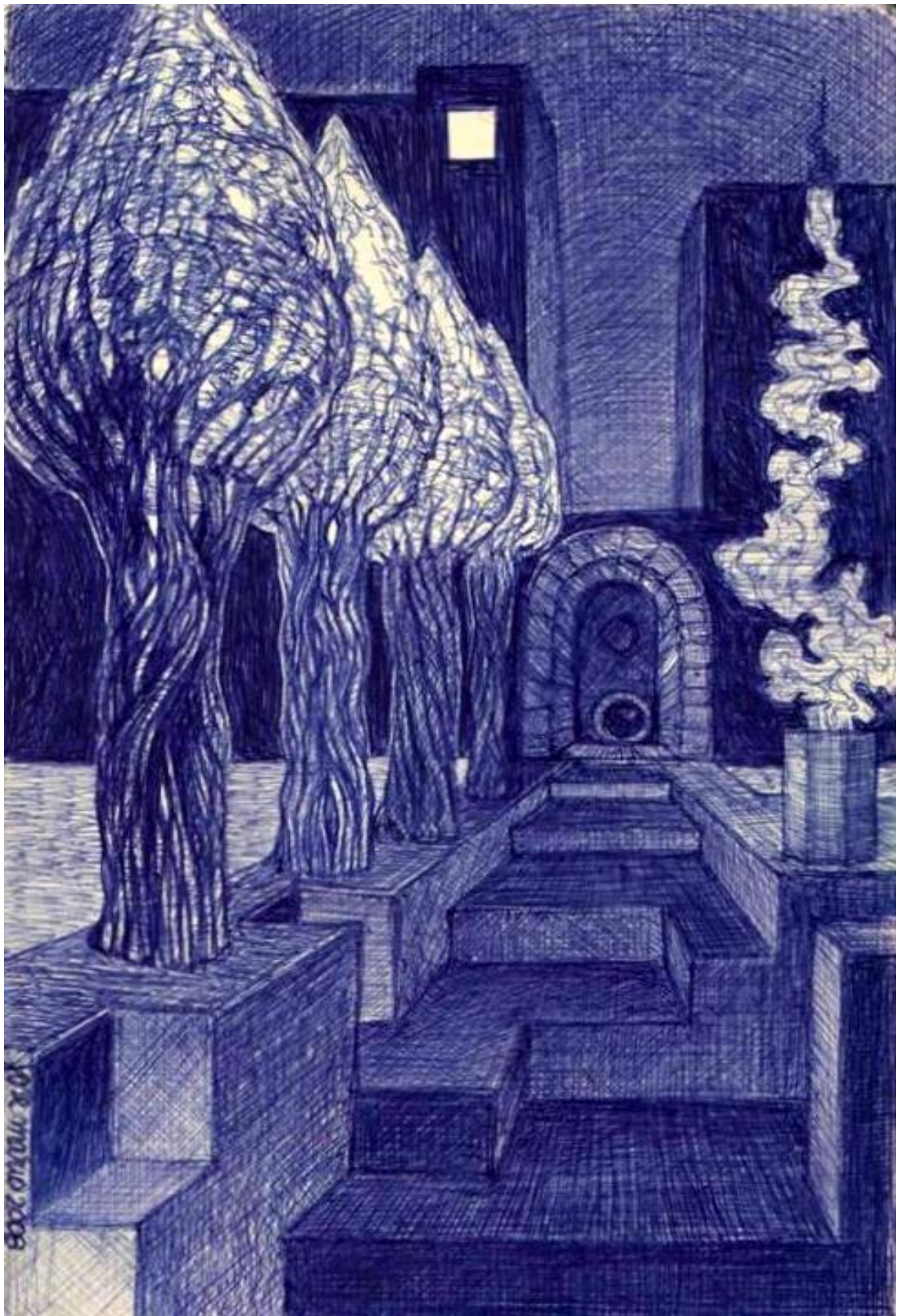


Figura 475: "a última fronteira", 2008, José Mário.

36.1. Generalidades

Este é o método preferencialmente utilizado quando se pretende realizar uma perspectiva linear oblíqua, isto é, com dois pontos de fuga⁶⁷. Este é um método mais prático e mais rápido que os métodos anteriormente estudados. A sua diferença consiste na prévia determinação e posterior utilização dos pontos de fuga das retas que contêm as arestas do objeto, desde o início do processo construtivo da imagem. É muito mais rápido, pois é uma fórmula de resolução aresta a aresta, e não ponto a ponto, além disso a utilização dos pontos de fuga confere ao desenho um rigor que de outro modo não é possível. É exatamente por ser mais rápido e mais rigoroso que é também vulgarmente chamado de método expedito.

36.2. Perspetiva cónica linear oblíqua pelo método expedito

1. O processo de realização de uma perspectiva pelo método expedito inicia-se como os métodos precedentes com a representação do perspetógrafo (figura 476).

- Linha de terra;
- Linha do horizonte;
- Plano vertical principal;
- Observador.

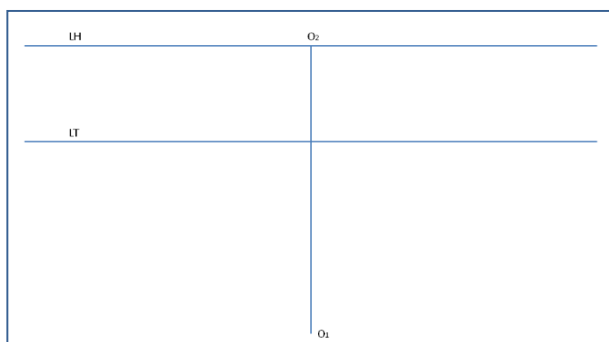


Figura 476. Traçado da linha de terra e da linha do horizonte. Definição da altura do observador e da sua distância ao plano do quadro.

2. Representa-se a projeção horizontal do objeto conforme os dados do enunciado (figura 477).

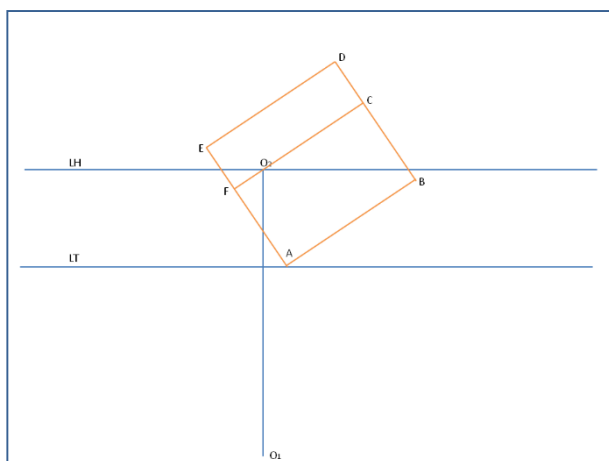


Figura 477: Colocação da planta.

⁶⁷ No caso de uma perspectiva cónica linear central, isto é, de uma perspectiva com um ponto de fuga aplica-se um método misto com recurso aos raios visuais e ao ponto de fuga central. Também se pode, como já anteriormente foi referido optar pelo método geral ou método das três coordenadas.

3. Determinam-se os pontos de fuga das retas que contêm as arestas da planta. Estes pontos situados sobre a linha do horizonte são a interseção dos raios visuais paralelos às arestas da planta com o plano do quadro (figura 478).

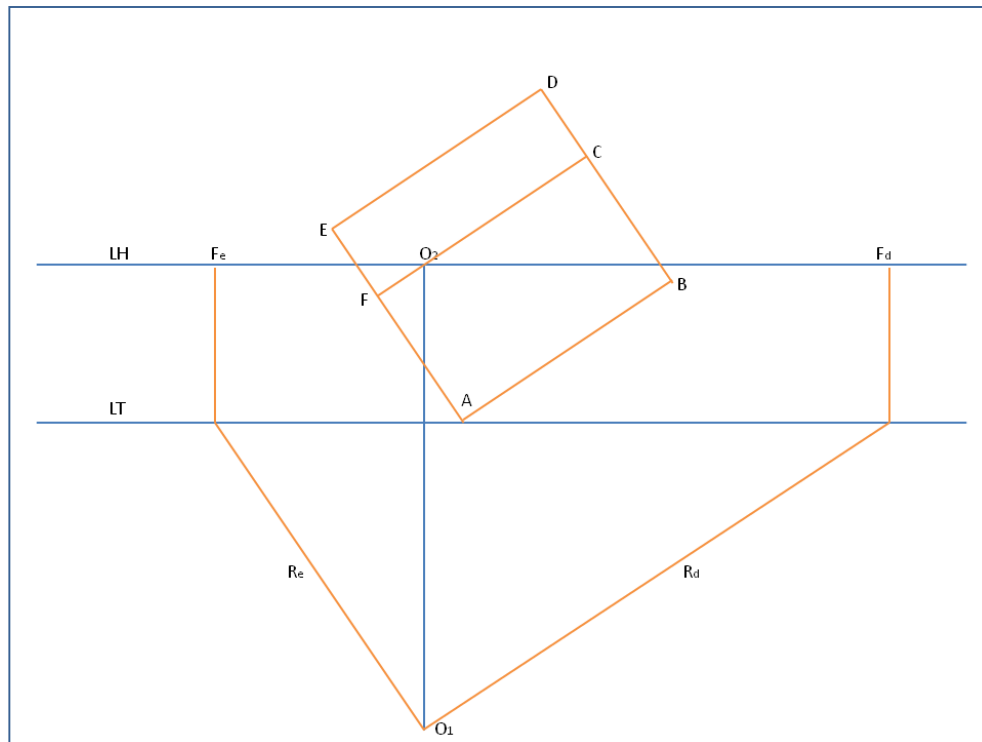


Figura 478: Determinação dos pontos de fuga

4. Determinam-se os pontos de nascerça das retas que contêm as arestas da planta (figura 479).

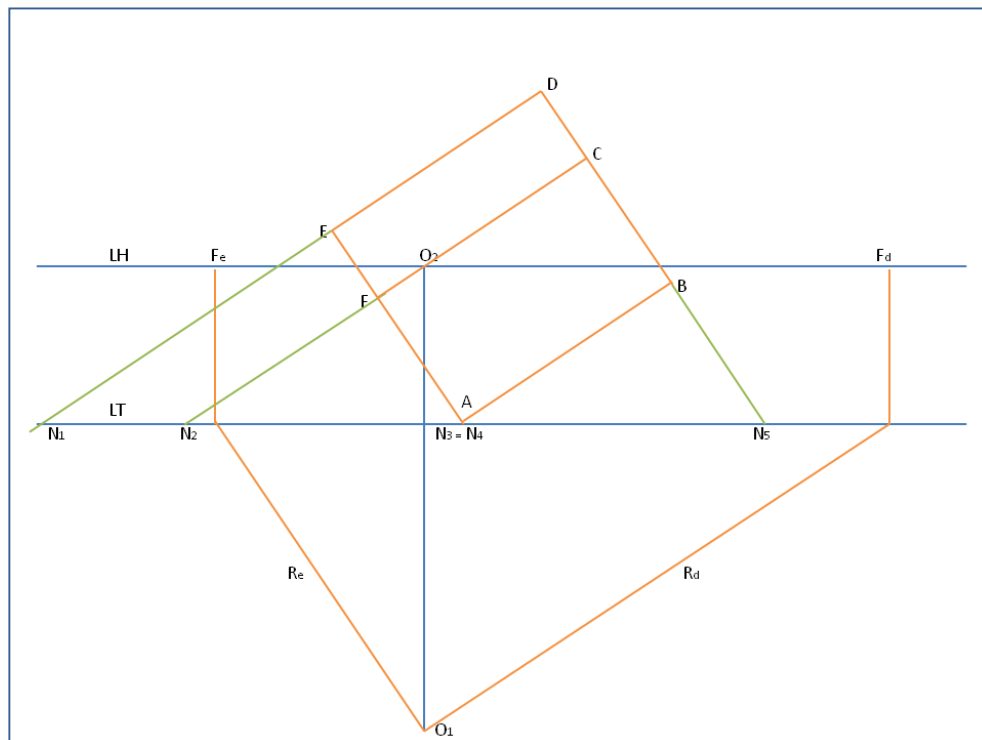


Figura 479: Determinação dos pontos de nascerça.

5. Perspetivam-se as retas que contêm as arestas da planta, isto é, unem-se os seus pontos de nasção aos seus pontos de fuga. Obtemos assim a perspetiva da planta do objeto (figura 480).

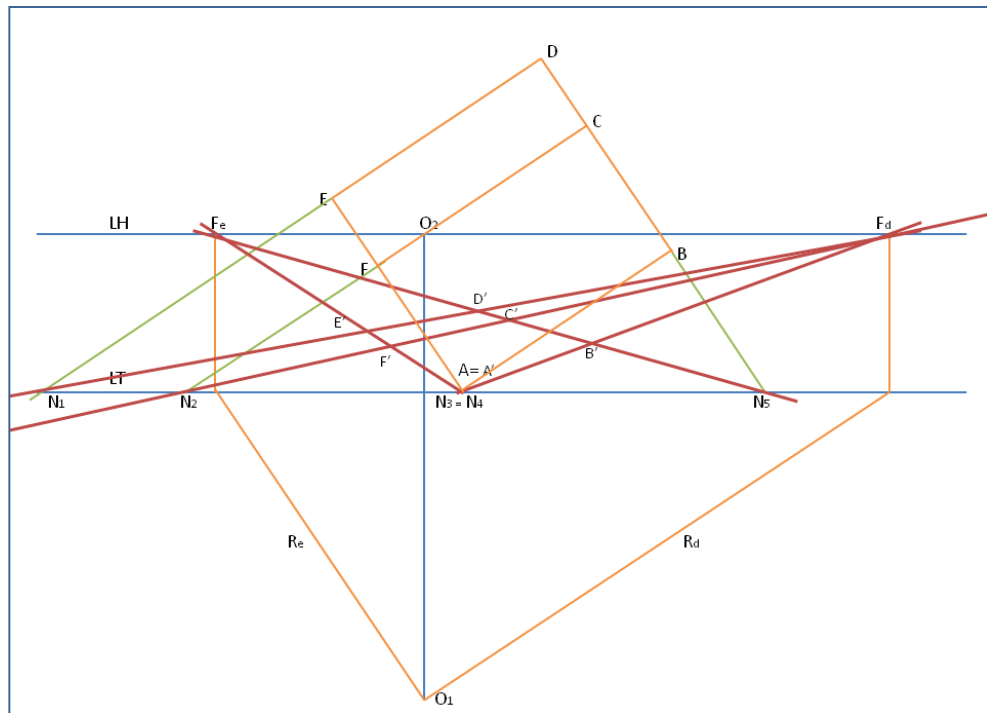


Figura 480: Determinação da perspectiva da planta.

6. Traça-se uma escala com duas alturas, em que o ponto de cota zero seja colocado sobre um dos pontos de nasção (n_5). Sobre essa escala marcam-se as cotas que pretendemos, e traçam-se as retas horizontais (a) e (b), correspondentes (figura 481).

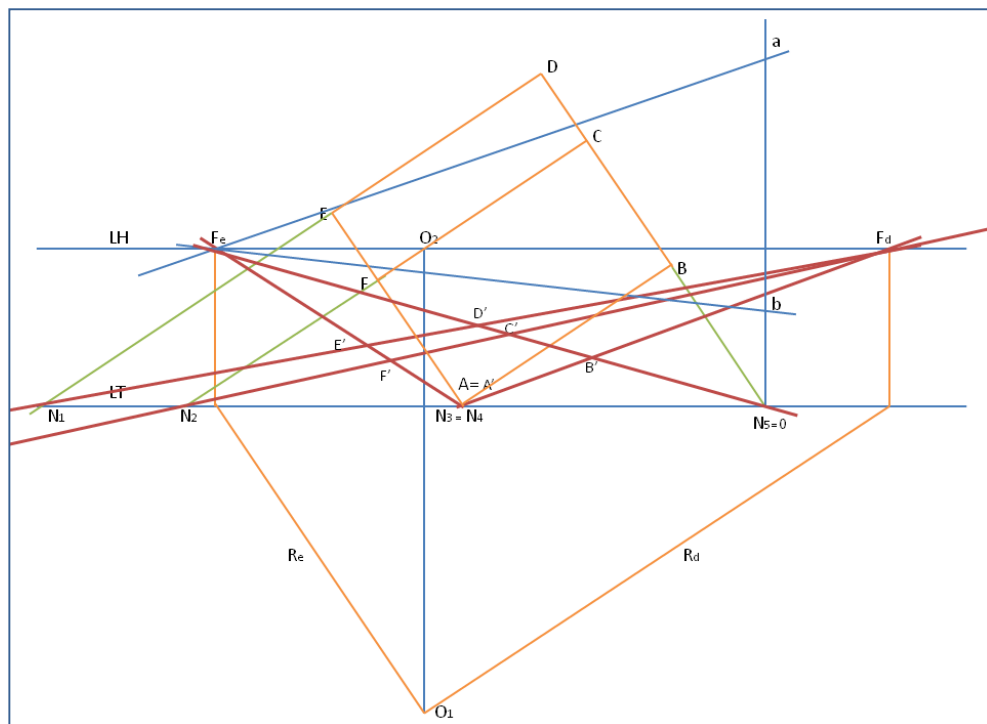


Figura 481: Representação da escala de alturas.

7. “Levantam-se” os pontos pertencentes à linha de cota o , até aos vértices que se encontram nas linhas horizontais, (a) e (b) , conforme as suas cotas (figura 482).

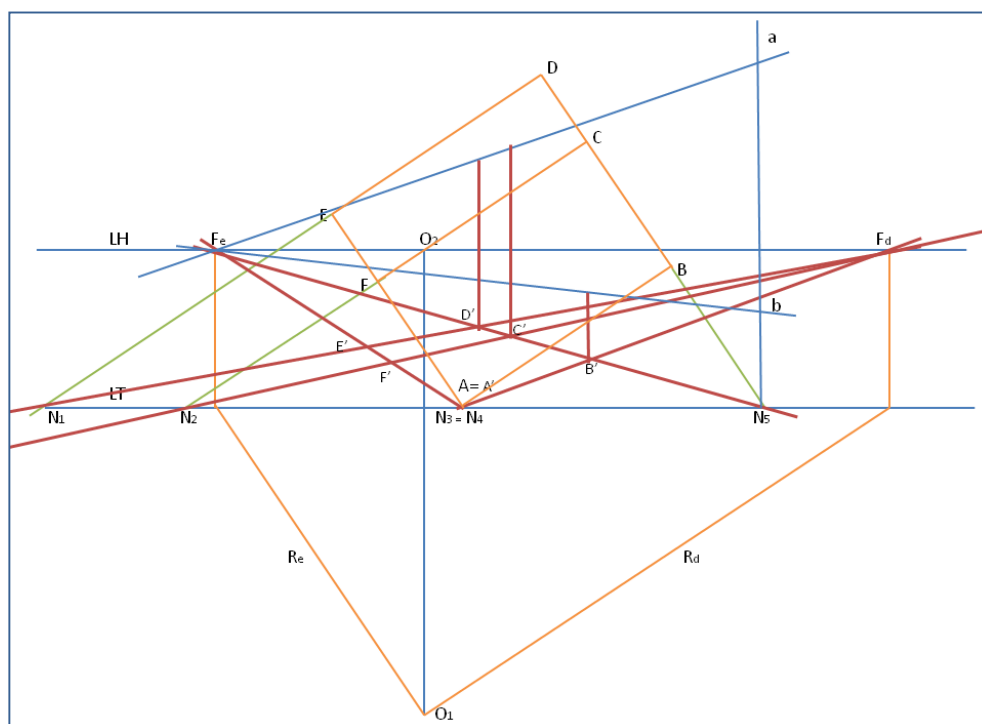


Figura 482: Representação dos pontos contidos no plano vertical da escala de alturas.

8. A partir desses pontos traçam-se as retas horizontais, às cotas das retas (a) e (b) , recorrendo ao ponto de fuga correspondente, que vão permitir encontrar todos os outros vértices do objeto (figura 483).

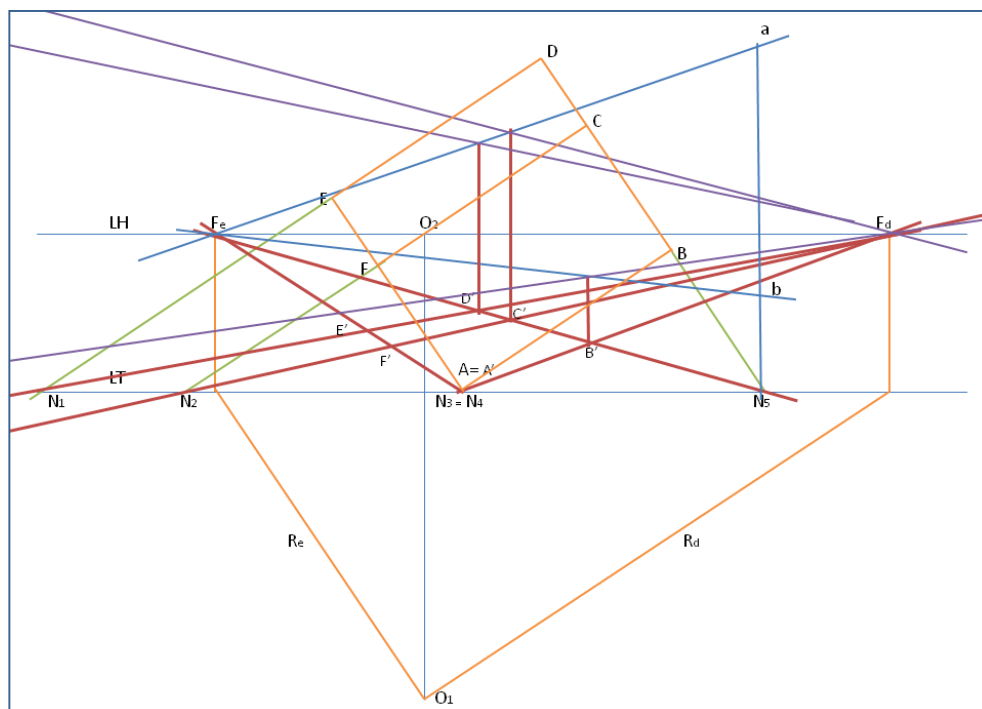


Figura 483: Traçado das retas horizontais para determinar os outros vértices do objeto.

9. Na interseção das retas horizontais encontram-se todos os outros vértices do objeto (figura 484).

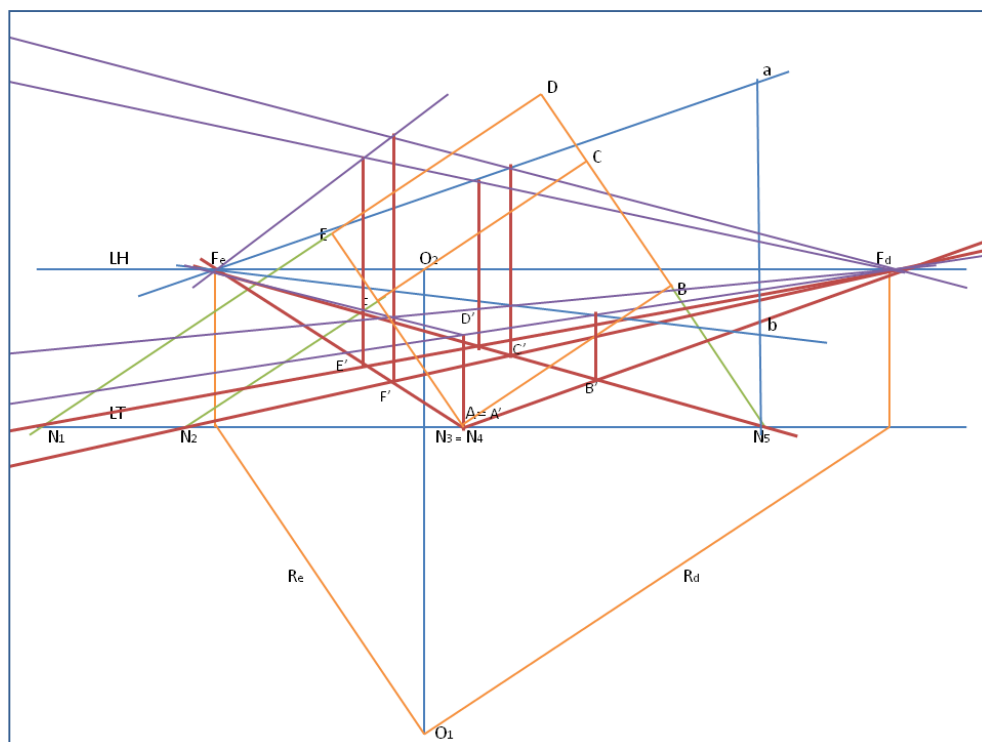


Figura 484: Determinação dos outros vértices do objeto.

10. Num processo subtrativo começam a eliminar-se excessos de linhas que possam causar algum ruído e dificultem a leitura, e define-se a estrutura do objeto (figura 485).

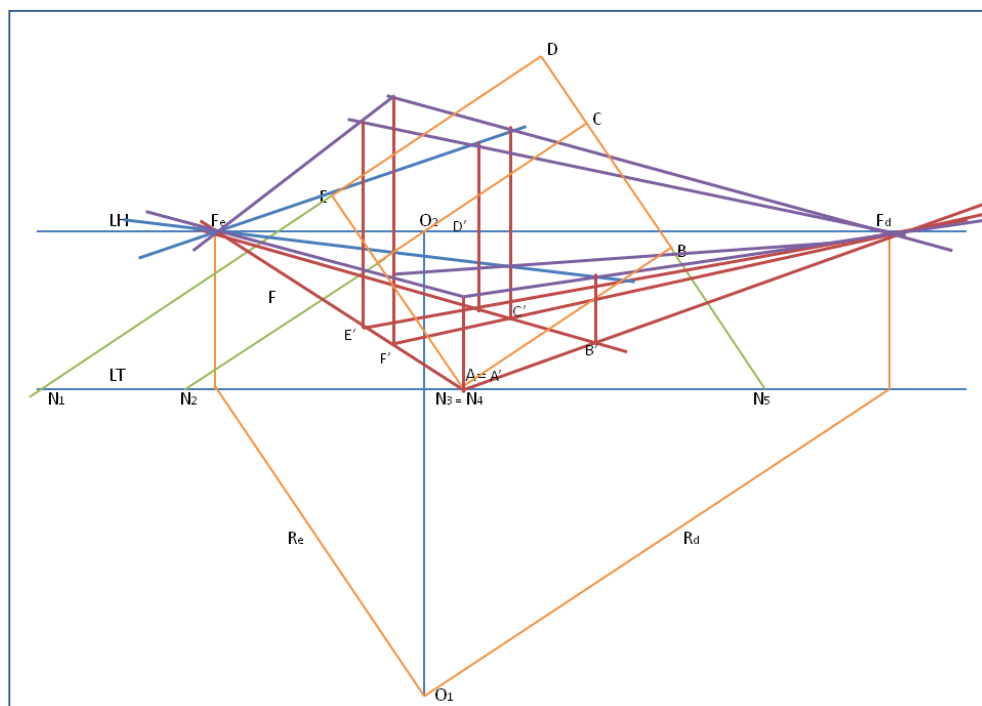


Figura 485: Definição da estrutura básica do objeto.

11. Numa fase seguinte as linhas em perspectiva que constituem a estrutura tridimensional do objeto ficam resumidas às suas arestas (figura 486).

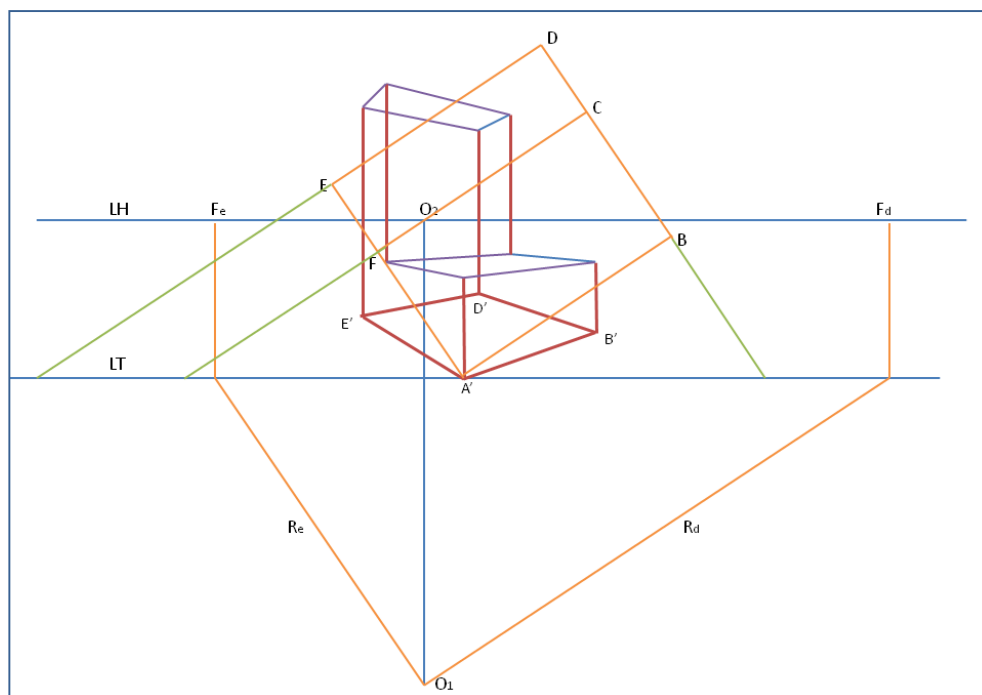


Figura 486: Reduzir a estrutura do objeto às suas arestas.

12. Distinguem-se as arestas visíveis das arestas invisíveis do objeto recorrendo a diferentes tipos de traçado (figura 487).

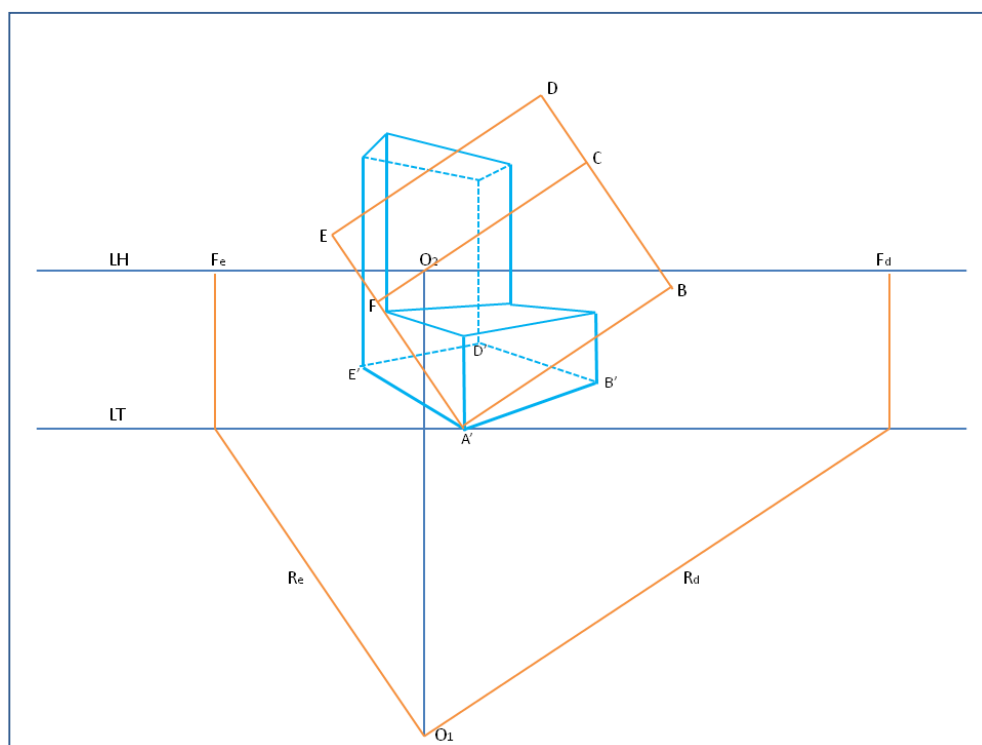


Figura 487: Definir arestas visíveis e arestas invisíveis.

13. Quando se representa a última etapa em papel vegetal, pode desenhar-se unicamente o objeto em perspectiva. Neste caso optamos por deixar também a linha do horizonte, a linha de terra, o raio visual principal e as respetivas notações (figura 488).

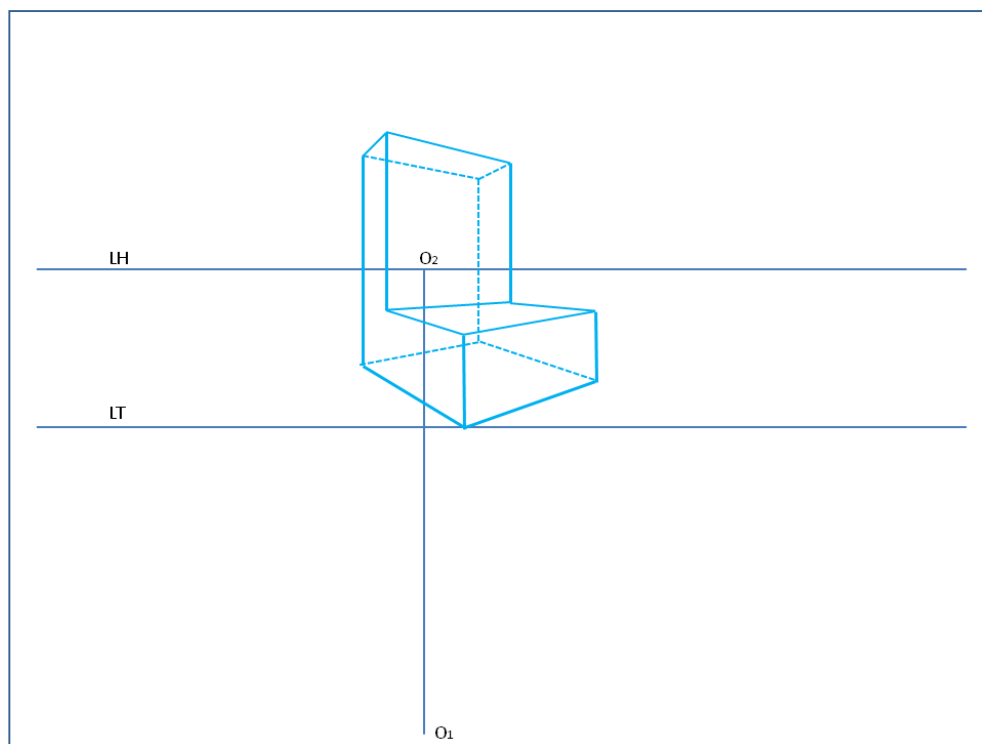


Figura 488: Resumir o desenho ao perspetógrafo e à imagem do objeto.

Lição nº37
Métodos mistos

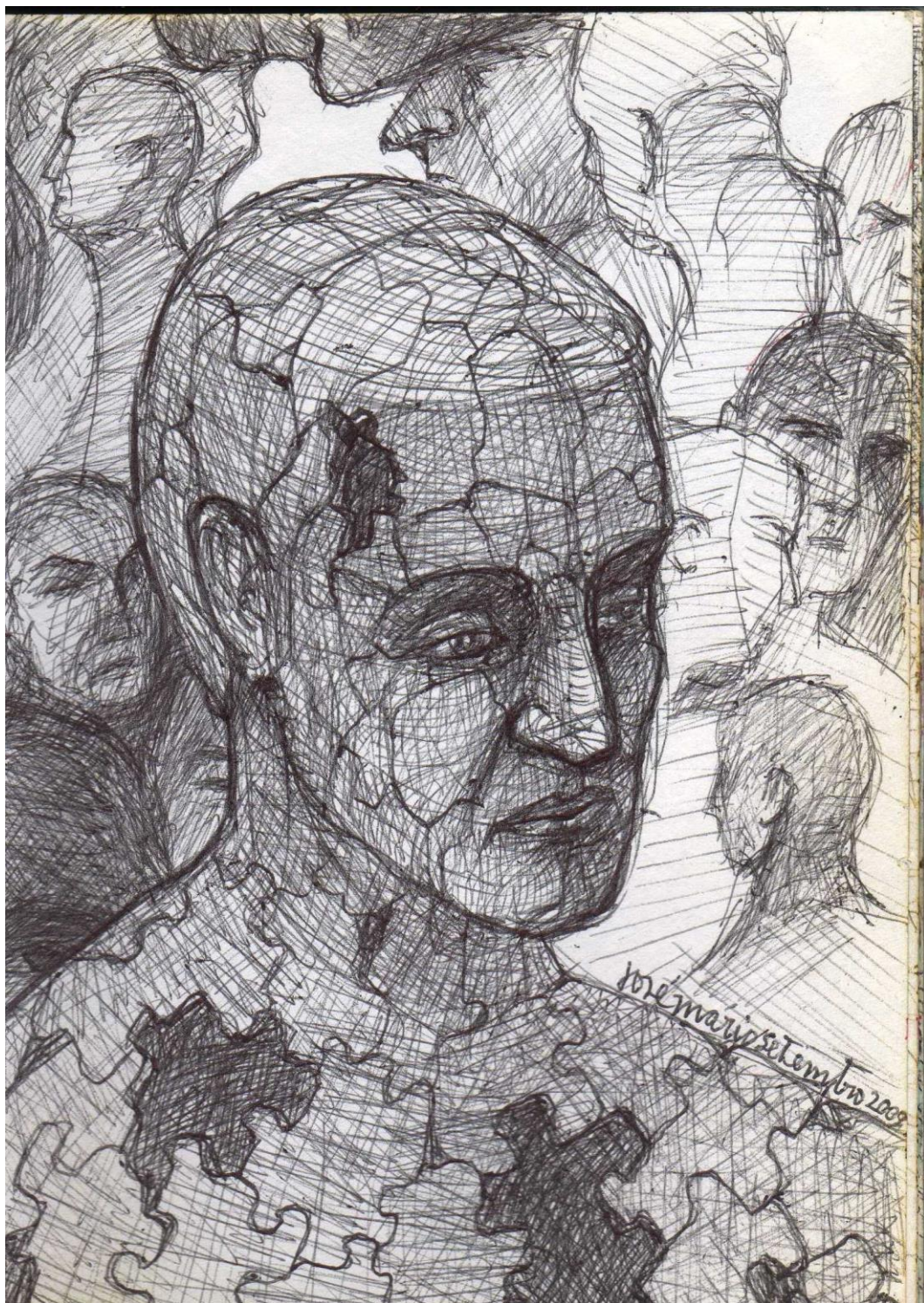


Figura 489: "Puzzlemaniac", 2009, José Mário.

37.1. Generalidades

Para além do método dos raios visuais, do método das três coordenadas ou do método expedito é possível utilizar outros métodos, ditos mistos, que não são mais que o resultado do cruzamento dos métodos estudados anteriormente. O mais vulgar é um método que combina pontos de fuga com raios visuais. Estes métodos são normalmente aplicados quando pretendemos realizar uma perspetiva linear oblíqua quando não é possível recorrer a um dos pontos de fuga visto este se encontrar fora dos limites da folha de desenho. Nesse caso utilizam-se as linhas que se dirigem para o ponto de fuga que foi determinado combinando-as com raios visuais para determinar as perspetivas dos pontos. Para explicar o processo aos estudantes de modo claro e sucinto optamos por realizar a perspetiva de um cubo.

37.2. Perspetiva cónica linear oblíqua pelo método misto ponto de fuga/raios visuais

1. O processo inicia-se com a representação do perspetógrafo e da projeção horizontal do sólido (figura 49o).

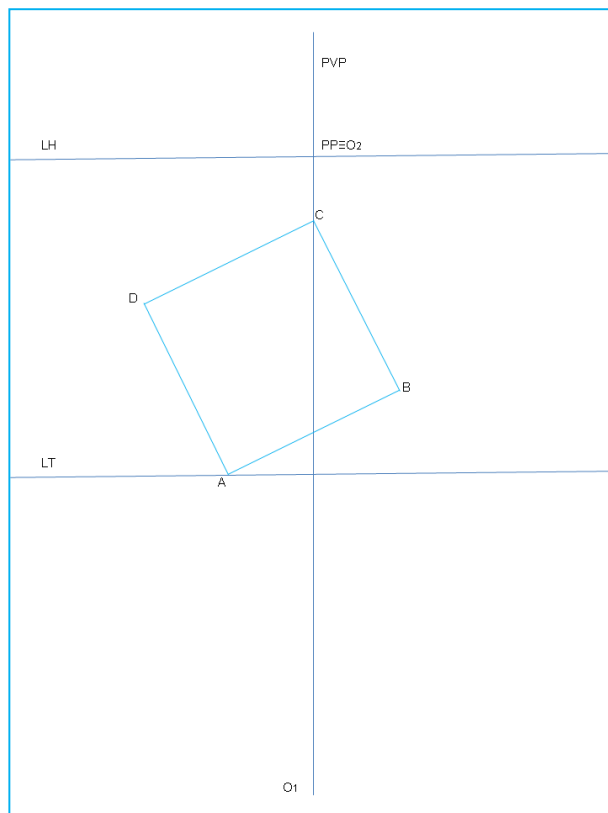


Figura 490: Perspetógrafa e projeção horizontal do cubo.

2. Determina-se o ponto de fuga da esquerda PF_e . O ponto de fuga da direita não é determinável dentro dos limites da folha do desenho. Determina-se também o ponto de nasção N_h da reta h que contém a aresta BC (figura 491).
3. O ponto de nasção N_m da reta m coincide com o ponto A . Representam-se as perspetivas m' e h' das retas m e h . A' , perspetiva do ponto A e A são coincidentes visto que este ponto pertence ao plano do quadro (figura 492).

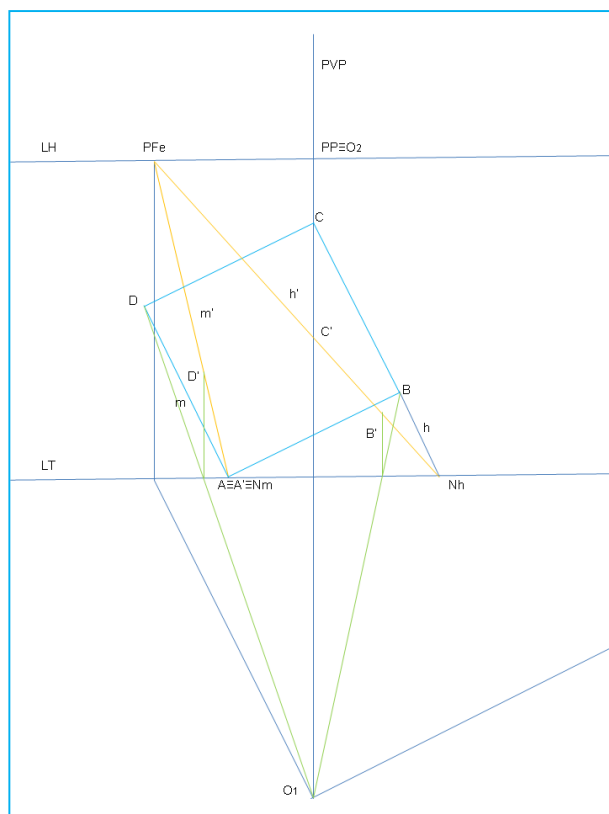


Figura 493: Determinação das perspectivas B', C' e D' dos pontos B, C e D.

5. Unem-se as perspectivas dos pontos e obtém-se a perspectiva da base do sólido (A'B'C'D') (figura 494).

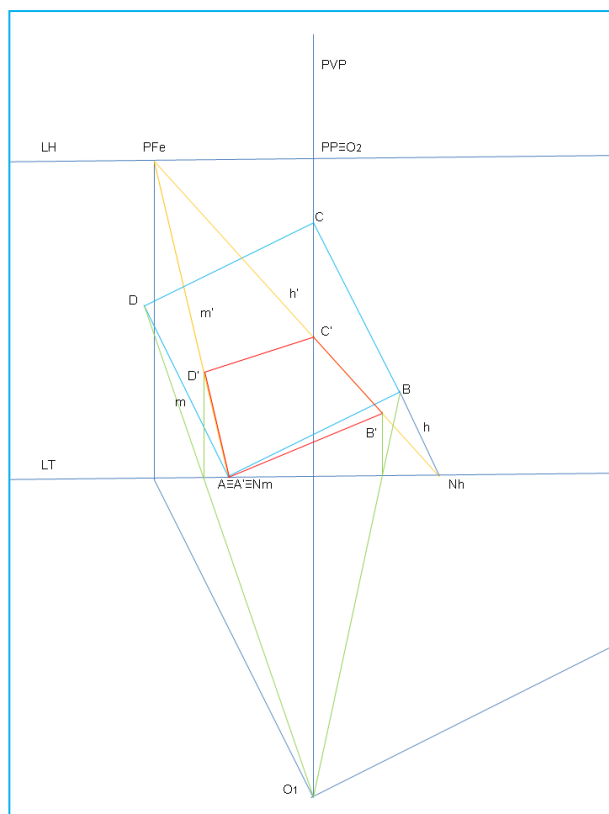
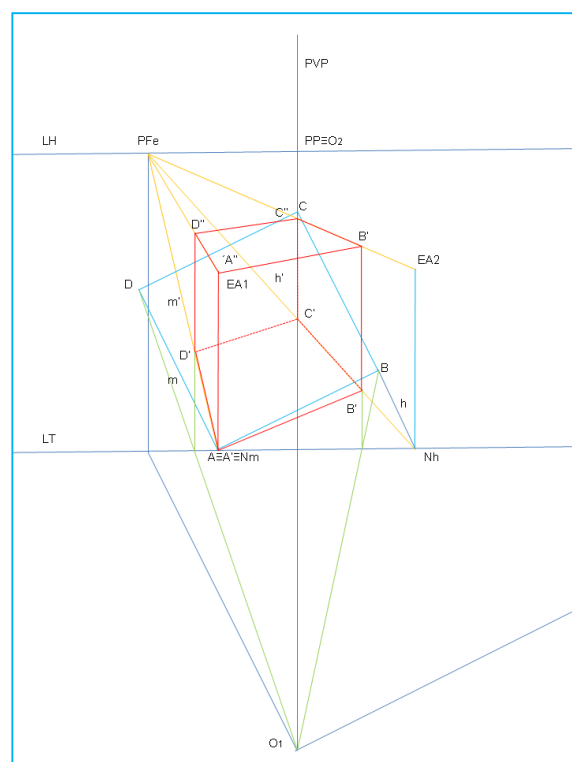


Figura 494: Definição da perspectiva da base do sólido.

7. Unem-se corretamente todos os pontos e obtém-se a estrutura linear tridimensional do cubo (figura 496).



8. No desenho final podem eliminar-se todas as linhas desnecessárias, e definem-se as arestas visíveis e invisíveis do cubo (figura 497).

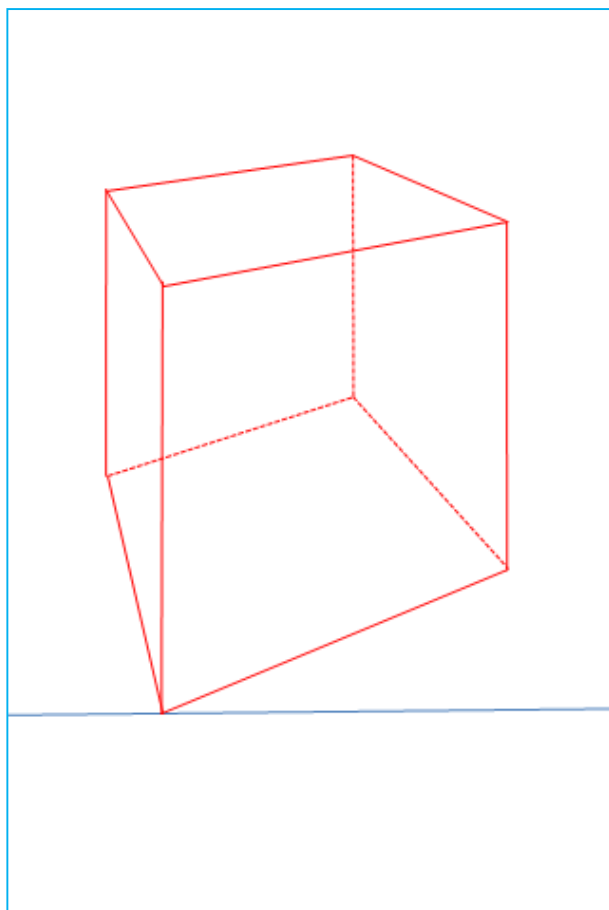


Figura 497: Representação final do cubo.

37.3. Perspetiva cónica linear central pelo método misto ponto de fuga/raios visuais

No caso particular do objeto ter um só ponto de fuga central, e de estarmos portanto a resolver um perspectiva linear central, curiosamente, o processo resolutivo é graficamente igual ao método dos raios visuais em planta. De facto a única coisa que muda é a interpretação e o nome dados a alguns dos traçados, o que se vem a refletir nas notações.

Por essa razão, ao método utilizado na resolução deste tipo específico de perspectiva, perspectiva linear central, é indiferente chamar-lhe método dos raios visuais em planta ou método misto com ponto de fuga central e raios visuais. Só há que ter atenção ao modo como identificamos os traçados.

Na exemplificação que se segue usamos o mesmo objeto usado anteriormente aquando da explicação do método dos raios visuais em planta. Pretendemos assim demonstrar aos estudantes o que acabamos de referir para que eles o possam constatar.

É dado um objeto em dupla projeção ortogonal (figura 498).

1. São dadas as altura e a distância do observador ao plano do quadro. Representa-se o plano vertical principal, a linha de terra e a linha do horizonte (figura 499).

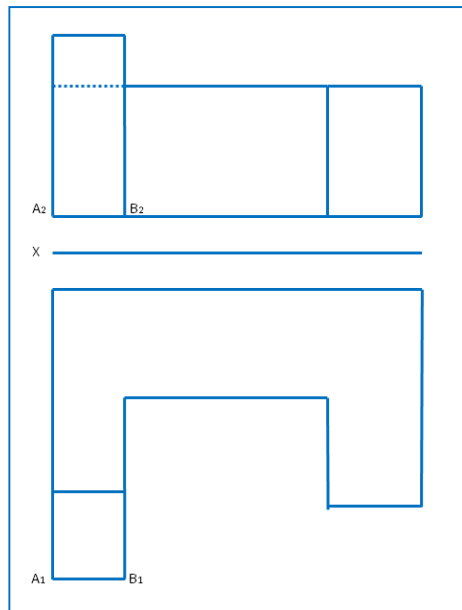


Figura 498: O objeto dado.

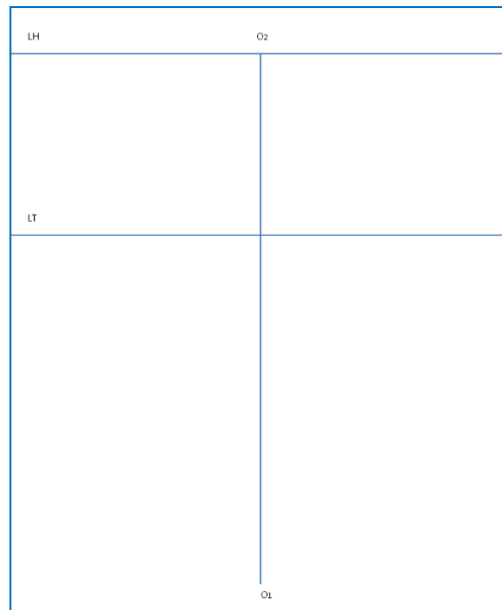


Figura 499: Representação do perspetógrafo.

2. Coloca-se a planta na posição desejada (figura 500).

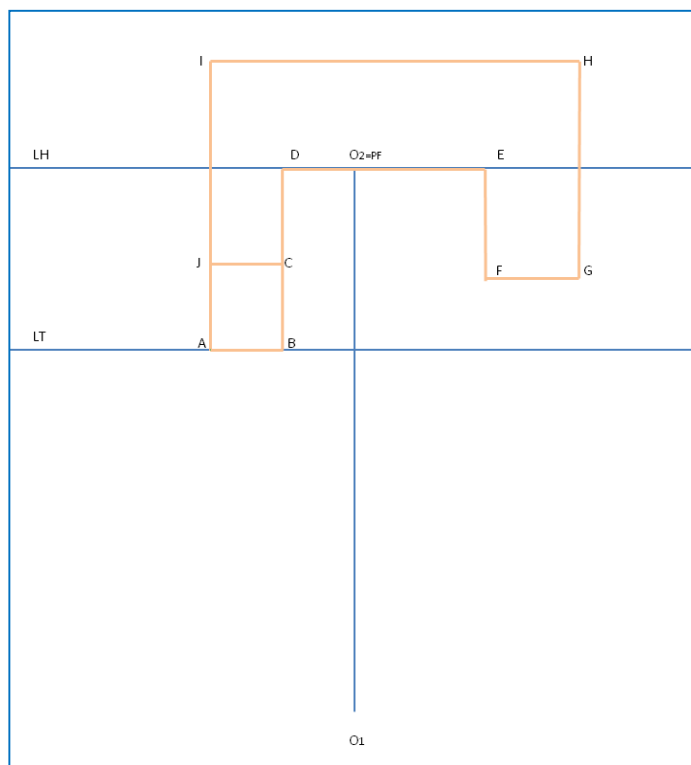


Figura 500:

3. Traçam-se as retas que passam pelas arestas da planta, retas perpendiculares ao plano do quadro e determinam-se os seus pontos de nascerça. O seu ponto de fuga é já conhecido (figura 501).

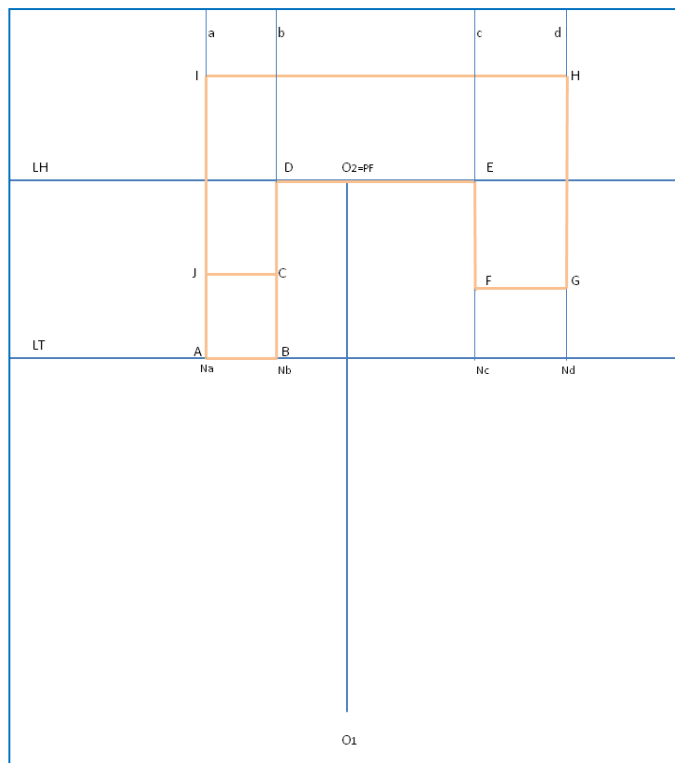


Figura 501:

4. Traçam-se as perspectivas das retas que passam pelas arestas da planta, retas perpendiculares ao plano do quadro, ou seja, unem-se os seus pontos de nascerça ao seu ponto de fuga. Nesta fase da resolução do exercício já sabemos que as perspectivas dos pontos se encontram algures sobre essas retas perspectivadas (figura 502).

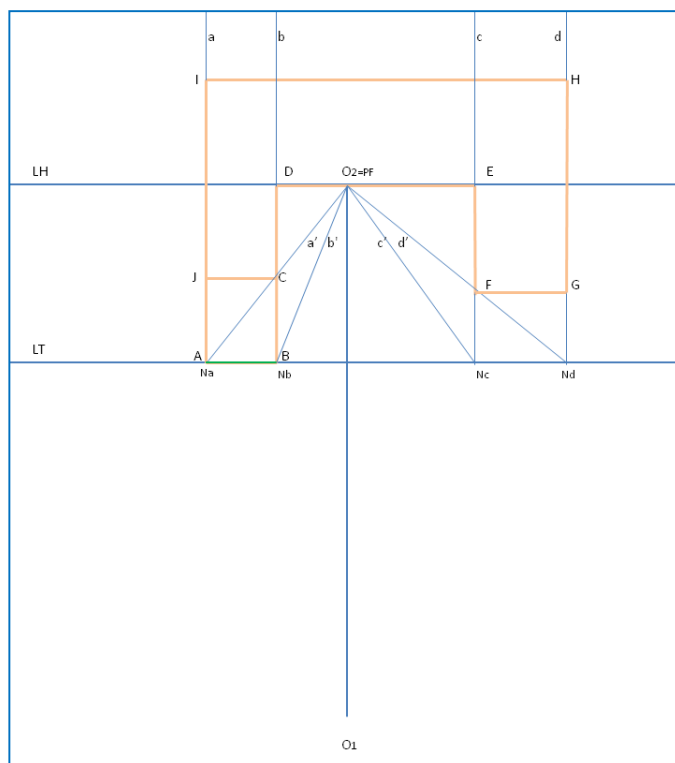


Figura 502:

5. Traçam-se as projeções horizontais dos raios visuais que passam pelas projeções horizontais dos pontos. Não é necessário passar raios visuais por todos os pontos da planta, basta um ponto de cada uma das diferentes profundidades. Na interseção dos raios visuais

com as perspectivas das retas encontram-se as perspectivas dos pontos. Os pontos com a mesma profundidade situam-se sobre a mesma reta paralela à linha de terra. Nesta fase do processo obtém-se a perspectiva da planta (figura 503).

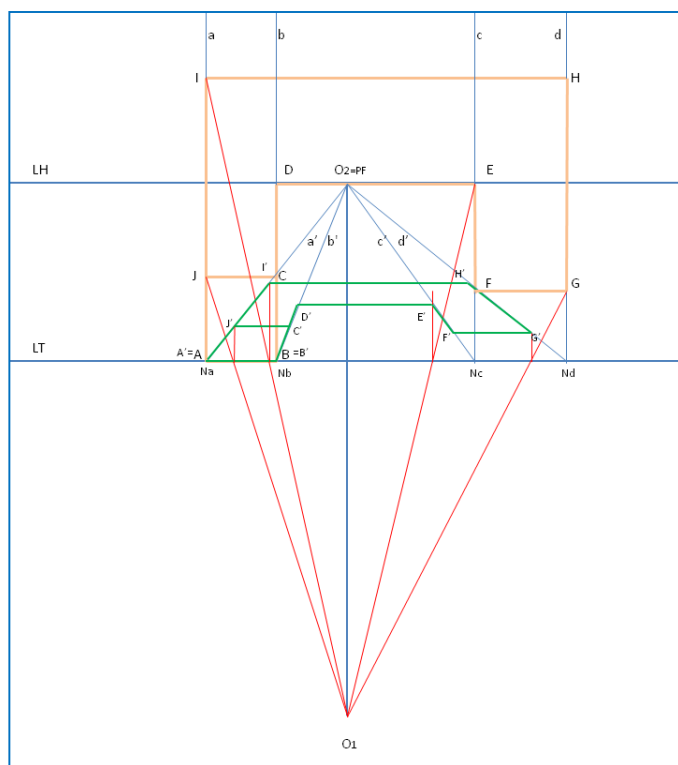


Figura 503:

6. Recorrendo a uma escala de alturas “ergue-se” o objeto, começando pelos pontos situados no plano de perfil da escala de alturas. O objeto tem pontos com duas alturas diferentes, mas basta uma escala com uma só altura. Todos os outros pontos à altura do observador projetam-se sobre a linha do horizonte (figura 504).

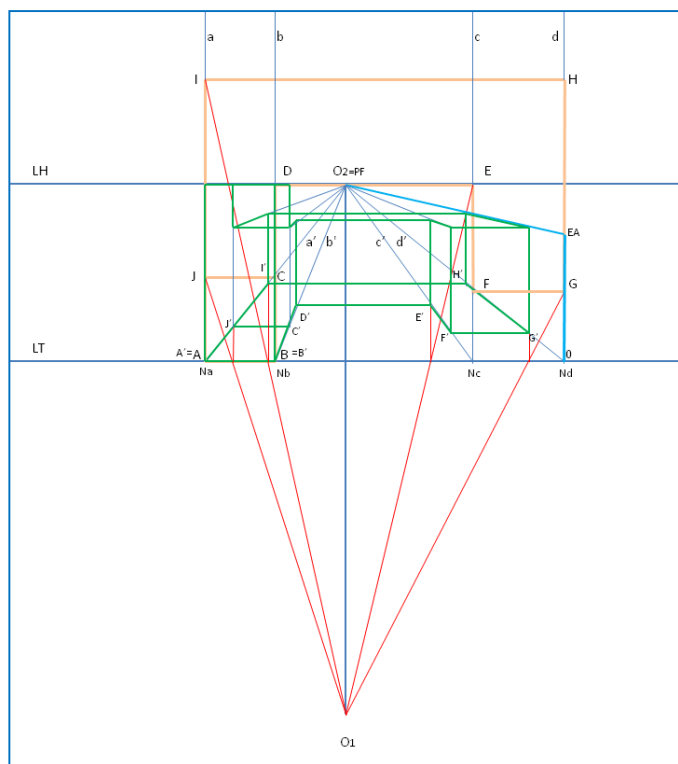


Figura 504: Definição da estrutura linear tridimensional do objeto com recurso a uma escala de alturas.

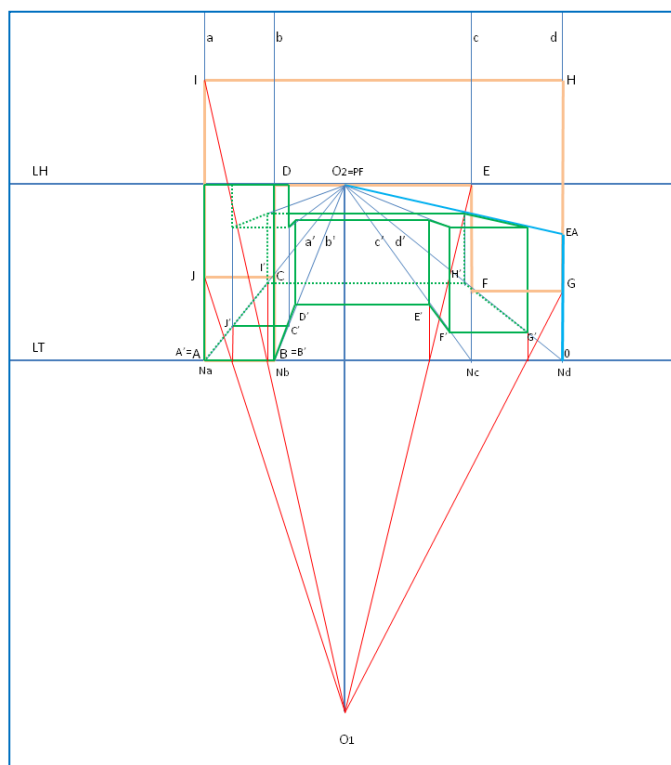


Figura 505: Definição das arestas visíveis e invisíveis.

8. Finalmente, eliminam-se as linhas que já não são necessárias e possam provocar alguma dificuldade à leitura do objeto (figura 506).

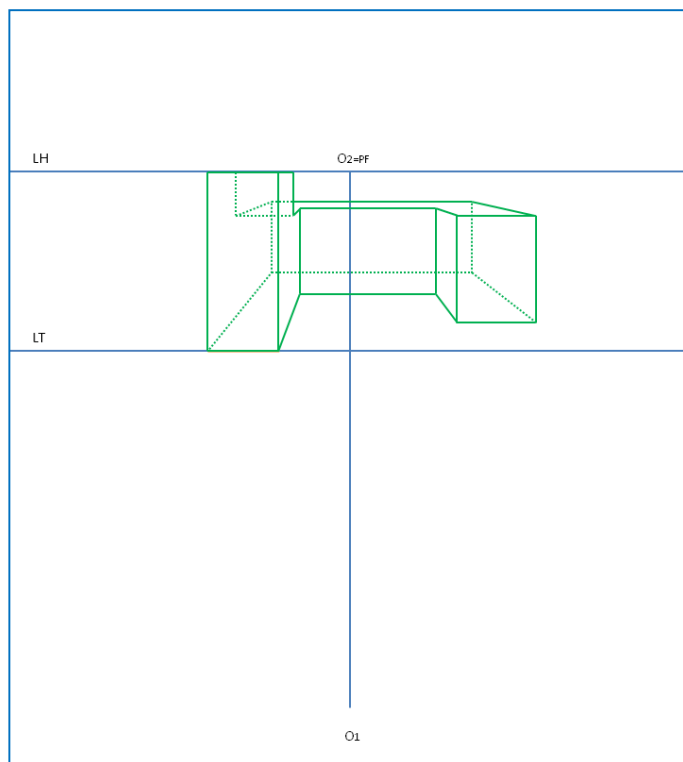


Figura 506: Representação final do objeto.

Lição nº38
A translação do plano do quadro

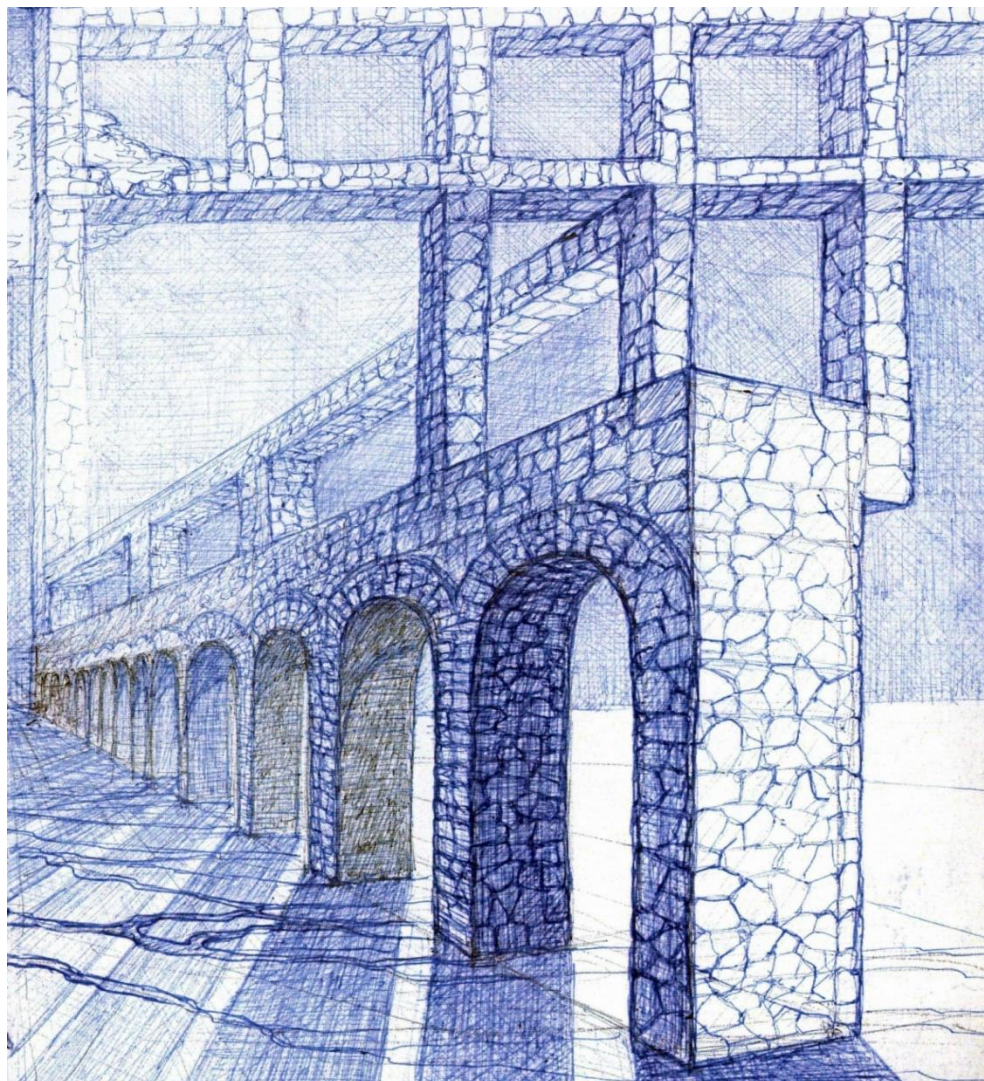


Figura 507: "Distorção espaço-temporal", 2000, José Mário.

38.1. Nota prévia

Chegados a este ponto dos conhecimentos relativos á perspetiva cónica linear, estão os estudantes habilitados a realizar qualquer tipo de perspetiva. Como é óbvio, é muito natural que de início os exercícios propostos sejam resolvidos mais lentamente, com mais hesitações e inclusive com algumas dúvidas. Algumas destas dificuldades devem-se ao facto de, no mesmo espaço da folha de desenho, se sobreporem as linhas da projeção horizontal ortogonal e as linhas da representação em perspetiva. Para evitar as indesejadas sobreposições de traçados que não raramente contribuem para uma certa confusão não só durante a execução do desenho, mas até mesmo na sua leitura, qualquer versão de qualquer método pode ser resolvido com translação do plano do quadro. Este procedimento pode também ser denominado por método com quadro duplo.

38.2. Processo de translação do pano do quadro

A explicação deste processo é feita aos estudantes com recurso a imagens de carater tridimensional até culminar na representação do perspetógrafo tal como vai ser utilizado na folha de desenho. Acharmos importante esta introdução ilustrada em cinco fases para um melhor entendimento do processo.

1. A primeira fase consiste na representação do perspetógrafo tal como já é do conhecimento dos estudantes (figura 508).
2. A segunda fase consiste na translação do plano do quadro e na representação de um segundo plano do quadro (figura 509).

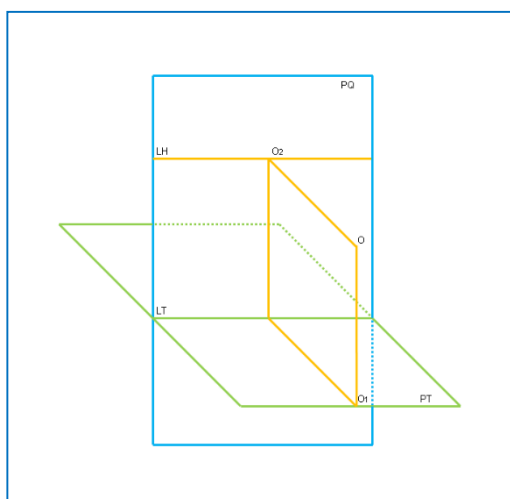


Figura 508: Fase 1, a representação do perspetógrafo.

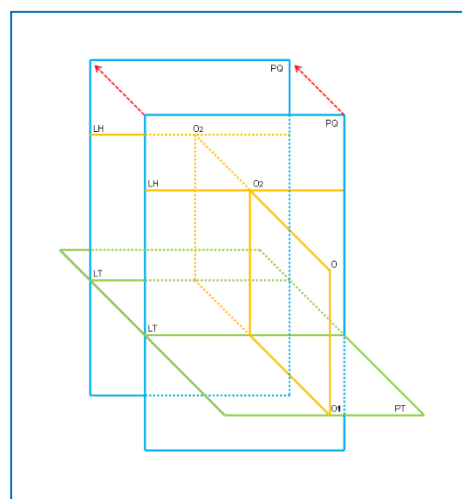


Figura 509: Fase dois, translação do quadro e representação do quadro duplo.

3. Na terceira fase simplifica-se o traçado, e o primeiro plano do quadro, apesar de continuar a existir fica apenas representado pela sua projeção horizontal, (PQ1) (figura 510).
4. Na quarta fase procede-se ao rebatimento do plano de terra (PT) sobre o plano do quadro (PQ), para tornar possível a realização de um desenho de perspetiva cónica linear sobre um suporte bidimensional (figura 511).
5. Na quinta fase após o rebatimento do plano de terra (PT) sobre o plano do quadro (PQ), têm-se todos os traçados necessários à realização de um desenho de perspetiva cónica linear com translação do quadro, ou quadro duplo, sobre um suporte bidimensional (figura 512).

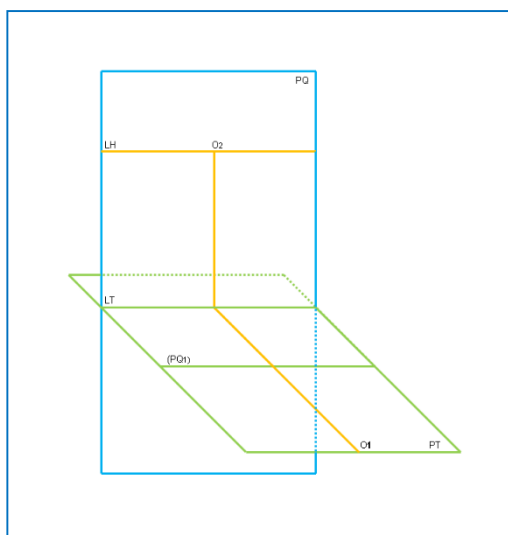


Figura 510: Fase três, simplificação dos traçados ao essencial.

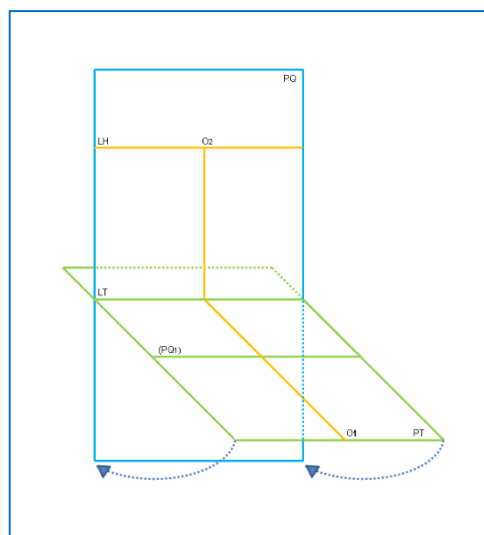


Figura 511: Fase quatro, rebatimento do plano de terra sobre o plano do quadro.

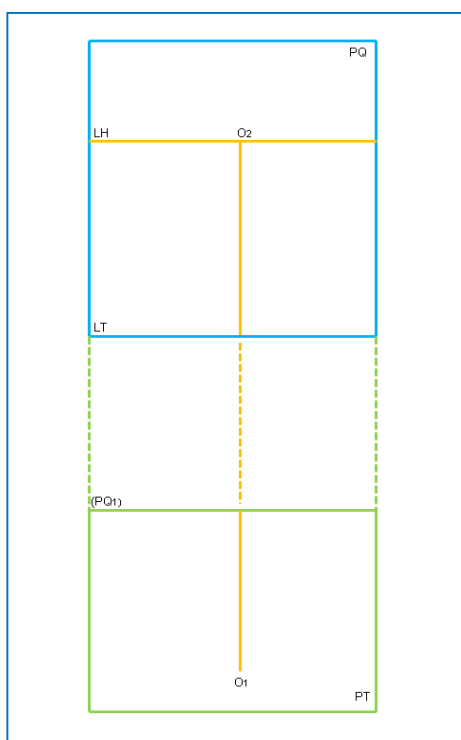


Figura 512: Fase cinco, o plano de terra rebatido sobre o plano do quadro.

Nota: Este procedimento permite uma clara separação entre o que são elementos de projeção cilíndrica ortogonal, vistos de cima e os de projeção cônica vistos de frente. Os elementos O_1 e (PQ_1) são projeções ortogonais do observador e do plano do quadro vistas de cima. LH , LT são elementos da projeção cônica, e estão representados no plano quadro visto de frente. O_2 , projeção cilíndrica ortogonal frontal do observador, pelo facto de se situar no exato ponto de interseção do raio visual principal com o plano do quadro é também uma projeção cônica, muitas vezes indicada com a notação PP , ponto principal.

A distância entre (PQ_1) e LT que no desenho corresponde à distância que o plano do quadro percorre na sua translação não tem um valor fixo, pode ser maior o menor conforme as circunstâncias do desenho, o que poderá ser verificado pelos estudantes na aplicação prática deste método.

Lição nº39

O método expedito com translação do plano do quadro

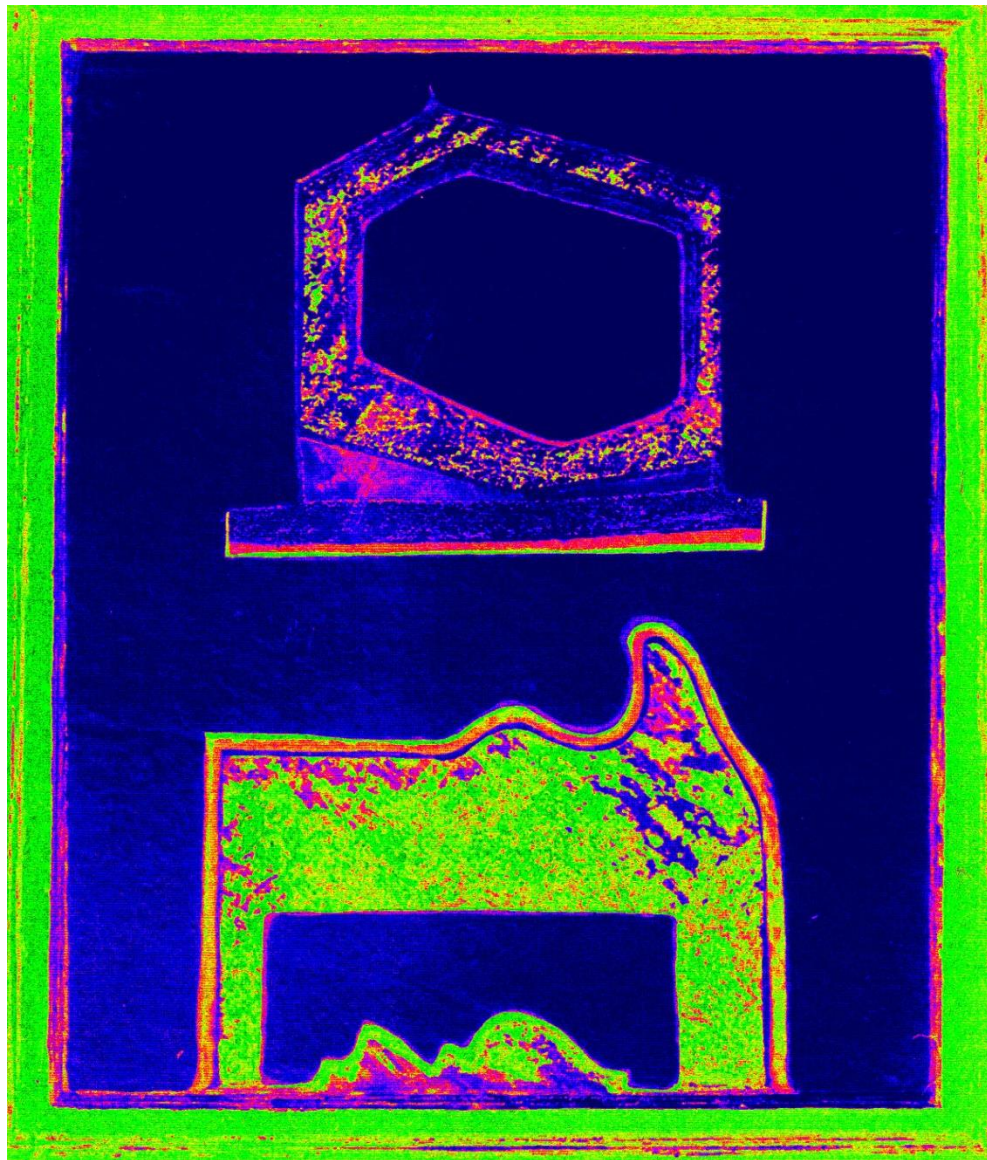


Figura 513: "O sonho de Anúbis", 1985, José Mário.

39.1. Introdução

O método expedito com translação do plano do quadro, tal como o método de quadro único, baseia-se na prévia determinação dos pontos de fuga das arestas do objeto e da sua aplicação no processo de construção da sua estrutura linear tridimensional. A única diferença reside no facto de se acrescentar ao processo a translação do plano do quadro. Como os estudantes comprovarão, a aplicação da translação do plano do quadro permite a resolução de exercícios sem que ocorra a sobreposição da perspectiva cónica linear do objeto sobre a sua projeção cilíndrica ortogonal horizontal, o que torna todo o processo de desenho facilmente compreensível. Para além de facilitar o processo construtivo coloca mais em destaque a perspectiva do objeto em si. Isto permite que não seja necessária uma representação final passada para uma folha anexa de papel vegetal para melhorar a sua leitura e interpretação. Qualquer versão de qualquer método pode ser resolvida com translação do plano do quadro.

39.2. Processo resolutivo do método expedito com translação do plano do quadro

Caso 1. Objeto no espaço real

Na exemplificação com que iniciamos a explicação deste método aos estudantes, escolhemos um determinado objeto situado no espaço real, que como convém deve ser simples para um melhor entendimento de todo o processo, e realizamos a sua perspectiva com dois pontos de fuga (figura 514).

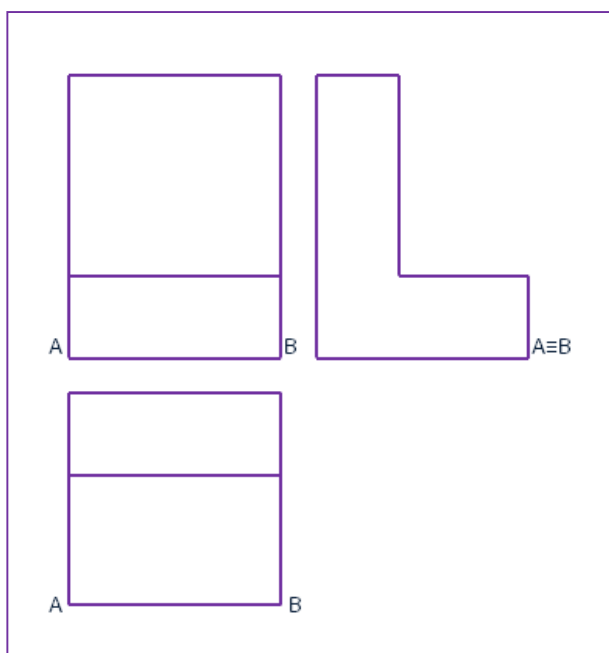


Figura 514: Objeto dado em tripla projeção ortogonal.

1. O processo de realização de uma perspectiva cónica oblíqua pelo método expedito com translação do plano do quadro inicia-se de um modo semelhante ao método anterior, com uma ligeira diferença, pois em primeiro lugar só se representa o plano vertical principal, a projeção horizontal do observador, e a projeção horizontal do plano do quadro (figura 515).
2. Em segundo lugar representa-se a projeção horizontal do objeto conforme os dados do enunciado. Só após esta representação, recorrendo a uma translação para uma posição que evite a sobreposição de traçados, representa-se novamente o plano do quadro, agora frontalmente, com a linha do horizonte e a linha de terra (figura 516).
3. Determinam-se os pontos de fuga das retas que contêm as arestas da planta (figura 517).
4. Determinam-se os pontos de nascerça das retas que contêm as arestas da planta e faz-se a sua translação, $N_1 > N_1$; $N_2 > N_2$; $N_3 > N_3$; $N_4 > N_4$; $N_5 > N_5$ (figura 518).

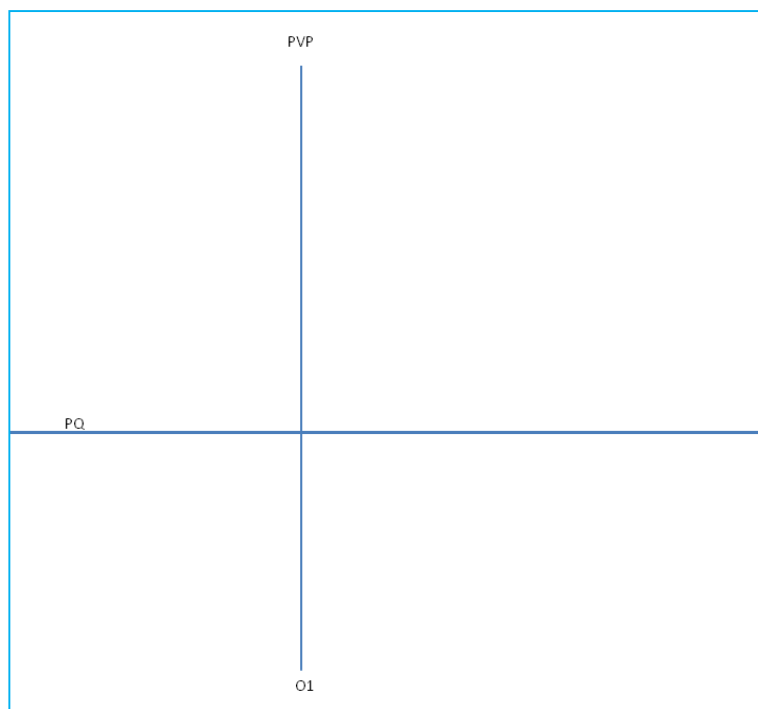


Figura 515: Representação do plano visual principal e do plano do quadro.

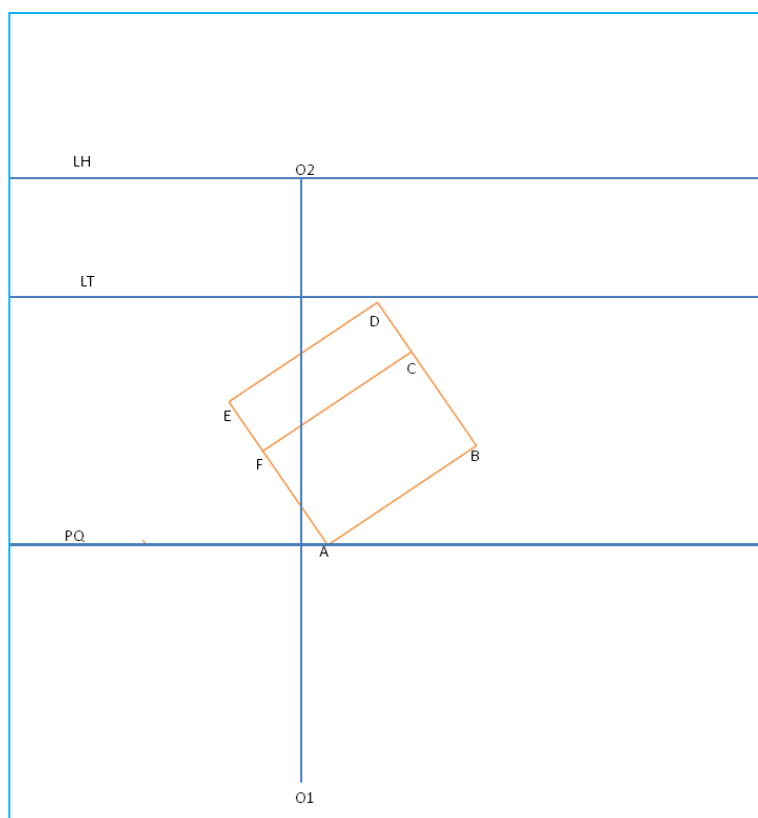


Figura 516: Conclusão da representação do perspetógrafo com a colocação da planta do objeto.

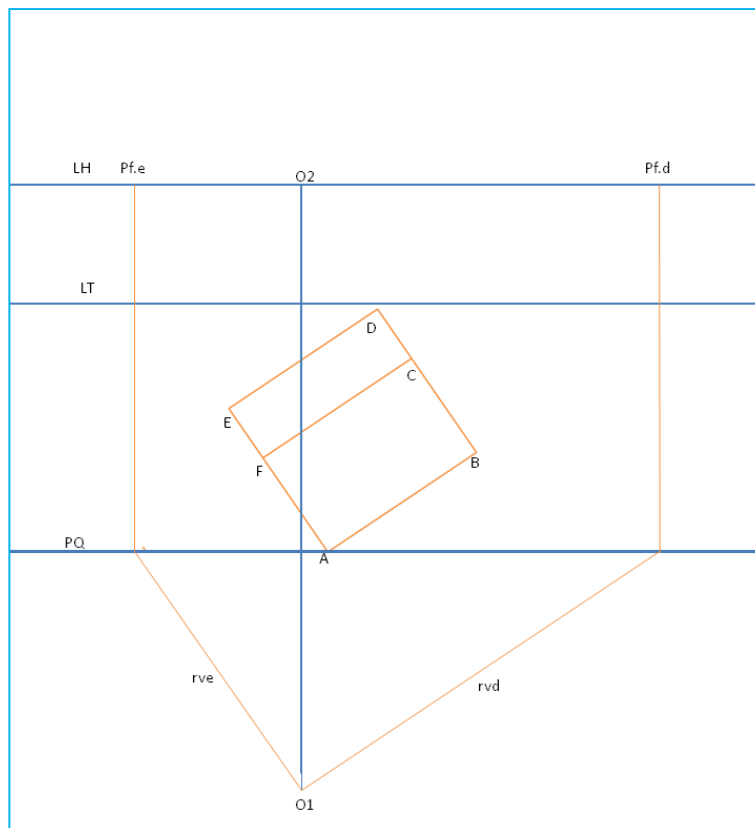


Figura 517: Determinação dos pontos de fuga.

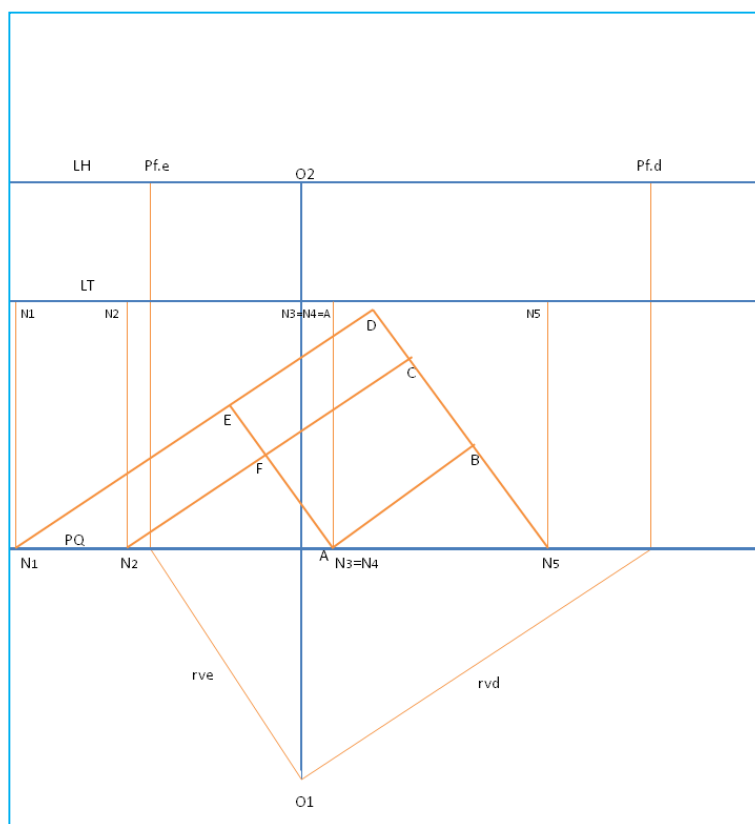


Figura 518: Determinação dos pontos de nascer

5. Perspetivam-se as retas que contêm as arestas da planta, isto é, unem-se os seus pontos de nascer aos seus pontos de fuga. Obtemos assim a perspetiva da planta do objeto (figura 519).

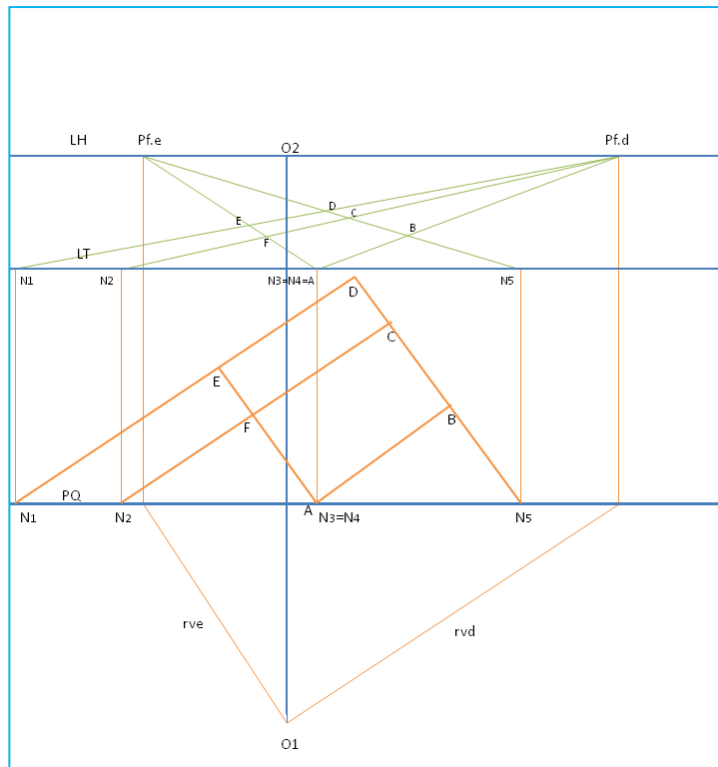


Figura 519: Determinação da perspectiva da planta.

6. Traça-se uma escala com duas alturas, em que o ponto de cota zero seja colocado sobre um dos pontos de nascente (n_5). Sobre essa escala marcam-se as cotas que pretendemos e traçam-se as retas horizontais correspondentes. “Levantam-se” os pontos cujas projeções horizontais pertencem à linha de cota 0, no, até às linhas horizontais, n' e n'' , conforme as suas cotas (figura 520).

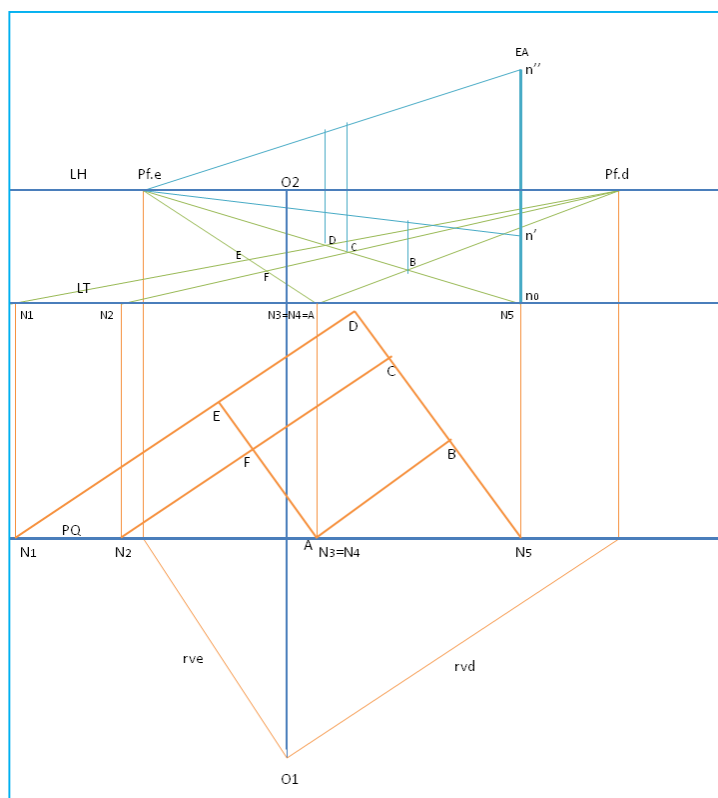


Figura 52o: Recorrendo a uma escala de altura inicia-se o processo de representar a estrutura tridimensional do objeto.

7. A partir desses pontos B' , C' , C'' , D'' , às cotas das retas n' e n'' , traçam-se as retas horizontais de direção oposta, recorrendo ao ponto de fuga correspondente. Na interseção das retas horizontais que se dirigem para os dois pontos de fuga, encontram-se todos os outros vértices da figura (figura 521).

8. Num processo subtrativo eliminam-se as linhas já desnecessárias que possam causar algum ruído e dificultem a leitura (figura 522).

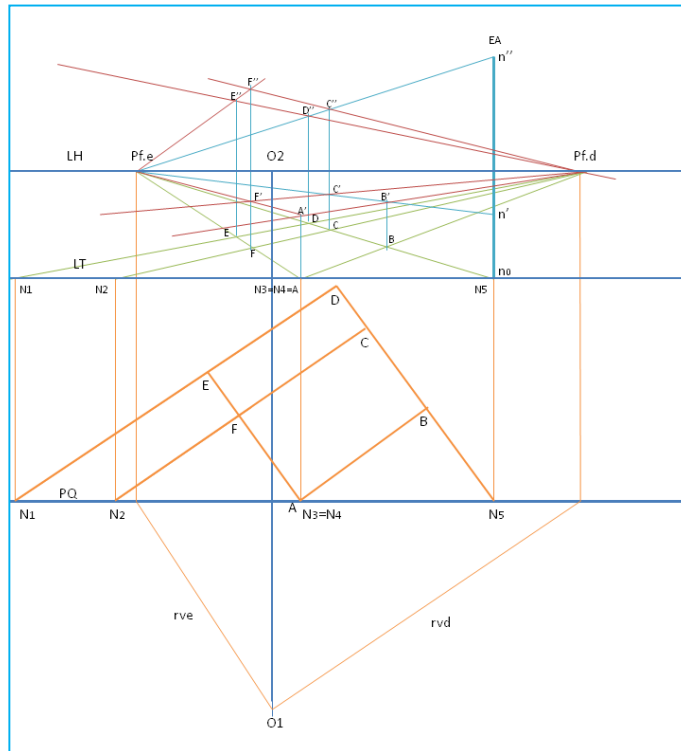


Figura 521: Construção da estrutura.

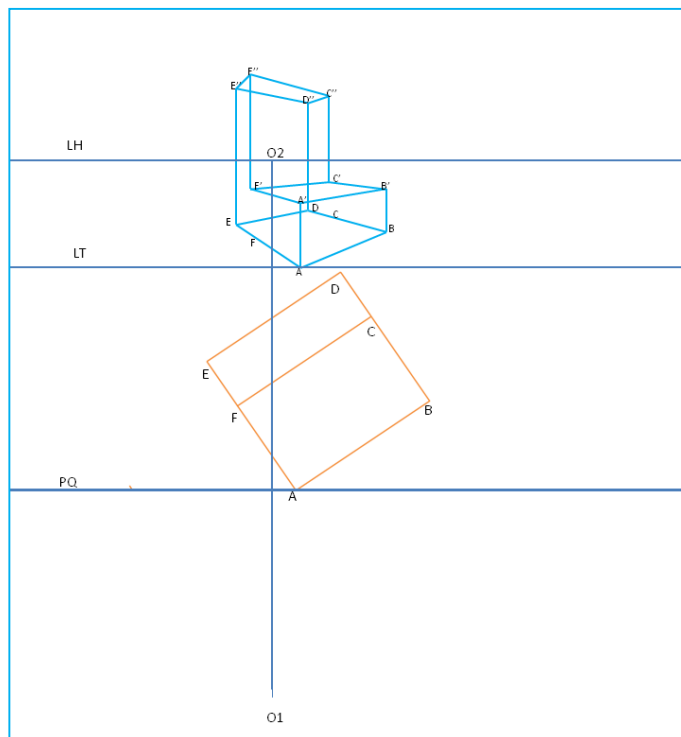


Figura 522: Colocar em destaque a estrutura do objeto tridimensional do objeto.

9. Numa fase seguinte definem-se as arestas visíveis e invisíveis do objeto (figura 523).
10. Quando se representa a última etapa em papel vegetal, pode resumir-se o desenho unicamente ao objeto em perspetiva (figura 524).

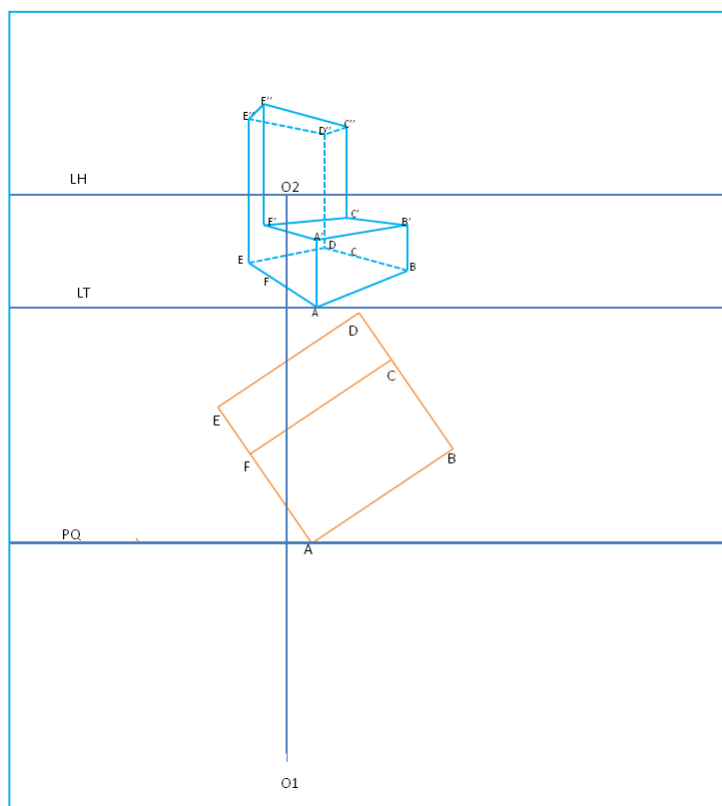


Figura 523: Definir arestas visíveis e arestas.

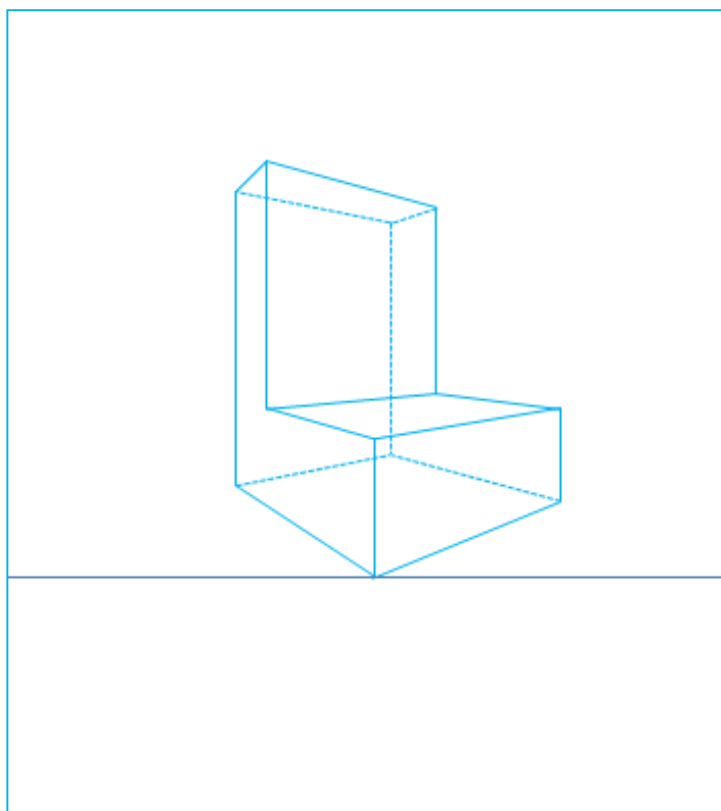


Figura 524: Representação final do objeto.

Caso 2. Objeto no espaço intermédio

No segundo exemplo o objeto, similar ao objeto do exemplo anterior, encontra-se no espaço intermédio (figura 525).

1. O processo inicia-se como no exemplo anterior, a única diferença reside no facto de a planta do objeto ser colocada no espaço intermédio (figura 526).

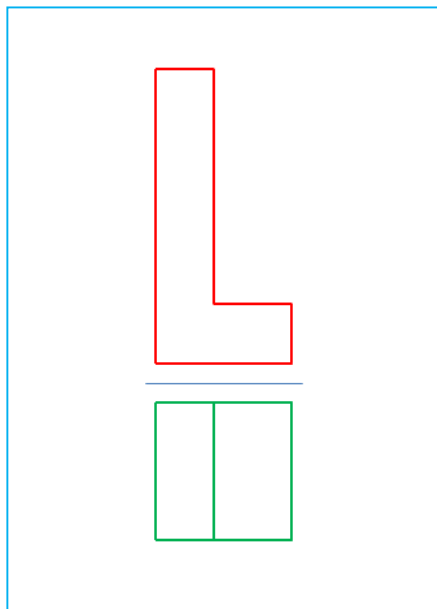


Figura 525: Objeto dado em dupla projeção ortogonal.

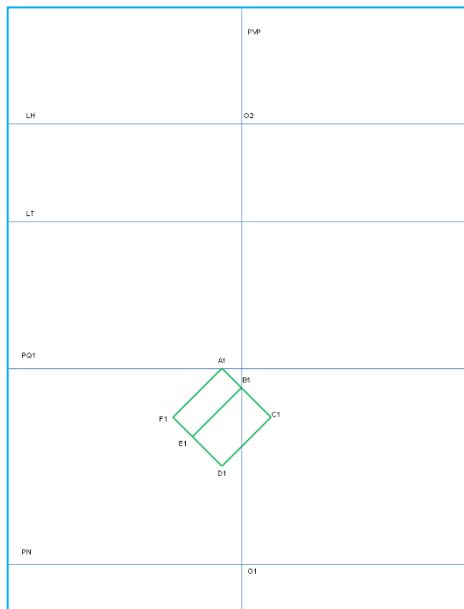


Figura 526: Representação do perspetógrafo.

2. Determinam-se os pontos de fuga das retas que contêm as arestas da planta (figura 527).

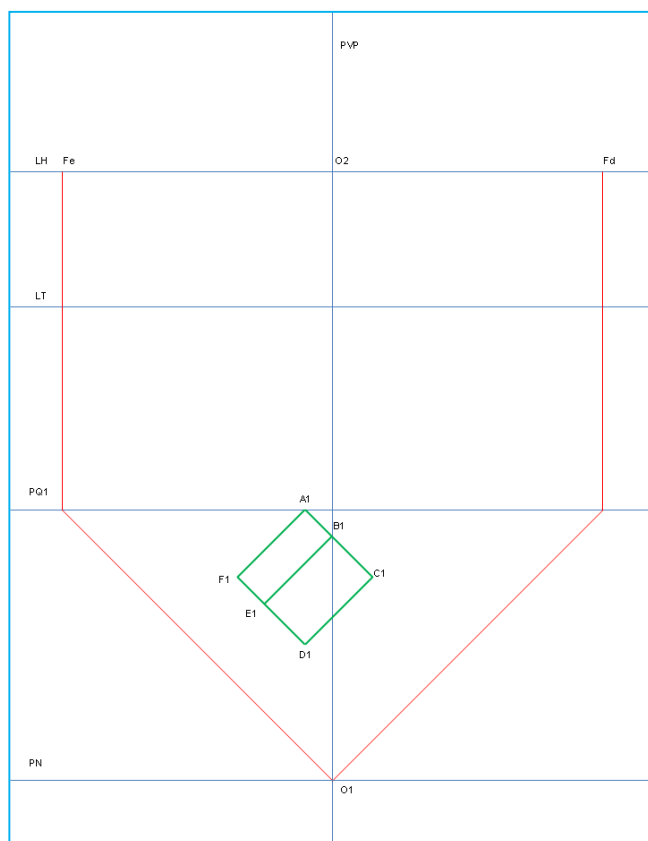


Figura 527: Determinação dos pontos de fuga.

3. Determinam-se os pontos de nasção das retas a, b, c, d, e , que contêm as arestas da planta e faz-se a sua translação, $N1a > Na$; $N1b > Nb$; $N1c > Nc$; $N1d > Nd$; $N1e > Ne$ (figura 528).

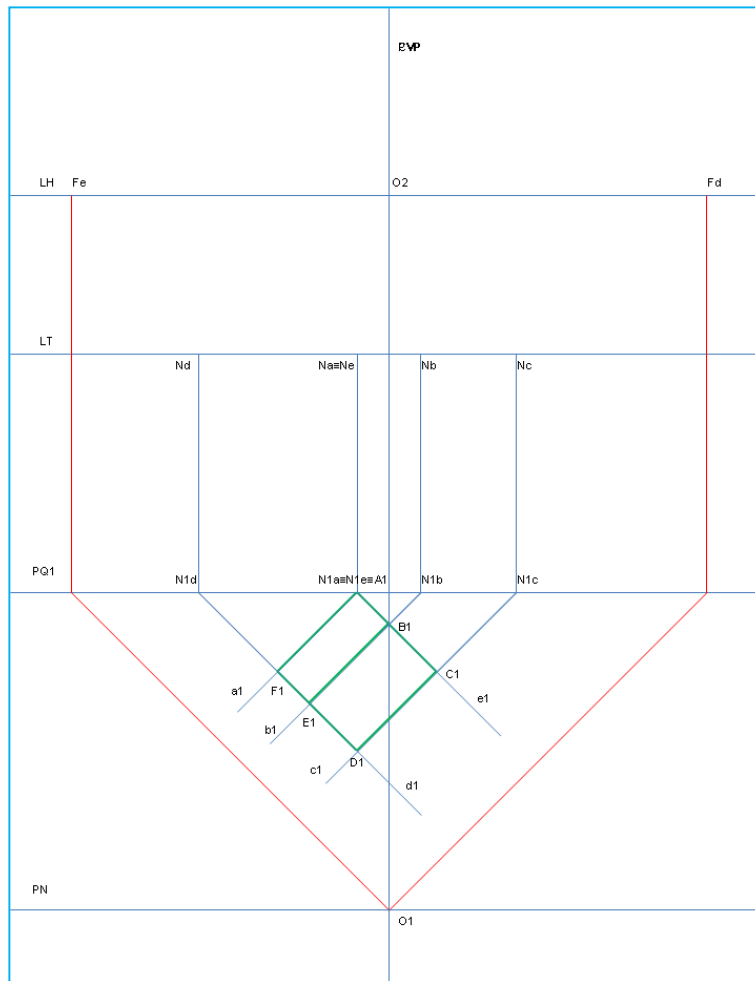


Figura 528: Determinação dos pontos de nasção das retas que contêm as arestas do objeto.

4. Perspetivam-se as retas que contêm as arestas da planta, unindo os seus pontos de nasção aos seus pontos de fuga. Obtemos assim a perspetiva da planta do objeto (figura 529).

5. Com recurso a uma escala $EA.H$ com duas alturas, H' e H'' , cujo ponto de cota zero está colocado no ponto de nasção (Nd), traçam-se as retas horizontais h' e h'' correspondentes. Perspetivam-se os pontos contidos no plano da escala de alturas conforme as suas cotas, E' , F' e E'' , e a partir desses pontos traçam as linhas que permitem construir toda a estrutura linear tridimensional do objeto (figura 530).

6. Eliminam-se todas as linhas que já não são necessárias, para destacar a forma do objeto (figura 531).

7. O processo conclui-se com a definição das arestas visíveis e invisíveis do objeto (figura 532).

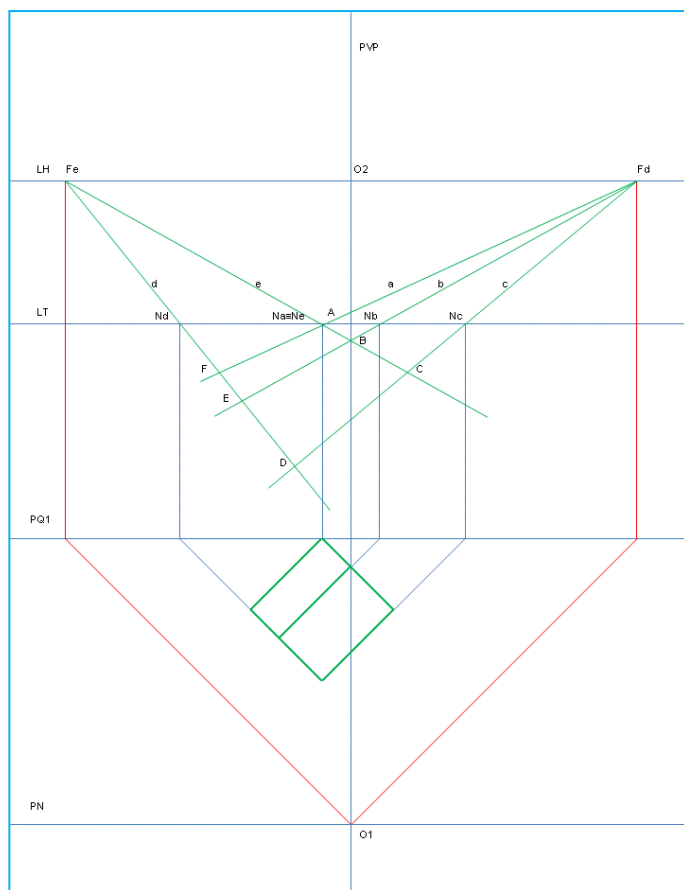


Figura 529: Representação da planta perspectivada.

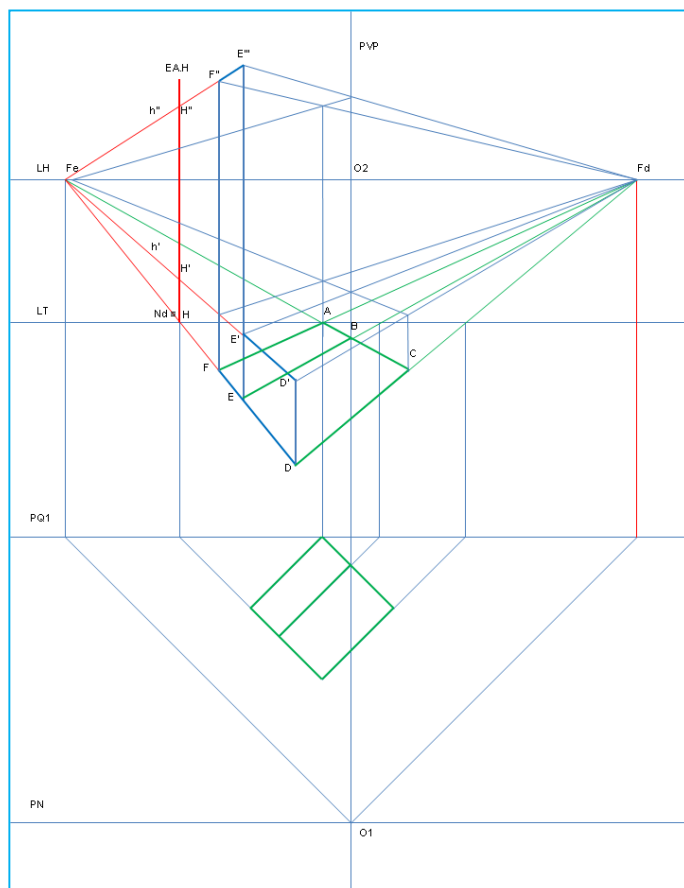


Figura 530: Construção da estrutura tridimensional do objeto.

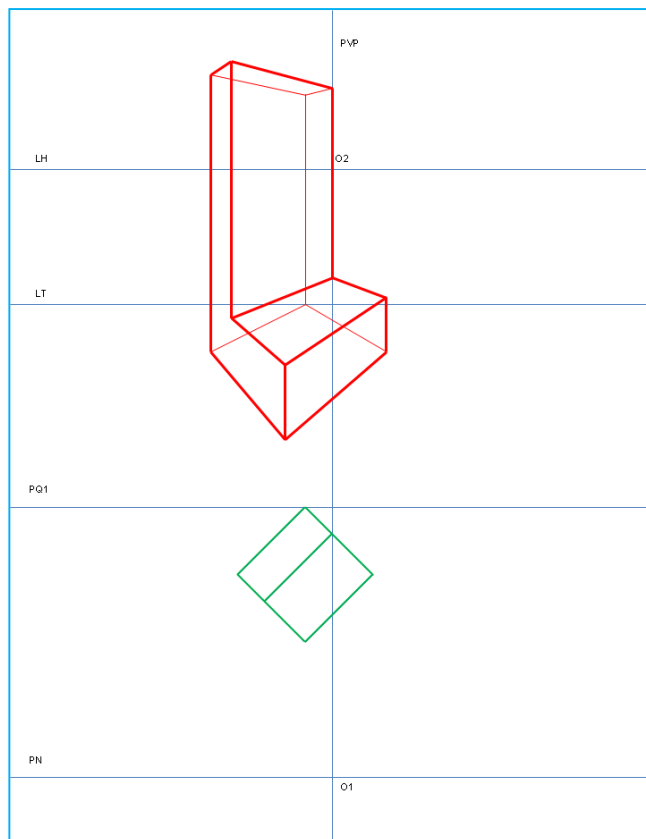


Figura 531: Representação da totalidade da estrutura do objeto.

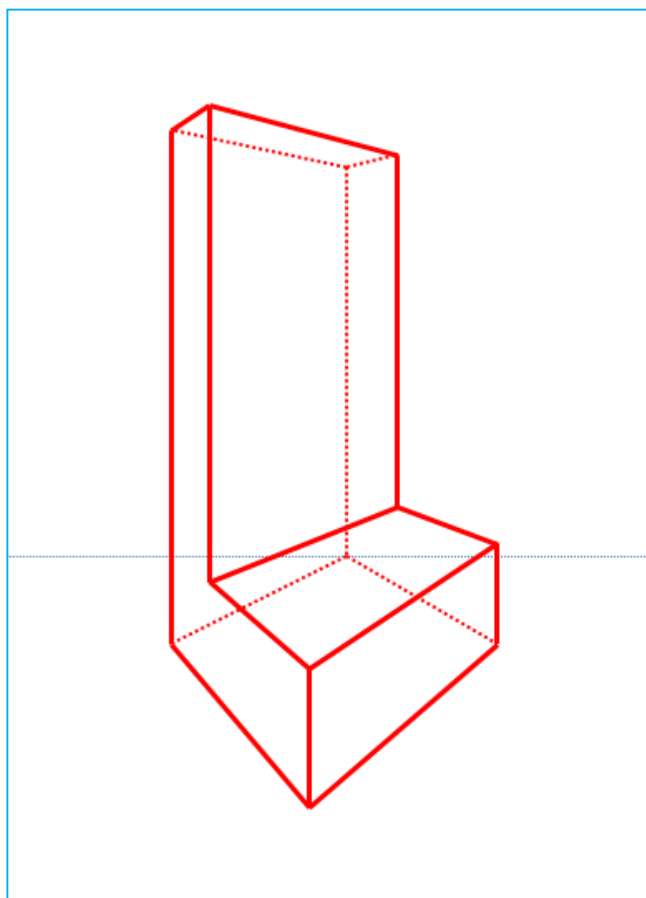


Figura 532: Representação final.

Lição nº40

Método misto com translação do plano do quadro

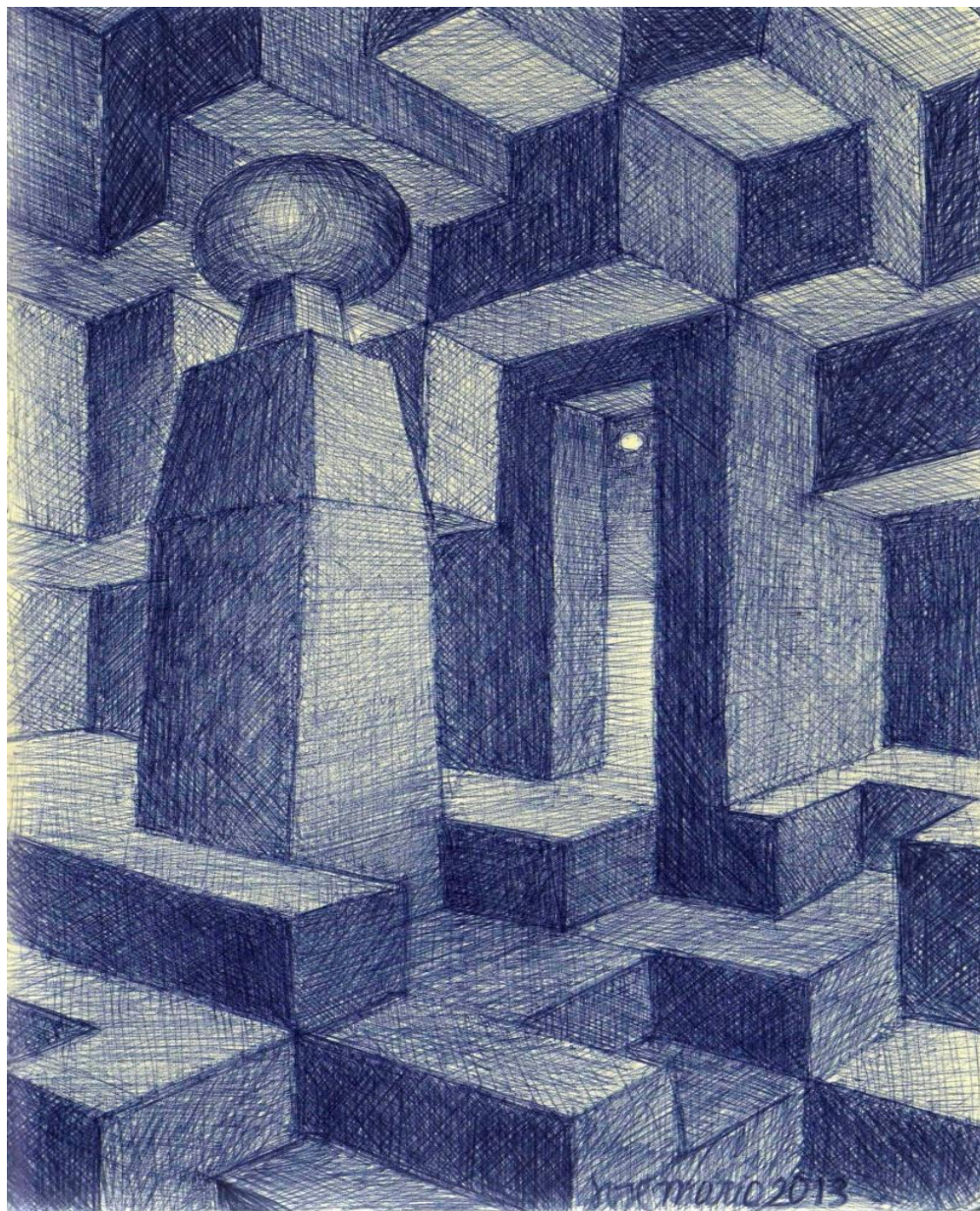


Figura 533: "O templo", 2013, José Mário.

40.1. Introdução

O método misto com translação do plano do quadro consiste, tal como no método misto simples, na aplicação em simultâneo do ponto de fuga central e dos raios visuais, mas ao qual se acrescenta a translação do plano do Quadro.

Como já foi constatado pelos estudantes na resolução exercícios de perspectiva com dois pontos de fuga, a aplicação da translação do plano quadro permitiu evitar concentrações e sobreposições de traçados, o que tornou a execução do desenho mais simples e mais “limpa”, e que, por essa mesma razão, veio a facilitar a sua leitura e interpretação. De igual poderão também comprovar que a aplicação da translação ao método misto vem igualmente facilitar a execução e a compreensão dos desenhos.

40.2. Processo resolutivo do método misto com translação do plano do quadro

Tal como já observamos anteriormente, na execução de uma perspectiva central, isto é, de uma perspectiva com um ponto de fuga, os traçados necessários à aplicação do método misto, (ponto de fuga + raios visuais), coincidem graficamente com os traçados aplicáveis no método dos raios visuais em planta, o que não coincide são as notações. Nestes dois casos decidimos aplicar as notações referentes ao método misto.

Caso 1. Objeto no espaço real

No primeiro caso que apresentamos aos estudantes, o objeto é de formas simples e encontra-se no espaço real. Já fizemos a perspectiva deste objeto sem translação do plano do quadro. Como sabemos trata-se de um exercício com um ponto de fuga.

1. É dado um objeto em dupla projeção ortogonal (figura 534).
2. Representa-se em primeiro lugar o perspetógrafo seguido da projeção horizontal do objeto (figura 535).

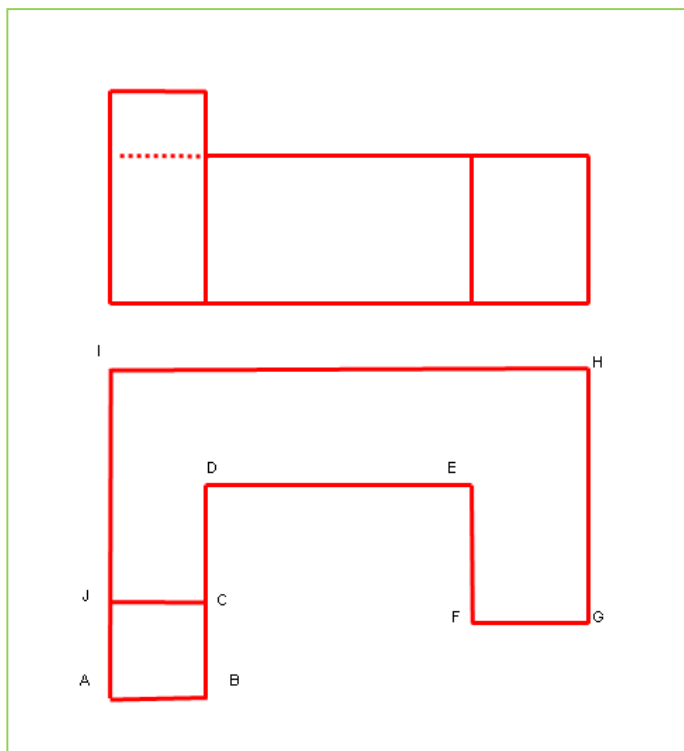


Figura 534. Representação triédrica do objeto.

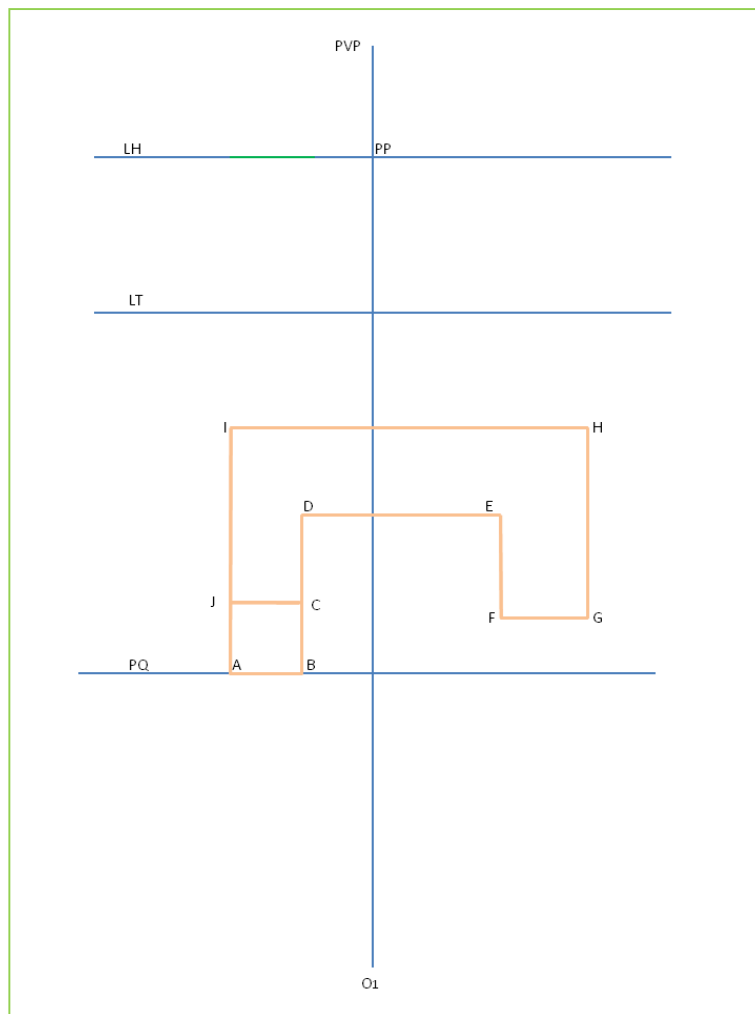


Figura 535. Perspetógrafo e planta do objeto.

3. Traçam-se as retas perpendiculares ao plano do quadro a, b, c, d , passando pelas arestas da planta do objeto, determinam-se os seus pontos de nascerça Na, Nb, Nc, Nd , faz-se a sua translação e obtém-se Na', Nb', Nc', Nd' . Representam-se as perspetivas das retas perpendiculares ao plano do quadro a', b', c', d' (figura 536).

4. Pela projeção horizontal do observador traçam-se as projeções horizontais dos raios visuais que passam pelas projeções horizontais dos pontos determinando assim as perspetivas de quatro pontos a quatro diferentes profundidades. Como os estudantes já sabem, quando a morfologia e a posição do objeto são de tal ordem que só há arestas perpendiculares ao plano do quadro e arestas paralelas ao plano do quadro, basta perspetivar um ponto guia de cada uma das profundidades, para posteriormente determinar todos os outros os outros pontos (figura 537).

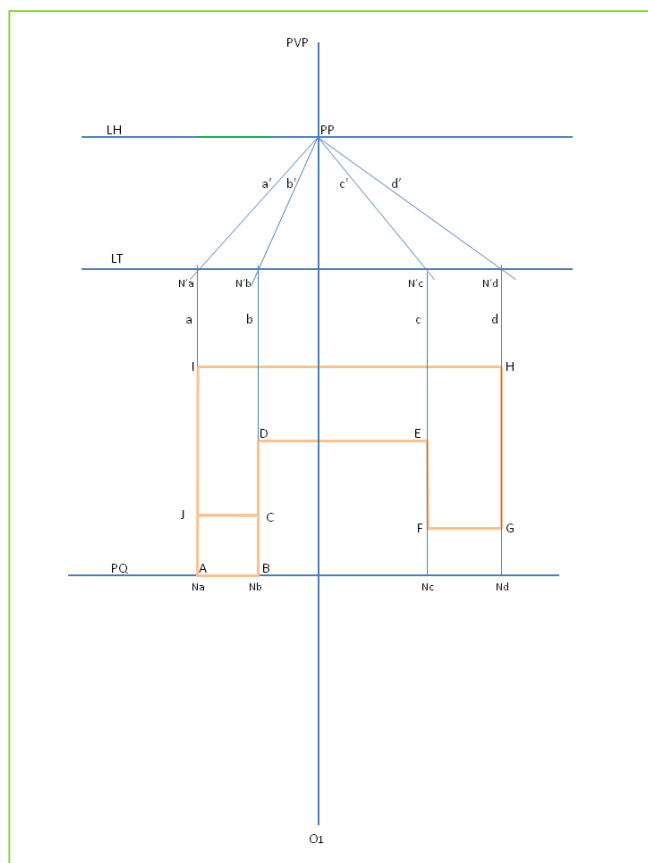


Figura 536: Traçado das retas perpendiculares ao plano do quadro e das respectivas perspectivas.

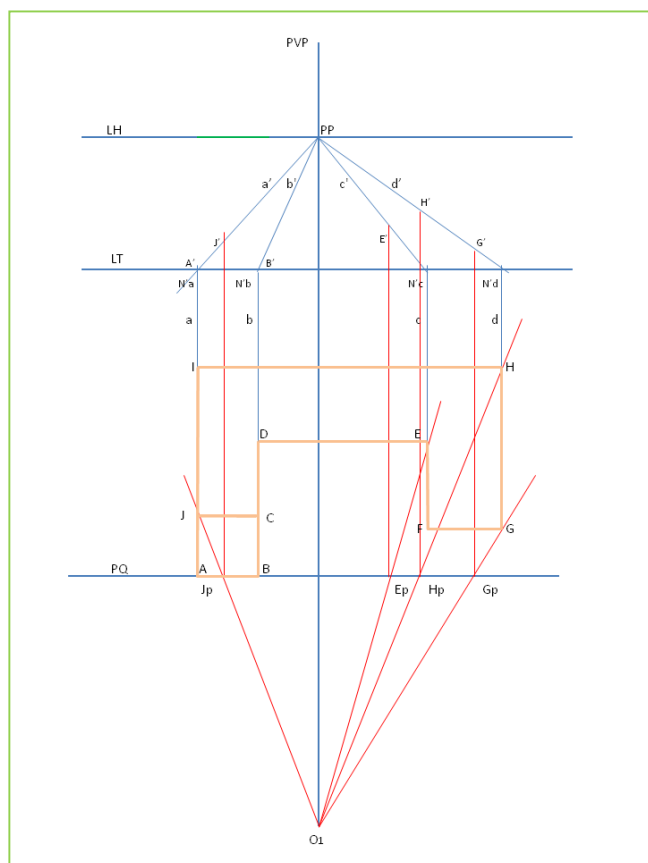


Figura 537: Traçado dos raios visuais para perspetivar pontos guias.

5. A partir dos pontos guias, determina-se a perspectiva da planta (figura 538).

6. Aplicando uma escala de alturas, inicia-se o processo de construção da estrutura tridimensional do objeto (figura 539).

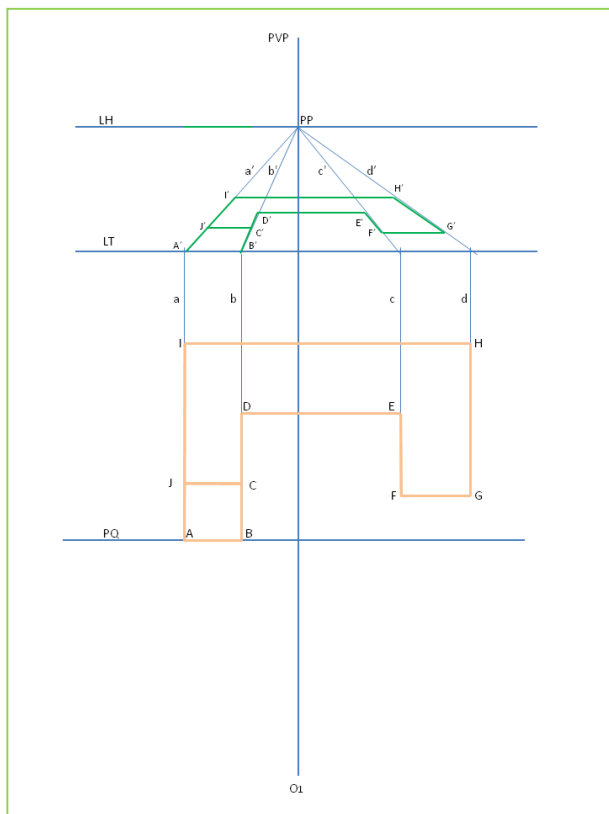


Figura 538: Determinação da perspectiva da planta.

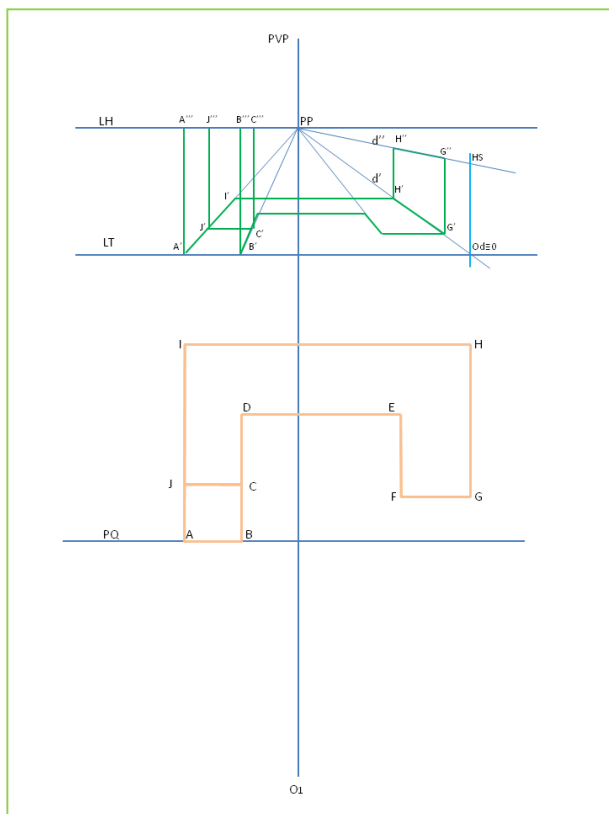


Figura 539: Aplicação de uma escala de alturas.

7. No final do processo de aplicação da escala de alturas, obtém-se a estrutura tridimensional do objeto (figura 540).

8. Após a obtenção da estrutura tridimensional do objeto, definem-se quais arestas que são visíveis, e quais as que são invisíveis (figura 541).

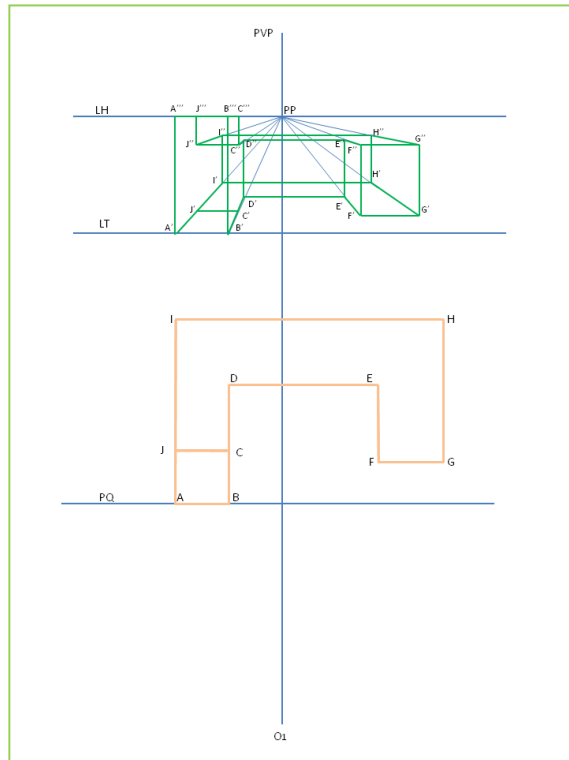


Figura 540: Conclusão da estrutura tridimensional do objeto.

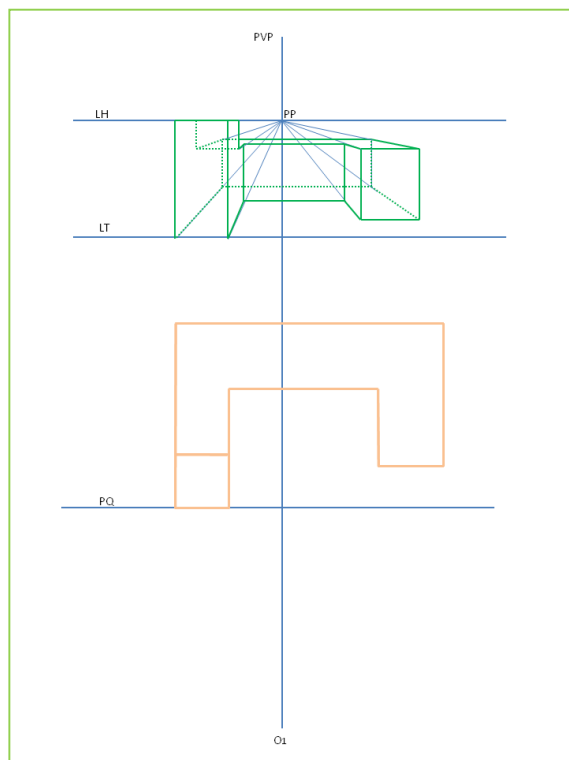


Figura 541: Definição das arestas visíveis e das arestas.

9. Como resultado final basta apresentar unicamente a perspectiva do objeto, sem notações nem linhas auxiliares. Neste caso, conjuntamente com a perspectiva do objeto, optamos por deixar a linha de terra (figura 542).

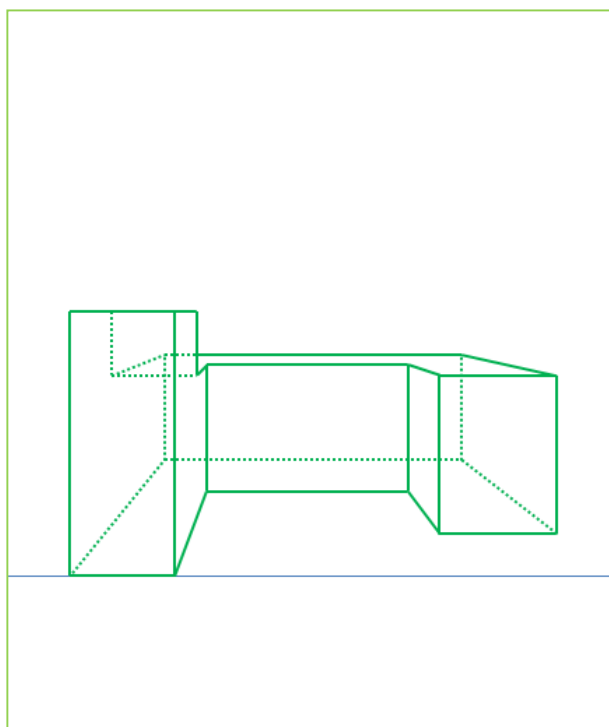


Figura 542. Representação final do objeto.

Caso 2. Objeto no espaço intermédio

Neste segundo caso que apresentamos, o objeto encontra-se no espaço intermédio. Este objeto não pertence ao grupo dos utilizados nas aulas iniciais. A perspetivação deste tipo de objetos só é feita quando os estudantes já têm uma prática mais adiantada.

1. É dado um objeto de tipo comum em tripla projeção ortogonal (figura 543).
2. Inicia-se o processo representando o perspetógrafo e seguidamente a projeção horizontal do objeto (atenção que, pelo facto do objeto se encontrar no espaço intermédio, o deslocamento a atribuir para a translação tem que ser calculado previamente) (figura 544).
3. Traçam-se as retas perpendiculares ao plano do quadro, que contêm as arestas da planta do objeto, determinam-se os seus pontos de nascença e faz-se a sua translação. Representam-se as retas perpendiculares ao plano do quadro em perspetiva (figura 545).
4. Traçam-se as projeções horizontais dos raios visuais que passam pelas projeções horizontais dos pontos, perspetiva-se um ponto-guia de cada uma das profundidades, e traçam-se as retas fronto-horizontais que vão permitir determinar as perspetivas de todos os outros pontos da planta (figura 546).
5. Representa-se uma escala de alturas. Neste caso optamos por uma escala que não utiliza o ponto de fuga central para evitar confusões de traçados. Traçam-se as horizontais a partir dos pontos da planta até à linha de cota zero da escala de alturas, e aí levantam-se até às alturas respetivas (figura 547).
6. Levantam-se as verticais a partir dos pontos da planta perspetivados, e lançam-se as horizontais com as suas respetivas alturas a partir da escala de alturas (figura 548).
7. Na interseção das verticais com as horizontais obtemos todos os vértices do objeto, e consequentemente todas as suas arestas (figura 549).

8. No desenho final podem eliminar-se todas as linhas que possam dificultar a leitura do objeto (figura 550).

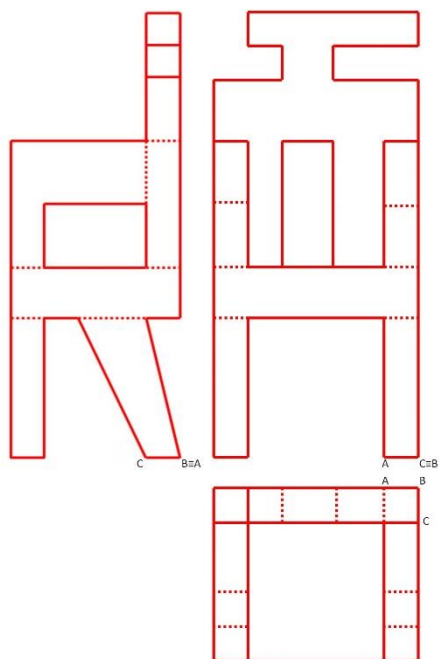


Figura 543: Representação triédrica do objeto.

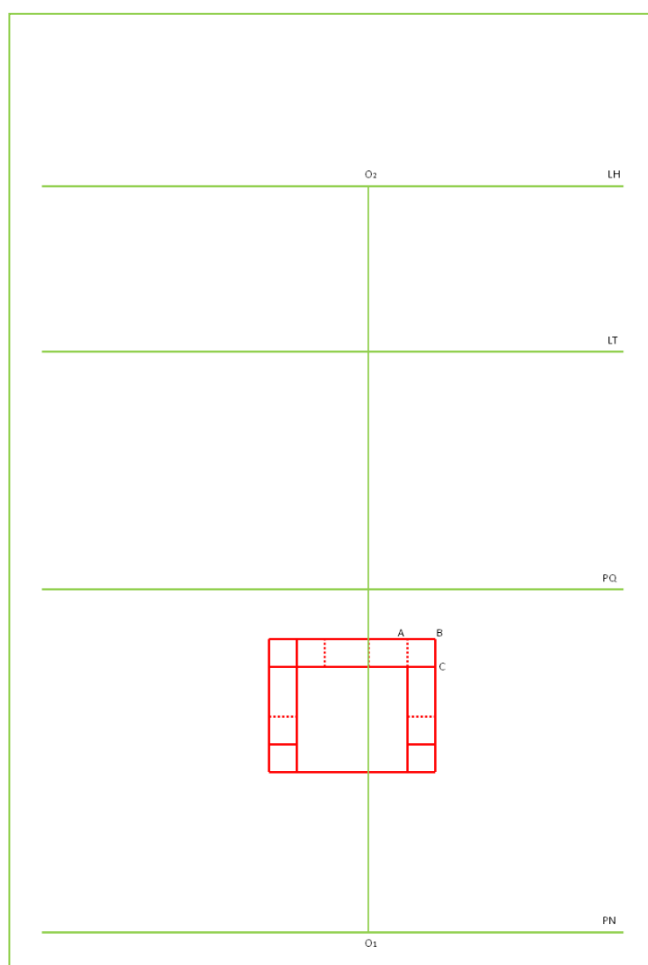


Figura 544: Representação do perspetógrafo e da planta do objeto.

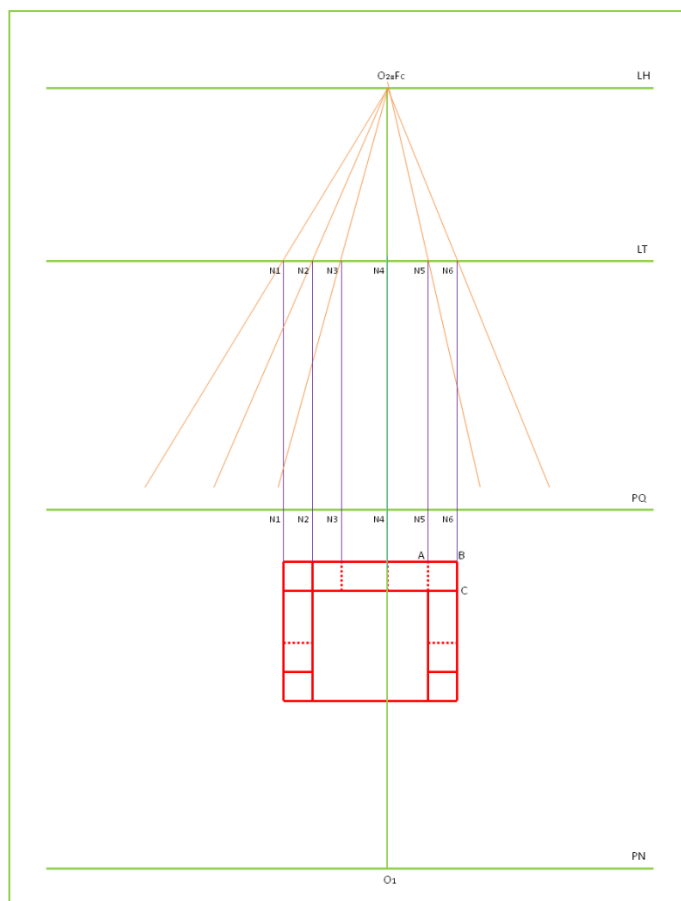


Figura 545: Representação das retas perpendiculares ao plano das respectivas perspectivas.

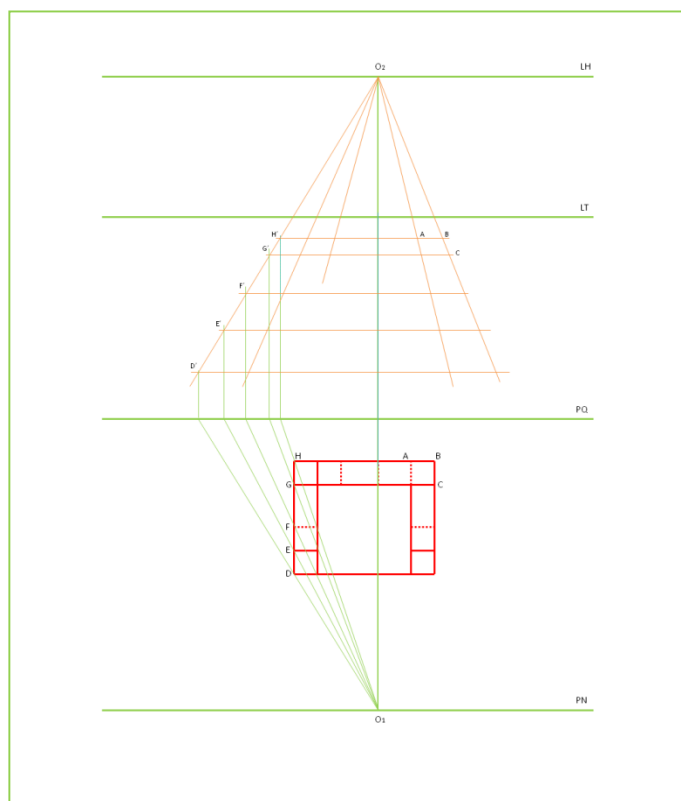


Figura 546: Perspetivação de pontos-guia com recurso a raios visuais.

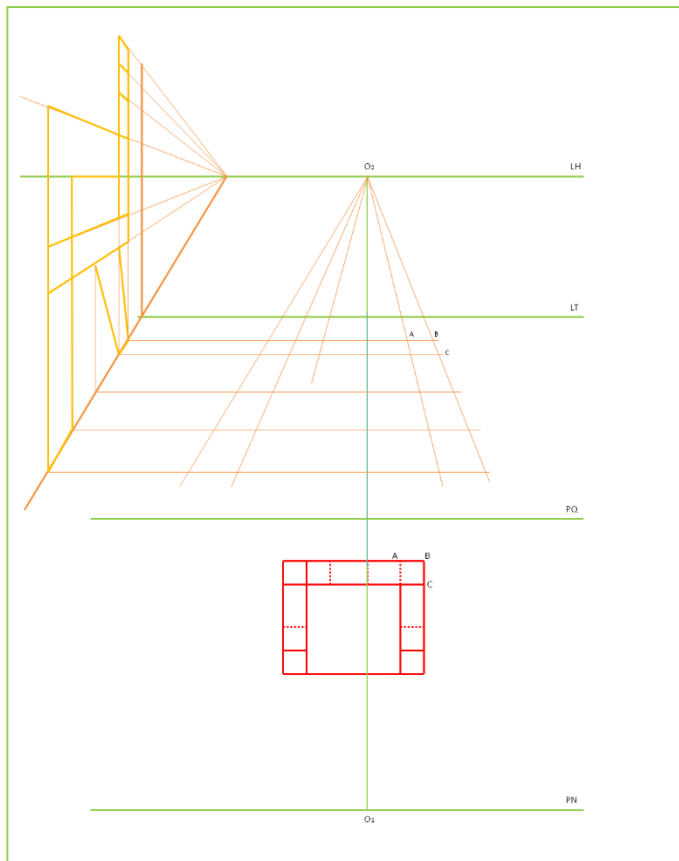


Figura 547: Representação de uma escala de alturas auxiliar.

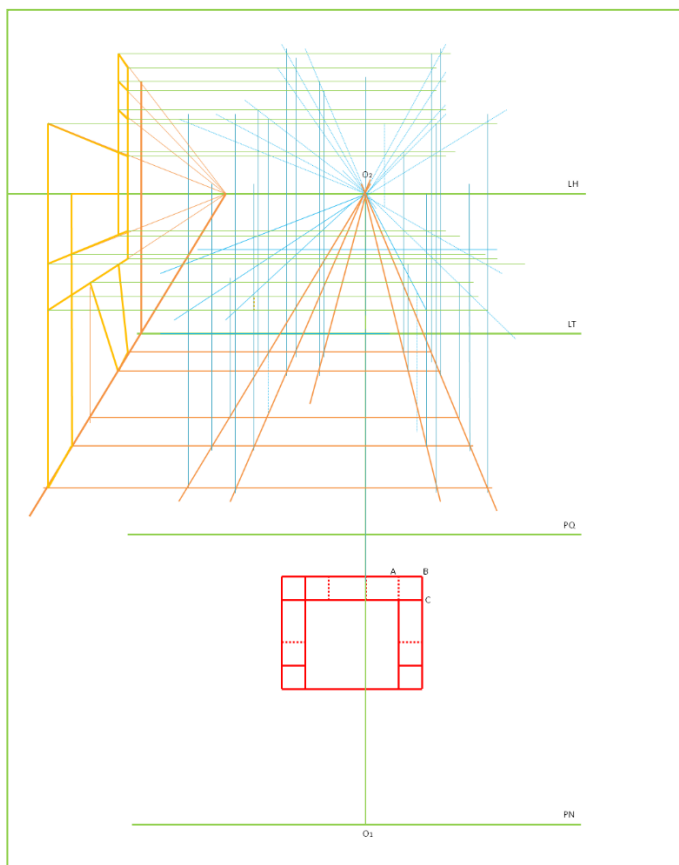


Figura 548: Com o auxílio da escala de alturas inicia-se o processo de construção da estrutura tridimensional do objeto.

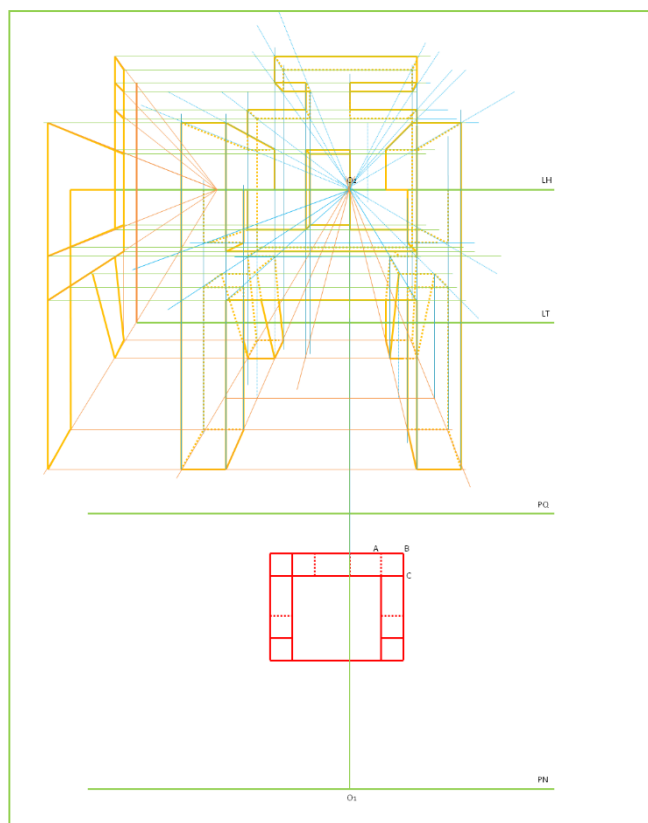


Figura 549: Conclusão da construção da estrutura do objeto e definição das suas arestas visíveis e invisíveis.

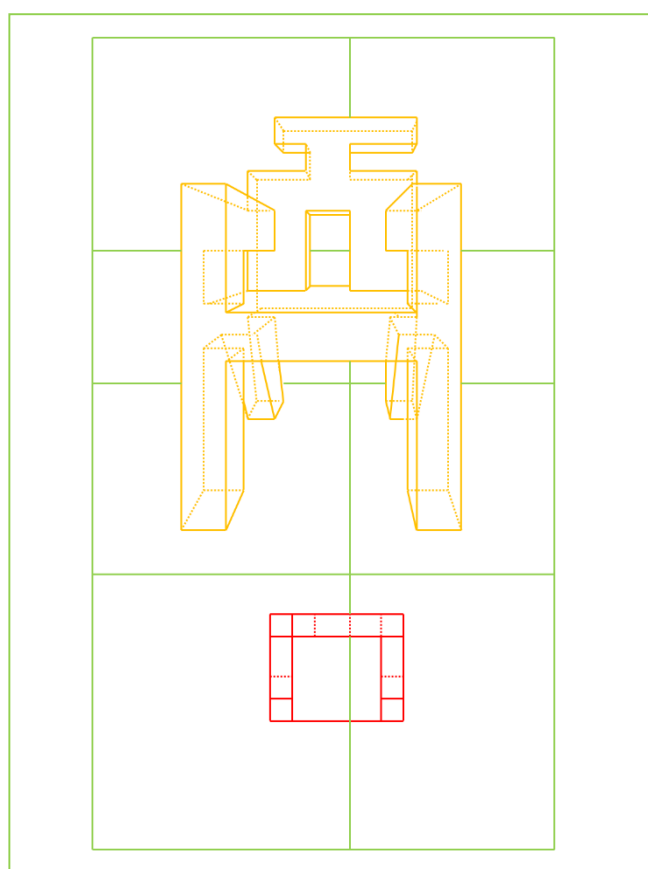


Figura 550: Representação final do objeto.

NOTA: Conclui-se assim o estudo que dedicamos aos métodos de resolução de perspectiva cónica linear. Após a compreensão dos fundamentos teóricos e dos conhecimentos práticos processuais, os estudantes passam à sua aplicação em exercícios pensados para o efeito. Exercícios de leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical.

Série 41: leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical

Nos exercícios imaginados para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro vertical o estudante deve ser capaz de desmontar mentalmente qualquer representação nesse tipo de perspectiva, de determinar as medidas reais do objeto ou espaço representado, e, a partir desse conhecimento, deve ser capaz de o representar em tripla projeção ortogonal. O estudante deve ter adquirido a competência para compreender os processos construtivos da perspectiva cónica linear para poder fazer a sua reversão.

Exercício 1

Dados:

É dada uma imagem de um objeto lúdico em perspectiva cónica linear. Propositadamente foram apagadas todas as linhas que permitiram essa representação. Devem ser perceptíveis alguns vestígios de uma construção linear que permitiu a perspectiva do objeto. Foram deixadas no desenho quatro linhas, não identificadas pelas iniciais dos seus nomes, mas que o estudante tem que reconhecer. Estas linhas são indispensáveis à reversão do exercício até à determinação das suas medidas reais. A única referência concreta é relativa à projeção horizontal do observador (se pretendermos acrescentar um pouco mais de dificuldade ao exercício não assinalamos a projeção horizontal do observador, terá de ser o estudante a determinar a sua posição).

Objetivos:

1º representar todas as linhas que fizeram parte do processo construtivo da perspectiva:

- A) retas da planta em perspectiva.
- B) colocação dos pontos de fuga sobre a linha do horizonte.
- C) raios visuais paralelos à projeção horizontal ortogonal do objeto que permitiram determinar os pontos de fuga.
- D) representar a projeção horizontal ortogonal do objeto.
- E) determinar uma escala de alturas que possa ter permitido o “levantamento” do objeto.

2º representar o objeto em tripla projeção ortogonal do 1º diedro e devidamente cotado.

Normas de representação:

Na primeira fase da resolução que não tem um caráter de desenho final, não é necessário representar as arestas invisíveis a traço interrompido, já que o verdadeiro interesse desse desenho é o de desvendar o valor real das medidas do objeto. Basta destacar as arestas visíveis.

Na segunda fase da resolução, isto é, na representação final do objeto, devidamente cotado, em tripla projeção ortogonal do 1º diedro seguem-se as convenções usuais. Arestas visíveis: traço contínuo médio. Arestas invisíveis: traço interrompido fino.

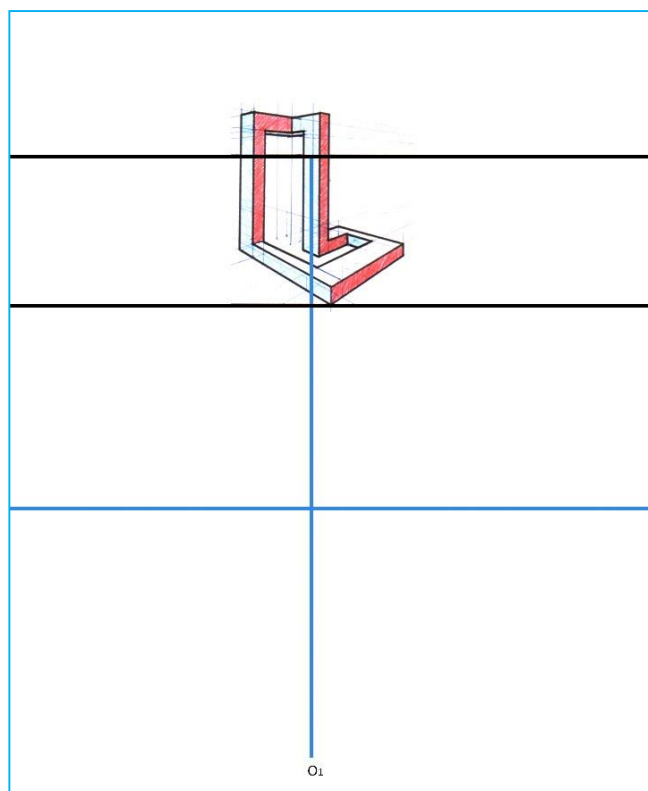


Figura 551: Representação dos dados.

Fase 1: Reconstruir o processo de perspetivação para obter as medidas reais do objeto.

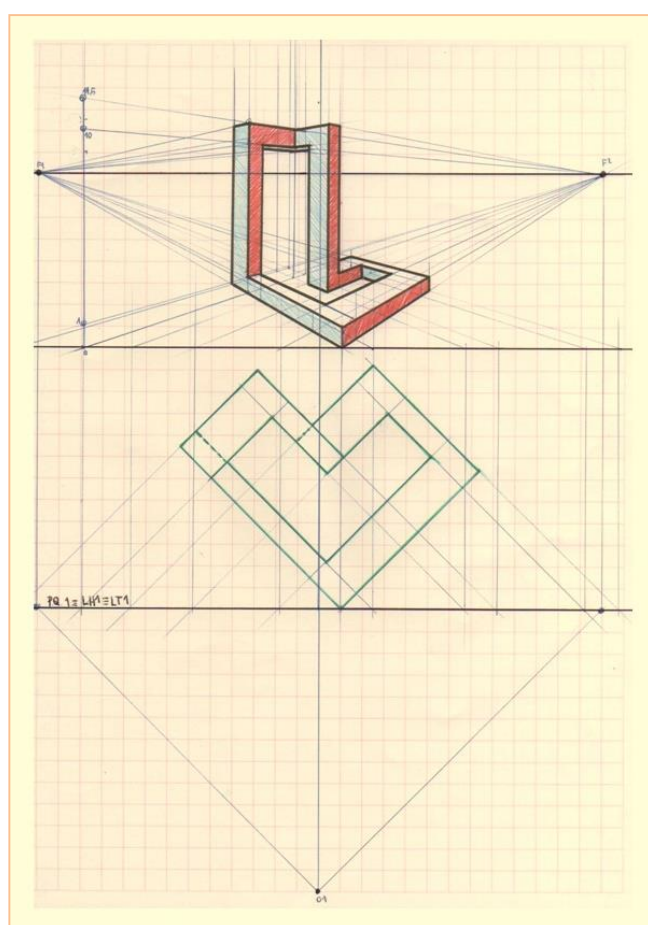


Figura 552: Reversão do processo (resolução apresentada por um estudante).

Fase 2: representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

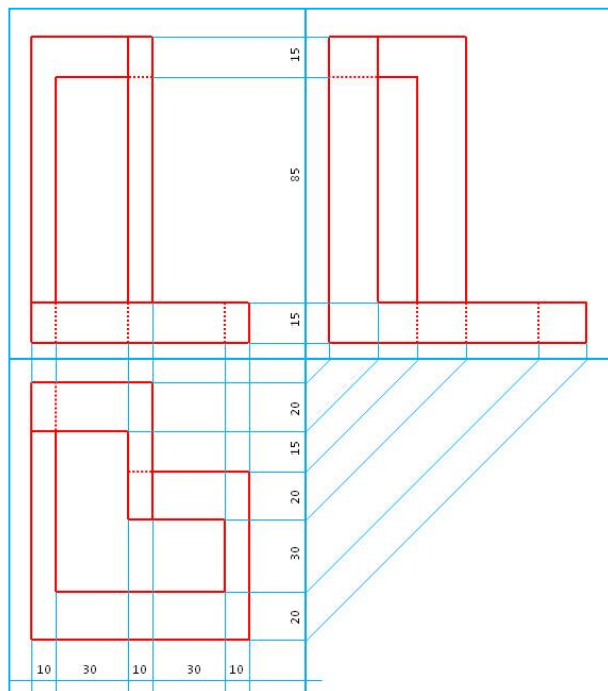


Figura 553: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

Série 42: execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro vertical

Há dois tipos de exercícios imaginados para o desenvolvimento da capacidade de execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro vertical.

No primeiro tipo de exercícios está logo à partida definido na folha de desenho, o perspetógrafo, a posição do objeto e o método resolvente a aplicar. O estudante tem de ser capaz compreender a representação do objeto dada em tripla projeção ortogonal e tem de saber aplicar o método que for indicado.

No segundo tipo de exercícios o estudante deve ser capaz de compreender a representação do objeto dada em tripla projeção ortogonal, de construir o perspetógrafo colocando o observador, o plano do quadro e a representação ortogonal do objeto ou espaço conforme o enunciado, e finalmente de escolher o método que mais eficientemente lhe permite representar em perspectiva o objeto dado, o que implica que tem que ser capaz de compreender e saber pôr em prática qualquer um dos métodos estudados.

Exercício 1

Dados:

É dada a imagem de um objeto em tripla projeção ortogonal.

Nota: Unidades em centímetros

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cônica linear pelo método dos pontos de fuga.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

Também é dado perspetógrafo e a posição que o objeto ocupa no espaço intermédio.

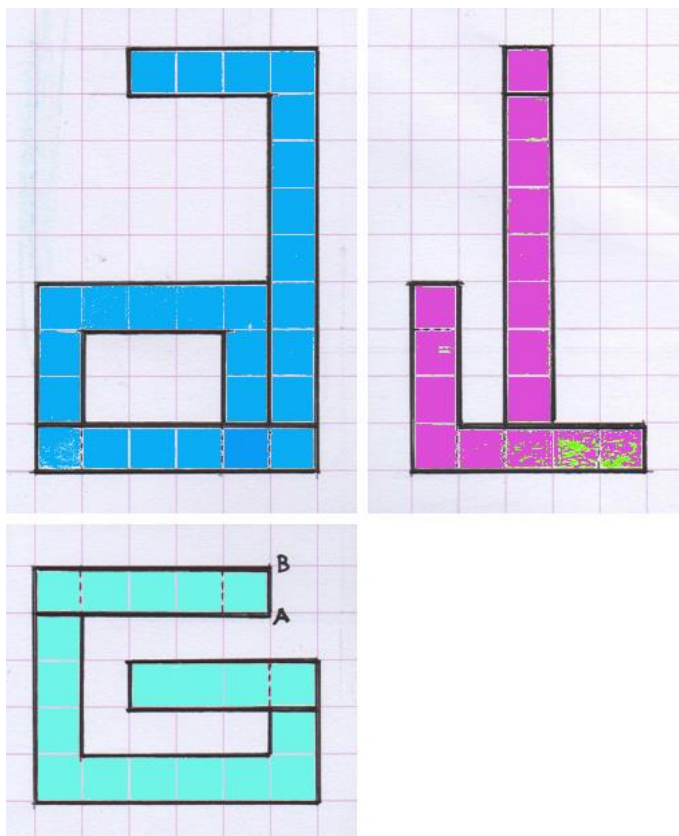


Figura 554: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

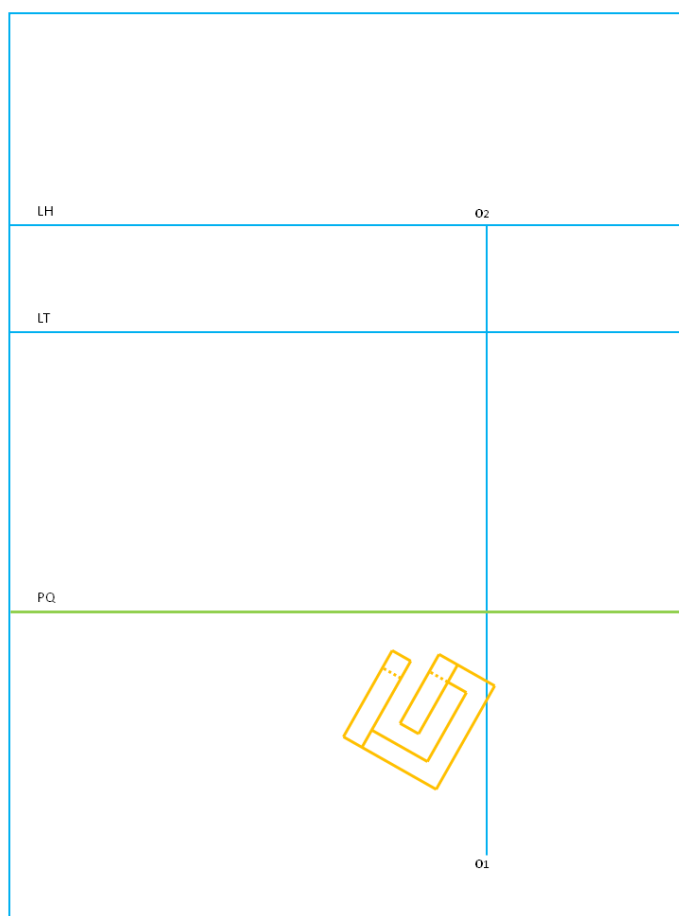


Figura 555: O perspetógrafo com a planta do objeto.

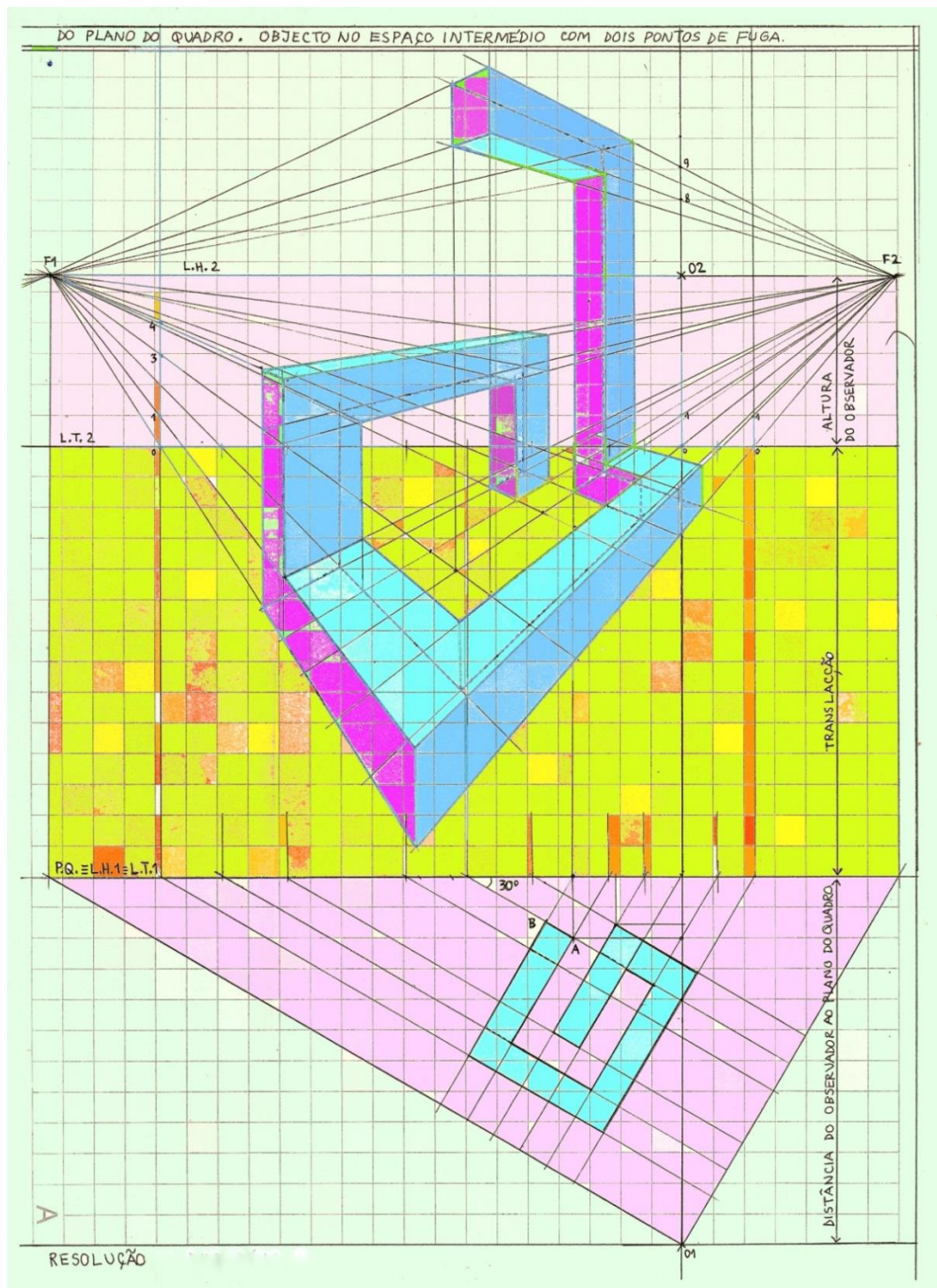


Figura 556: representação do objeto em perspectiva (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 2

Dados:

Perspetógrafo.

O observador tem 6 de altura e dista 13 do plano do quadro.

Para que o exercício seja exequível numa folha A3 pelo método dos pontos de fuga com translação do plano do quadro.

Traçar PVP 10,5 á direita da margem esquerda.

Translação 11,5.

Objeto:

O objeto abaixo dado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro encontra-se no espaço intermédio e está assente no plano de terra.

O ponto A tem 2 de largura à direita de PVP e 0 de profundidade.

A aresta AB faz um ângulo de 55° com o plano do quadro abertura à direita.

Nota: Todas as medidas em centímetros

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cônica linear.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

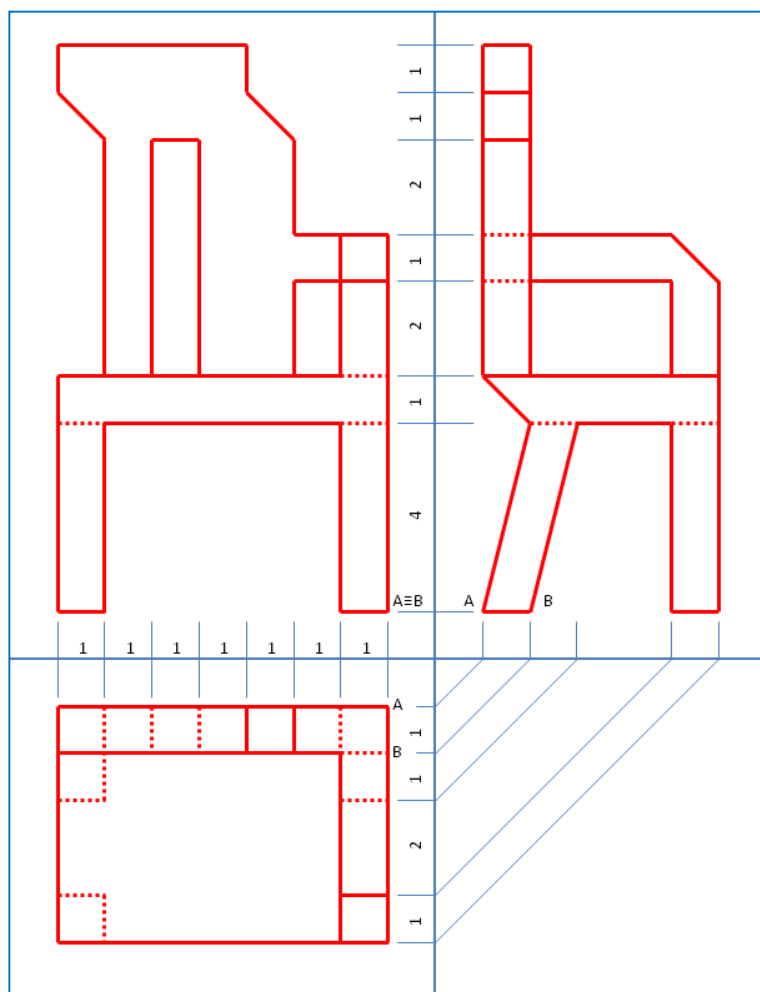


Figura 557: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

A) Representação com todas as linhas necessárias à realização da perspectiva.

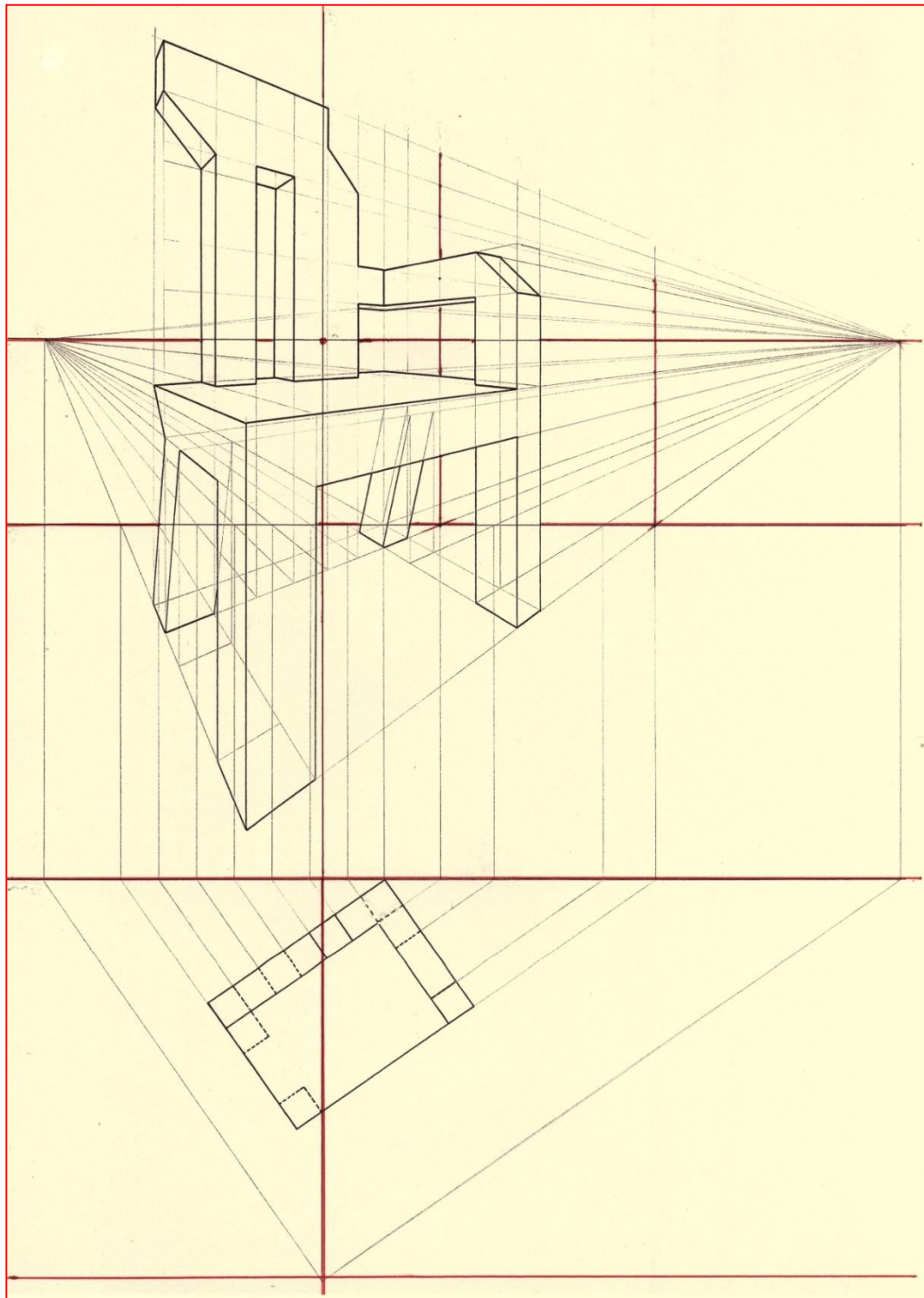


Figura 558: Representação do objeto em perspectiva com exibição dos traçados construtivos (resolução apresentada por um estudante).

B) Representação unicamente do objeto.

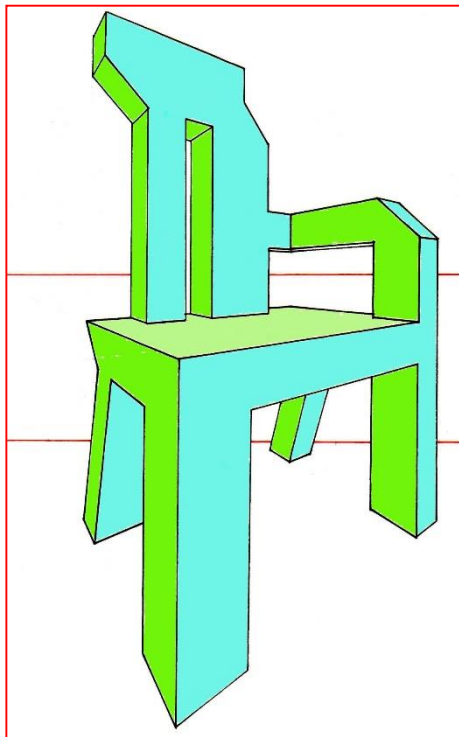


Figura 559: Representação do objeto em perspectiva com ocultação dos traçados construtivos.

Exercício 3

Dados:

Perspetógrafo:

O observador tem 7 de altura e dista 12 do plano do quadro.

Objeto:

O objeto abaixo dado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro encontra-se no espaço real e está assente no plano de terra. O ponto A pertence ao plano do quadro e situa-se 1 à esquerda de pvp. A aresta AB faz um ângulo de 50° abertura à direita com o plano do quadro. PVP 13 à esquerda da margem direita.

Nota: Todas as medidas em centímetros

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cónica linear.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

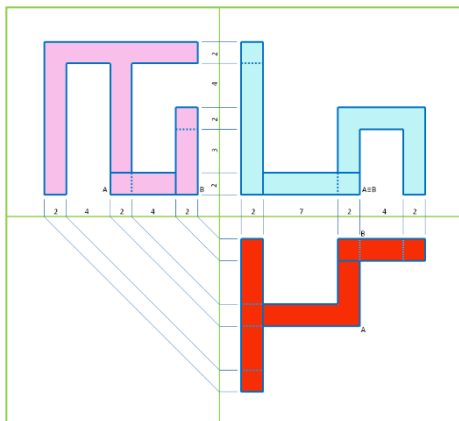


Figura 560: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

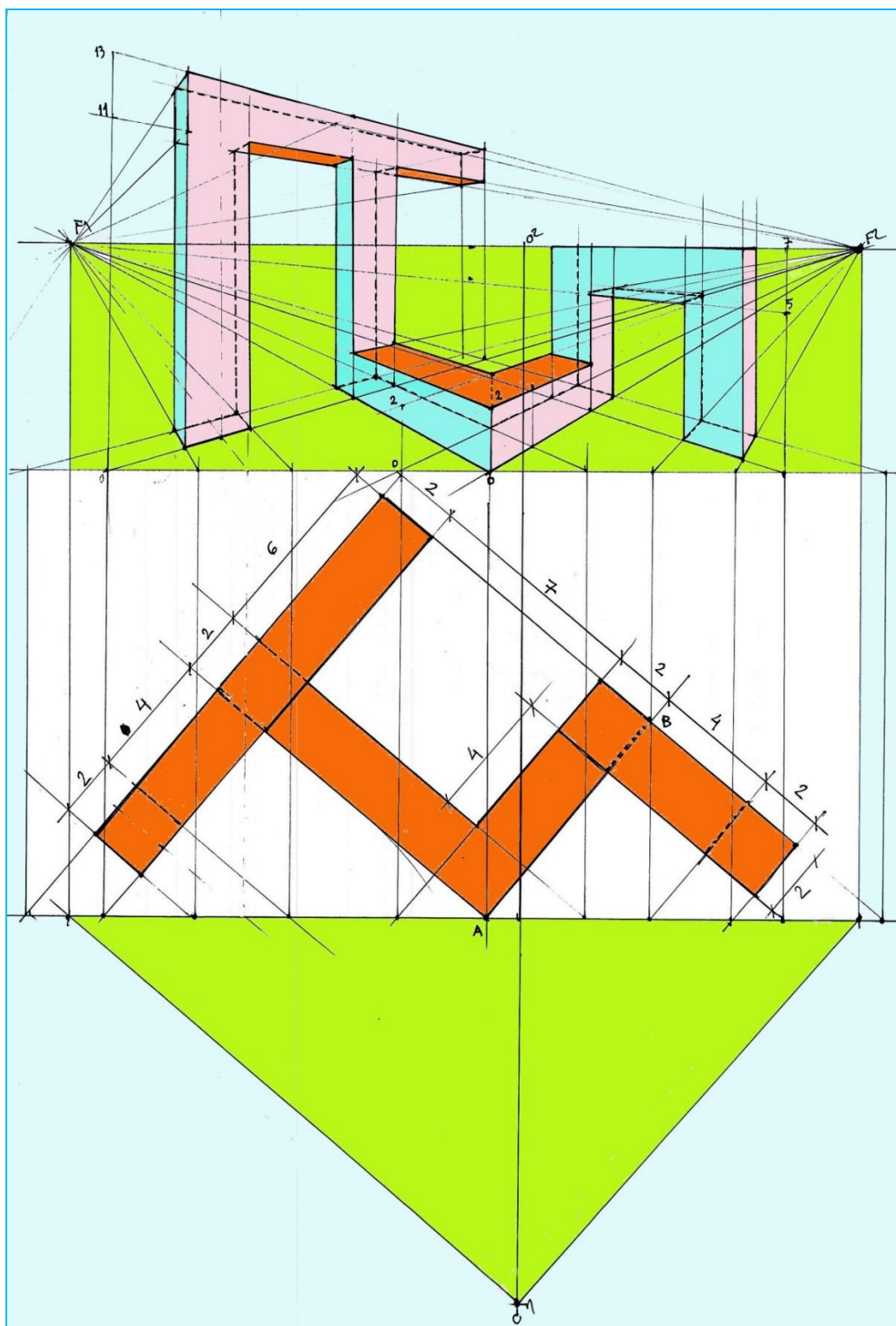


Figura 561: Representação do objeto em perspectiva (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 4

Dados:

Perspetógrafo.

O observador tem 70 de altura e dista 120 do plano do quadro.

Objeto:

O objeto abaixo dado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro encontra-se no espaço intermédio e está assente no plano de terra. O ponto A situa-se 50 de largura à direita de PVP e tem 20 de profundidade. A aresta AB faz um ângulo de 90º com o plano do quadro.

Nota: Todas as medidas em milímetros.

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cônica linear pelo método dos raios visuais em planta.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

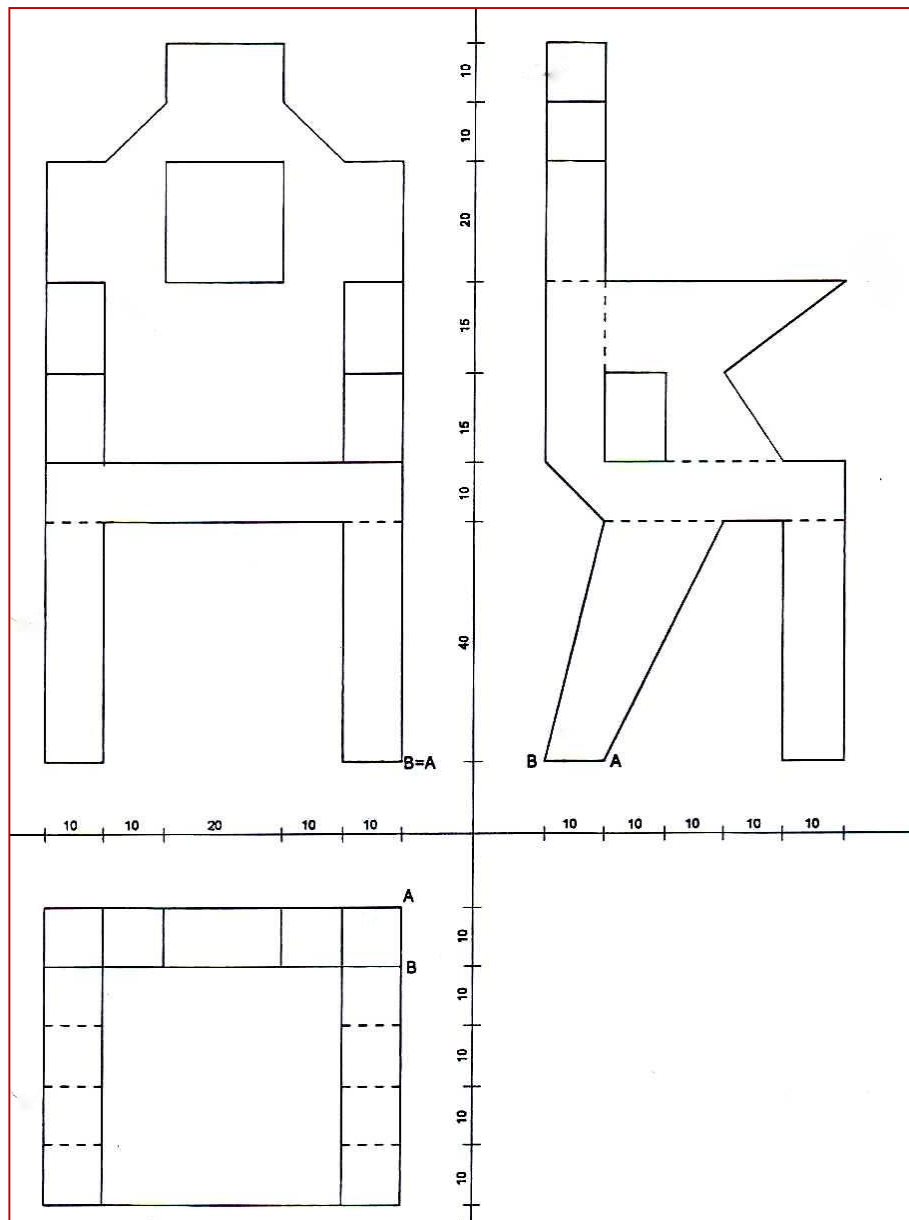


Figura 562: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

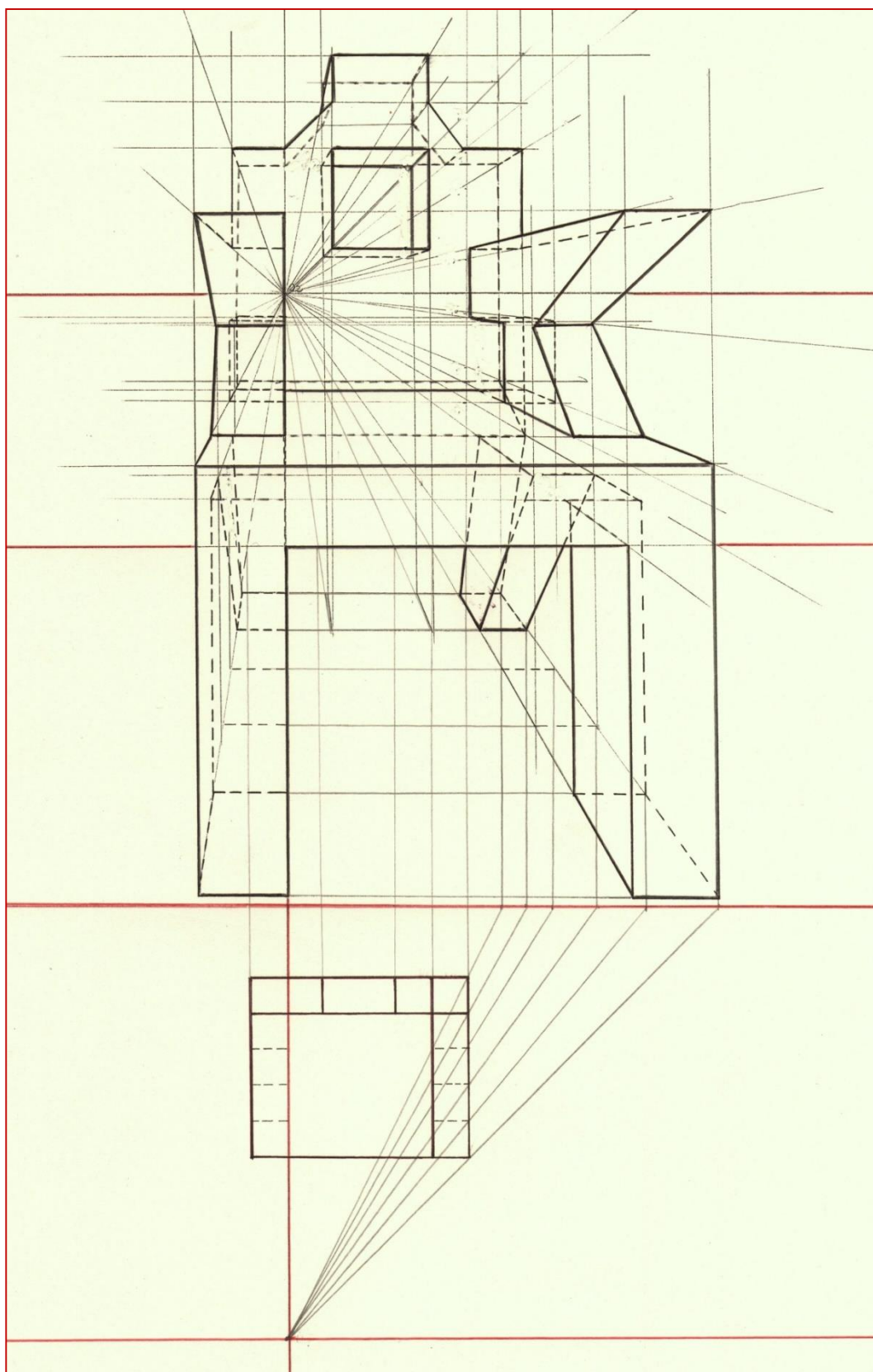


Figura 563: Representação do objeto em perspectiva (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 5

Dados:

Perspetógrafo.

O observador tem 6 de altura e dista 9 do plano do quadro.

Objeto:

O objeto abaixo dado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro encontra-se no espaço real e está assente no plano de terra.

O ponto A situa-se 2 de largura à direita de PVP e tem 1 de profundidade.

A aresta AB é paralela plano do quadro, do qual dista deste 1.

Nota: Todas as medidas em centímetros

Objetivo:

Representar o objeto em perspectiva cónica linear.

Normas de representação:

Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Linhas invisíveis: traço interrompido fino.

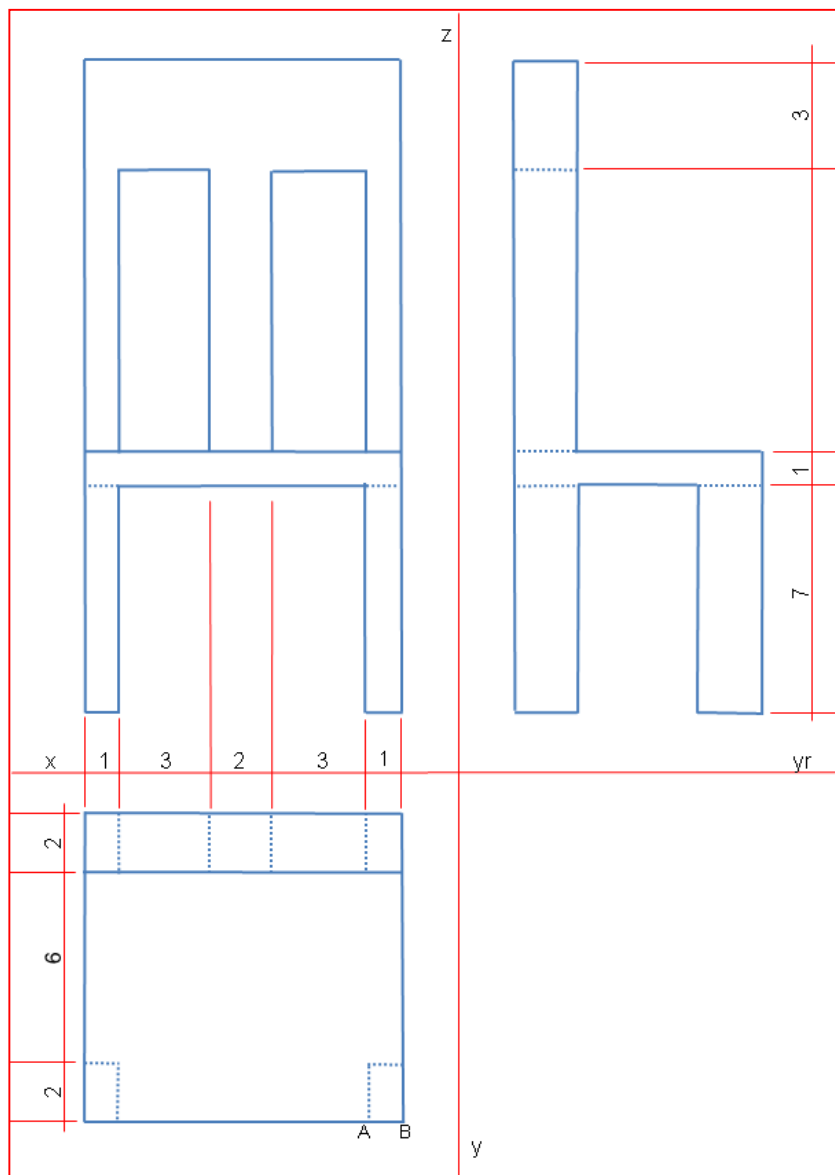


Figura 564: Representação do objeto em tripla projeção ortogonal.

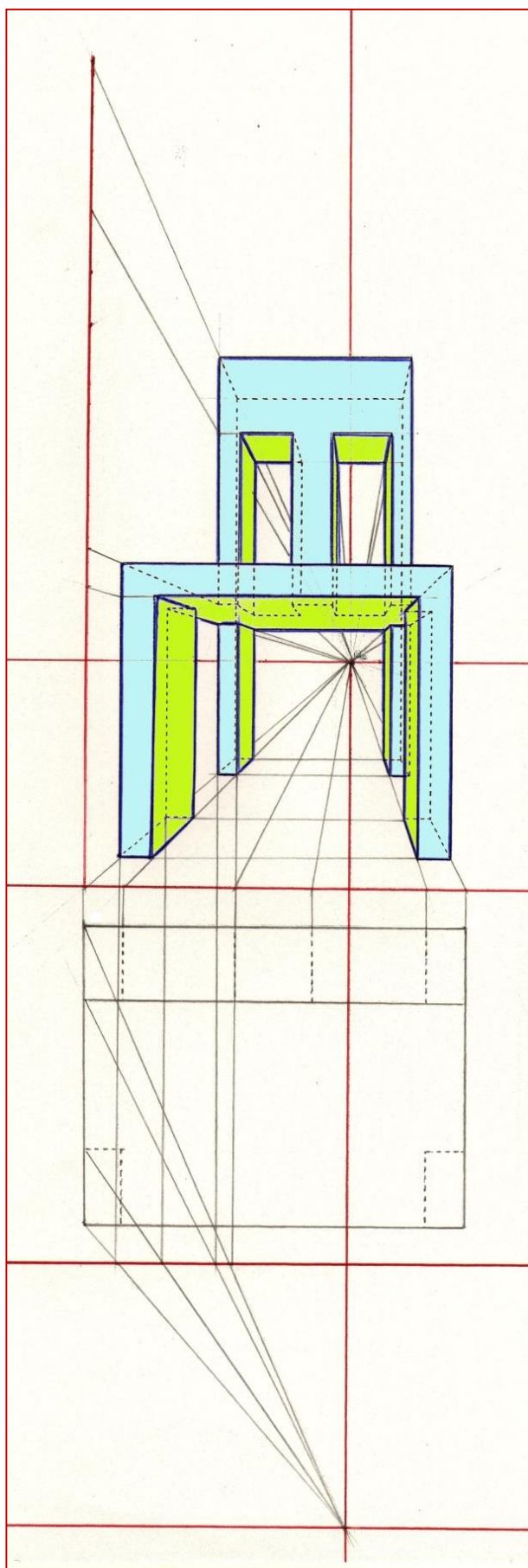


Figura 565: Representação do objeto em perspectiva (resolução apresentada por um estudante).

Exercício 6

Dados:

É dado um espaço arquitetônico abaixo dado em tripla projeção ortogonal do 1º diedro assente no plano de terra.

Também é dado o perspetógrafo com a planta do espaço arquitetónico.

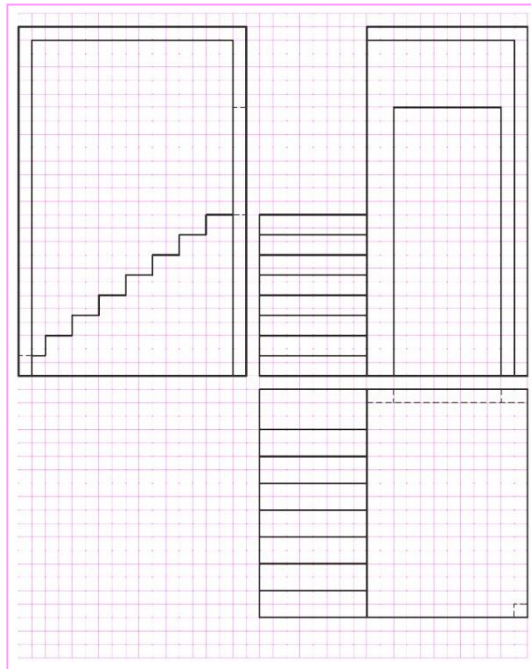


Figura 566: Representação do espaço em tripla projeção ortogonal

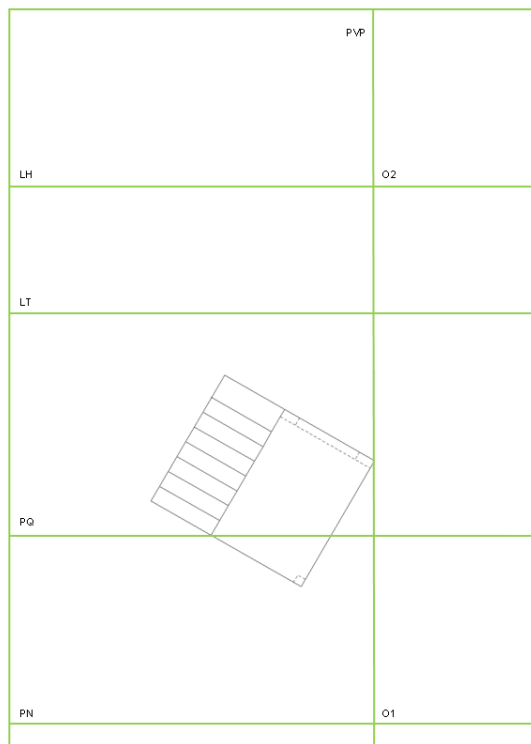


Figura 567: Representação do perspetógrafo com a planta do espaço arquitetónico.

Objetivo:
Representar o objeto em perspectiva cônica linear.

Normas de representação:
Linhas visíveis: traço contínuo médio.

Resolução apresentada por um estudante, fase 1:

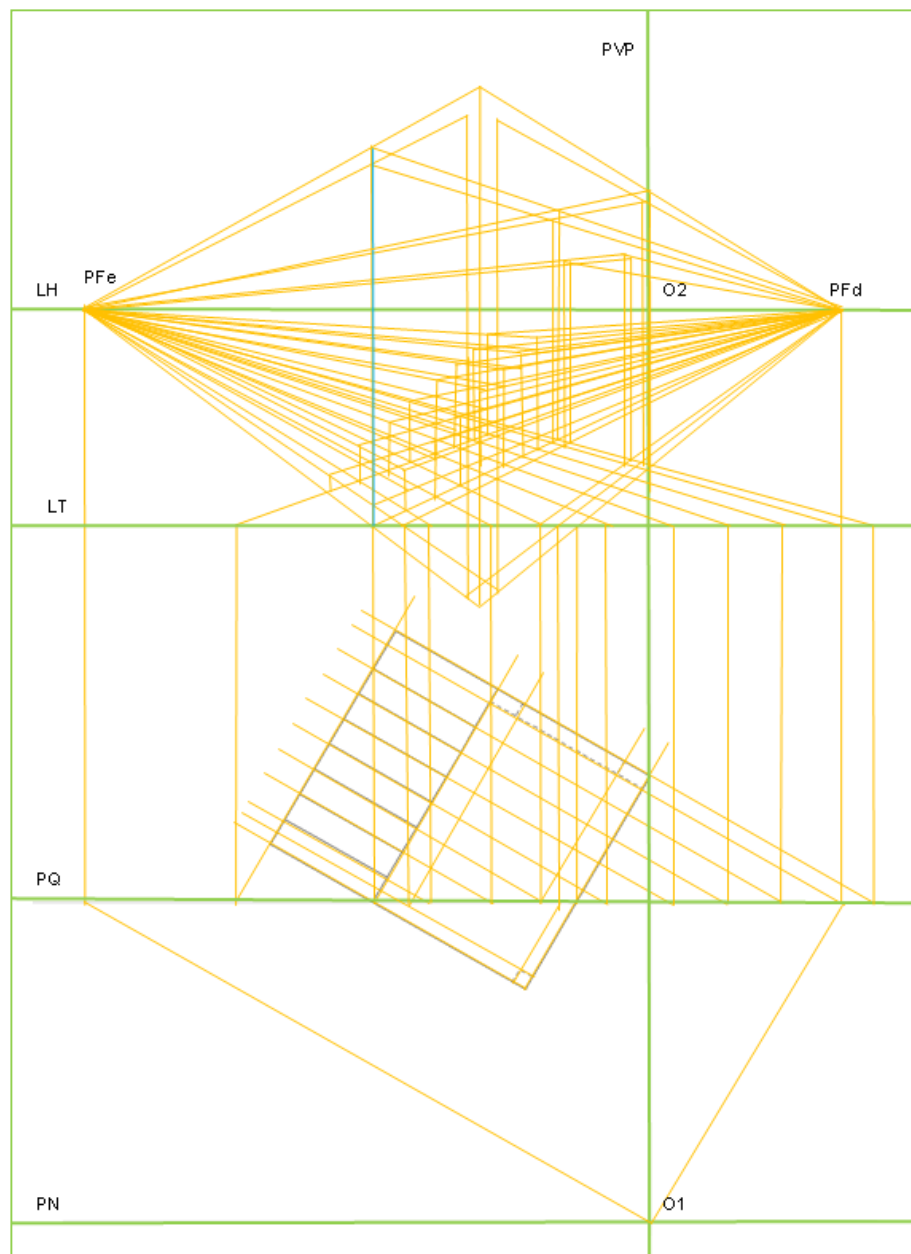


Figura 568: Exibição do processo construtivo da estrutura linear tridimensional em perspectiva.

Resolução apresentada por um estudante, fase 2:

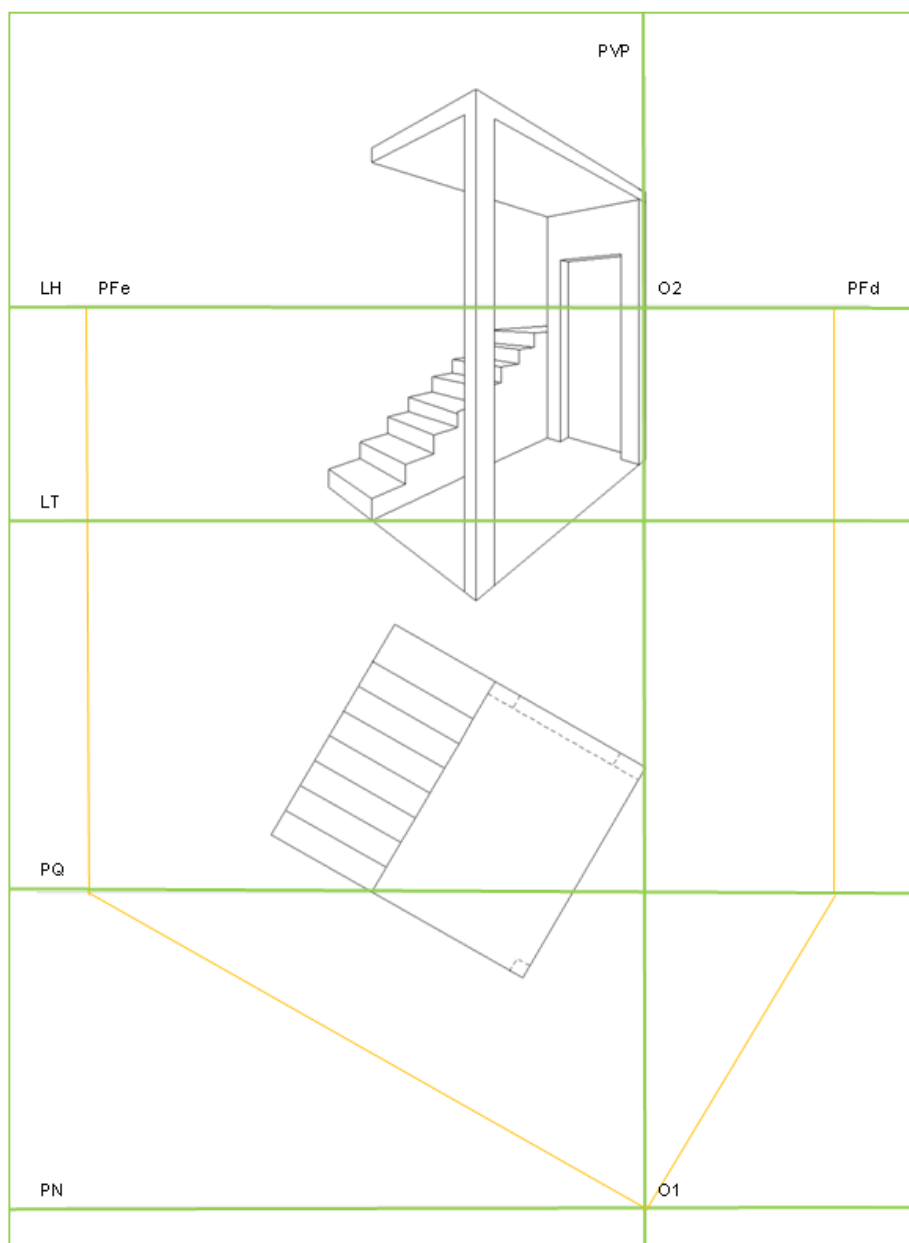


Figura 569: Representação final do espaço arquitetónico.

40.3. Perspetiva cónica linear de quadro vertical. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante seja capaz de:

1. Interpretar e compreender representações em perspetiva cónica linear de quadro vertical;
2. Memorizar e compreender os vários métodos de realização de perspetiva cónica linear de quadro vertical;
3. Saber pôr em prática esses métodos;
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia na representação de objetos com uma elevada dose de realismo pelo modo como explica a sua tridimensionalidade;
7. Avaliar a sua eficácia na representação de espaços pelo modo como os organiza e define em profundidade.

Lição nº41

Perspetiva cónica linear de quadro horizontal



Figura 570: "Nefelibata", 2000, José Mário.

41.1. Nota prévia

Tal como já anteriormente referimos, a perspetiva cónica linear de quadro vertical já fez, mas atualmente não faz parte dos programas de geometria do ensino secundário. A perspetiva de quadro horizontal nunca fez parte de qualquer programa de geometria do ensino secundário, e mesmo em aulas de desenho dificilmente terá sido mencionada. Enquanto a perspetiva de quadro vertical já foi de algum modo abordada pela maioria dos estudantes, na sua vertente mais empírica, em exercícios de representação de objetos ou espaços nas aulas de desenho, o mesmo já não acontece com a perspetiva de quadro horizontal. Ou seja, todos os estudantes já fizeram ou pelo menos já viram desenhos executados em perspetiva de quadro vertical, mas o tipo de desenhos obtidos em perspetiva de quadro horizontal são regra geral uma novidade para todos.

41.2. Introdução. Caraterísticas gerais

O objetivo de qualquer desenho realizado em perspetiva linear de plano do quadro horizontal é o de dar uma visão semelhante à de quem sobrevoa o motivo da representação. É particularmente utilizada quando se pretende desenhar espaços arquitetónicos vistos de cima, as divisões de uma habitação, pois permite uma boa compreensão das áreas dos locais representados. Tem uma aplicação prática muito generalizada entre designers e construtores de mobiliário de cozinha, de casas de banho, e não só, pois explica muito bem o modo como as peças de mobiliário se distribuem e que posições vão ocupar. Esta perspetiva também é denominada por “*voo de pássaro*” ou “*olho de pássaro*”.

41.3. O perspetógrafo

O perspetógrafo de quadro horizontal, é ligeiramente diferente do de quadro vertical. Este tem como elementos fundamentais o observador, o plano do quadro, o plano de terra, o plano visual principal e o plano neutro:

- PN, o plano neutro é um plano horizontal que contém o observador. A distância entre este plano e o plano do quadro corresponde à distância do observador ao plano do quadro;
- O, o observador. É como já se sabe um ponto de vista perfeitamente definido, que se encontra a uma determinada distância. É o vértice de um cone visual constituído pelo conjunto de todos os raios visuais;
- PQ, o plano do quadro. É o plano de projeção, que neste caso é paralelo ao plano de terra;
- PP, ponto principal. Ponto de intersecção do raio visual principal com o plano do quadro. O ponto principal é o ponto de fuga das retas perpendiculares ao plano do quadro;
- PT, o plano geometral ou plano de terra. É um plano horizontal de cota zero, e por isso mesmo funciona como plano de referência das alturas;
- O1, projeção horizontal do observador no plano de terra.

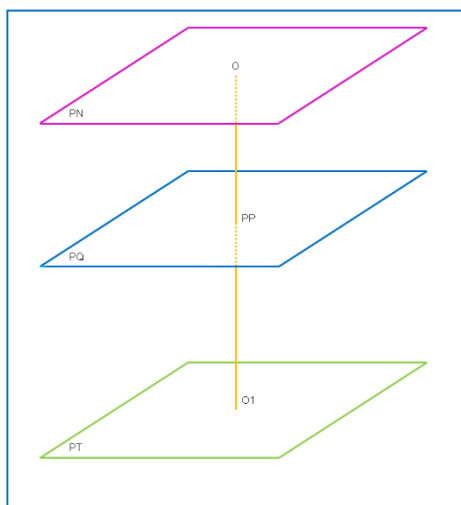


Figura 571: O perspetógrafo.

41.4. Objeto e espaço

Neste tipo de perspectiva, teoricamente, é de igual modo possível posicionar o objeto em qualquer um dos espaços, para poder ser perspectivado. Nos nossos estudos só representamos perspectivas de objetos situados no espaço real ou ainda mais convenientemente no espaço intermédio que são as únicas que têm interesse para quem se dedica à prática deste tipo de desenho. No caso da perspectiva de objetos situados no espaço intermédio, o plano do quadro coincide com o plano de terra o que simplifica o perspetógrafo e o próprio processo visto que a perspectiva da planta coincide com a sua projeção cilíndrica ortogonal.

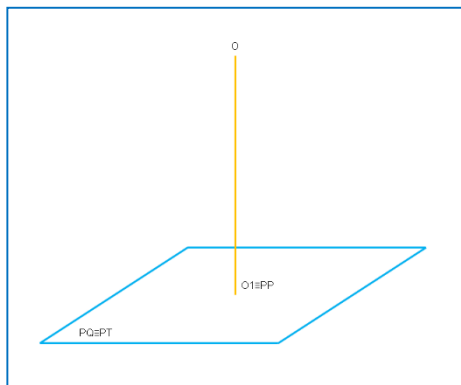


Figura 572: O perspetógrafo simplificado.

41.5. Objeto e quadro

No caso da perspectiva de quadro horizontal só abordamos a perspectiva central. A perspectiva central só tem um ponto de fuga central que coincide exatamente com o ponto principal. Neste caso são as retas verticais, que são perpendiculares ao plano do quadro e são vistas a convergir num único ponto, mesmo lá ao fundo, num imaginário centro da terra. Os outros dois grupos de arestas do nosso modelo são paralelos ao plano do quadro não tendo por essa razão pontos de fuga.

41.6. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro horizontal

O processo de aprendizagem da perspectiva cónica linear de quadro horizontal é parcialmente idêntico ao utilizado na aprendizagem da perspectiva cónica linear de quadro vertical. Inicialmente devem ser entendidos os fundamentos teóricos, posteriormente são explicados os procedimentos que permitem testar esses conhecimentos teóricos e confirmando-os na prática. São estudados alguns casos gerais e abrangentes que servem como ponte para a resolução de problemas propostos pelo docente, e para alguns trabalhos individuais preferencialmente autónomos.

Não executamos exercícios específicos para o desenvolvimento da capacidade de leitura e interpretação de imagens em perspectiva cónica de quadro horizontal. Nos exercícios para o desenvolvimento da capacidade de execução de imagens em perspectiva cónica de quadro horizontal são dadas representações, em dupla ou tripla projeção ortogonal, de espaços reais ou imaginários. Estas propostas de trabalho mantêm o duplo objetivo:

- Desenvolver a capacidade de representação em perspectiva cónica linear de quadro horizontal;
- Desenvolver a capacidade de leitura e interpretação de representações em projeção ortogonal.

O método a utilizar na resolução destes exercícios é o método direto dos raios visuais. Como constataremos o processo é ligeiramente diferente do usado na perspectiva cónica de quadro vertical. É trabalhoso, já que implica muitas linhas, mas por outro lado não tem a dificuldade acrescida da aplicação de uma escala de alturas, nem tão pouco o problema de

haver alturas superiores à altura do observador. Nesta perspetiva, o observador olha quase sempre de cima. Também se podem fazer exercícios em que o observador olha de baixo para cima, mas isso não é muito comum.

41.7. Perspetiva cónica linear de quadro horizontal pelo método dos raios visuais em planta e alçado

Para primeiro exemplo, de introdução ao processo de execução de perspetiva cónica linear em quadro horizontal escolhemos um determinado espaço, simples de visualizar e simples de entender. Trata-se de uma suposta sala com uma porta, uma janela e um elemento de mobiliário. Abaixo está representado esse espaço em tripla projeção ortogonal do 1º diedro.

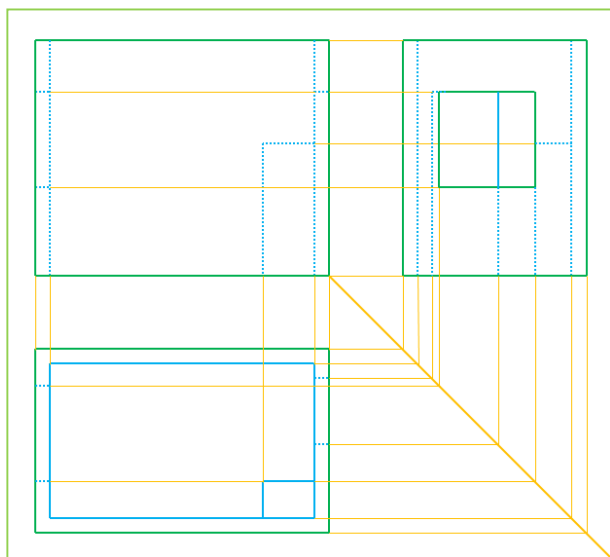


Figura 573: Pequena sala em tripla projeção ortogonal.

O método que utilizamos para realizar esta perspetiva é o método dos raios visuais. Pode ser utilizado qualquer par de projeções, a projeção frontal combinada com a projeção lateral, a projeção lateral combinada com a projeção horizontal ou a projeção horizontal combinada com a projeção frontal.

Nesta exemplificação a nossa opção é a de utilizar a projeção frontal e a projeção horizontal. Há sempre vantagens em utilizar a projeção horizontal do objeto pois permite traçar diretamente os raios visuais em projeção horizontal os quais coincidem com as retas verticais em perspetiva. Tal como já observamos anteriormente também achamos que a representação no espaço intermédio simplifica o processo.

1. Representa-se o plano do quadro, que coincide com o plano de terra $PQ \equiv PT$. Representa-se a projeção frontal da sala, a projeção frontal do observador O_2 , a projeção horizontal da sala e a projeção horizontal do observador O_1 .
2. Pela projeção frontal do observador O_2 traça-se a projeção frontal de cada um dos raios visuais que passa por cada uma das projeções frontais dos pontos, até intersectar a projeção frontal do plano do quadro $PQ \equiv PT$. Fica assim definida a perspetiva em projeção frontal. Nesta fase do processo, a perspetiva é visível para o observador mas não para o desenhador.
3. Pela projeção horizontal do observador O_1 traça-se a projeção horizontal de cada um dos raios visuais que passa por cada uma das projeções horizontais dos pontos da sala. Da intersecção das linhas perpendiculares à projeção frontal do plano do quadro com as projeções horizontais dos raios visuais resulta perspetiva em projeção horizontal. Como se trata de uma perspetiva sobre quadro horizontal, só nesta fase é que também se torna visível para o desenhador.

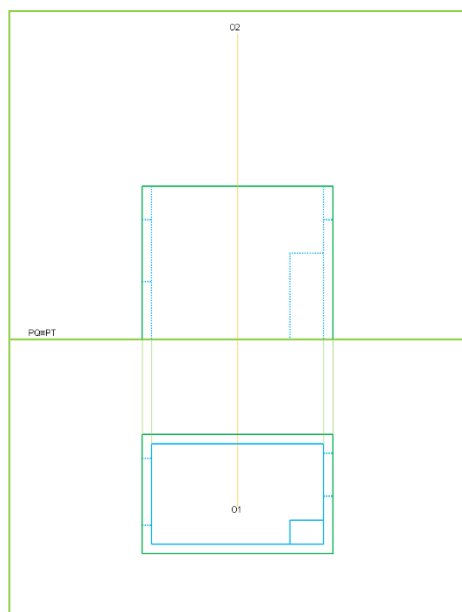


Figura 574: O perspetógrafo, o alçado frontal e a planta do pequeno espaço.

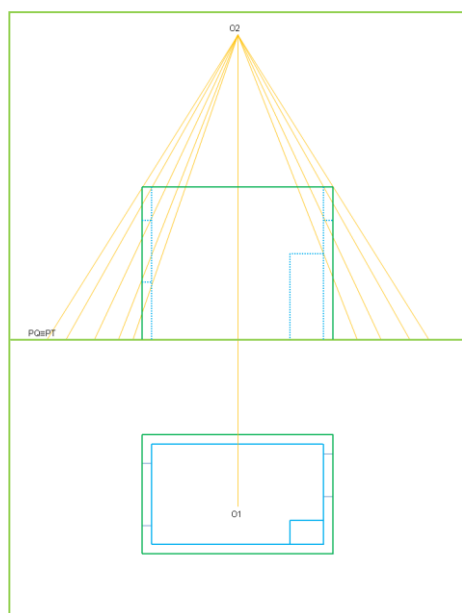


Figura 575: Traçado dos raios visuais em projeção frontal.

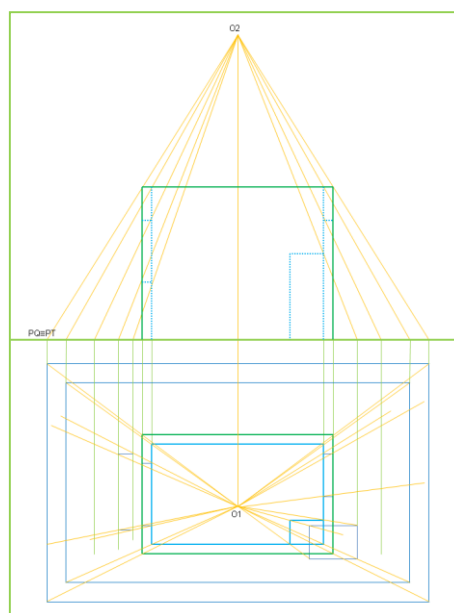


Figura 576: Traçado dos raios visuais em projeção horizontal. Determinação da perspectiva da sala.

4. O processo prossegue com a definição de toda a estrutura linear tridimensional do espaço arquitetónico.
5. O desenho final resume-se à perspectiva do espaço.

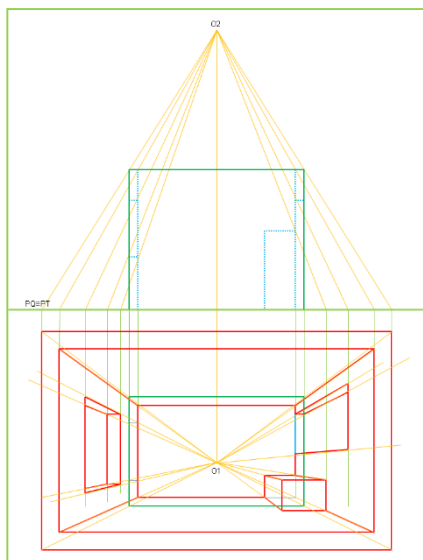


Figura 577: Definição da estrutura linear do espaço.

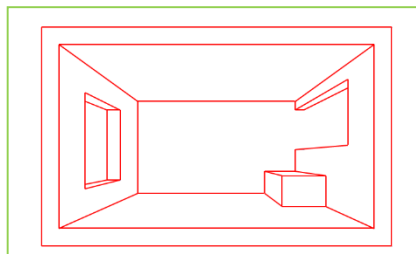


Figura 578: Representação final.

Série 43: Execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro horizontal

Há um único tipo de exercícios imaginados para o desenvolvimento da capacidade de execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro horizontal. São dados na folha de desenho, o perspetógrafo e a posição do objeto. O objetivo é que o estudante após ter compreendido a representação do objeto dado em dupla ou tripla projeção ortogonal, seja capaz de realizar uma perspectiva de quadro horizontal segundo os dados relativos ao perspetógrafo, o que implica que tenha memorizado, compreendido e que saiba aplicar o método resolvente estudado.

Exercício 1

É dado um determinado espaço arquitetónico em dupla projeção ortogonal, a posição que ocupa relativamente ao plano do quadro, e a posição do observador relativamente ao plano do quadro e ao espaço a ser representado.

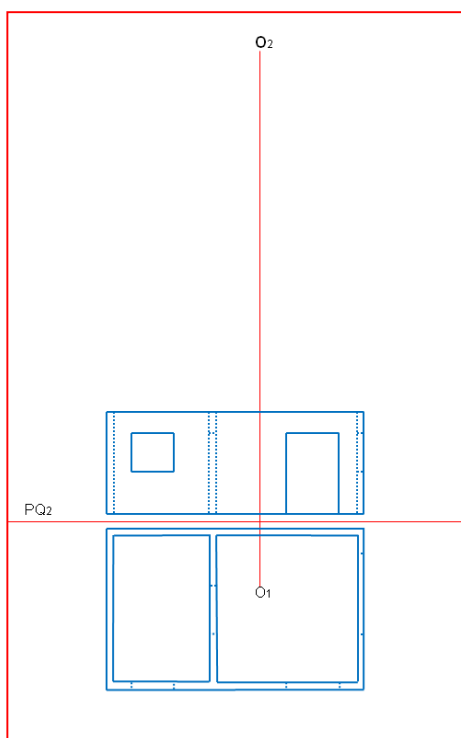


Figura 579: Perspetógrafo e dupla projeção ortogonal de um espaço arquitetónico.

Resolução apresentada por um estudante.

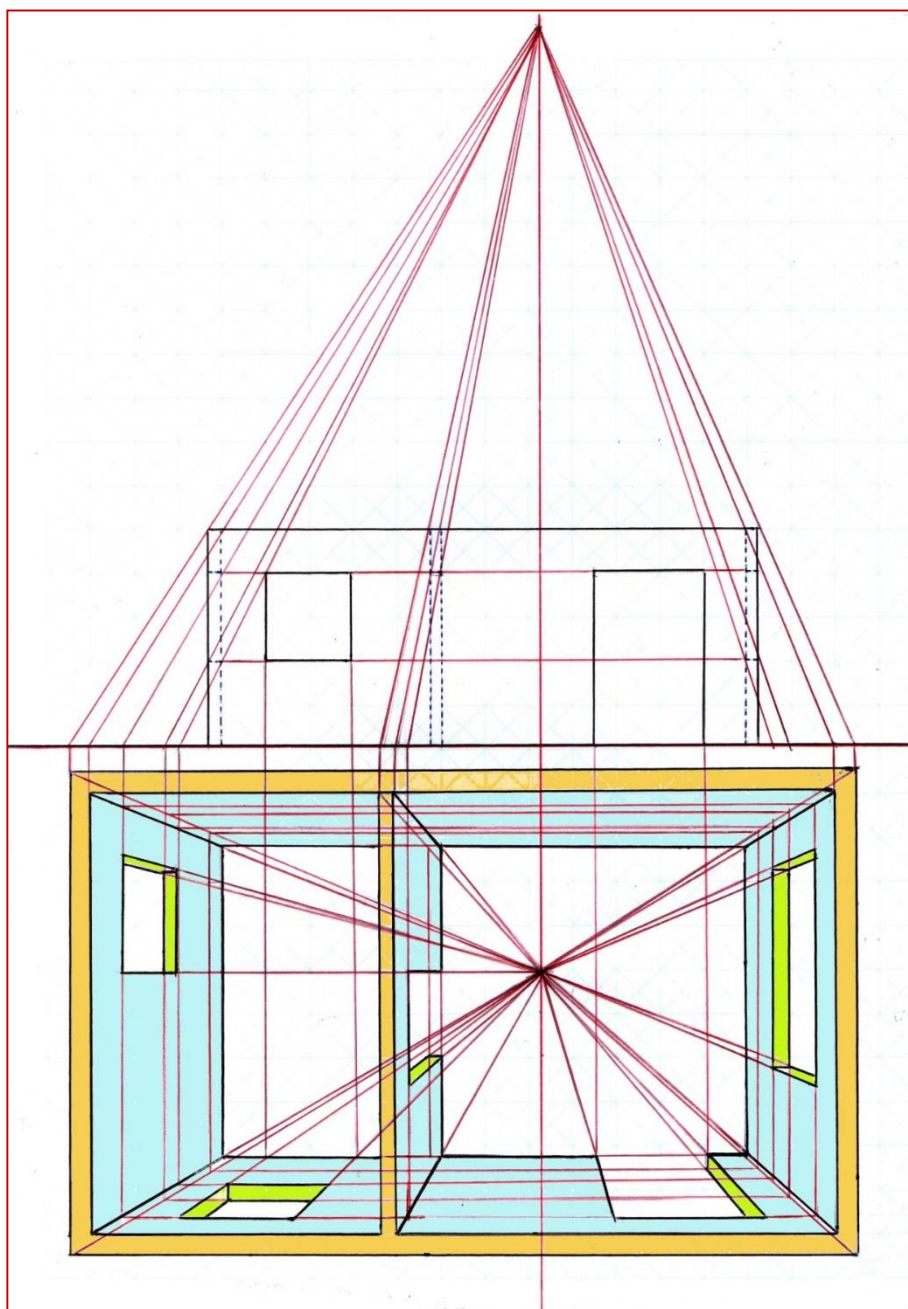


Figura 580: O mesmo espaço em perspectiva cônica linear de quadro horizontal.

41.8. Perspetiva cônica linear de quadro horizontal. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante seja capaz de:

1. Interpretar e compreender representações em perspetiva cônica linear de quadro horizontal;
2. Memorizar e compreender o método de realização de perspetiva cônica linear de quadro horizontal;
3. Saber pôr em prática esse método;
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia na representação de espaços arquitetónicos com realismo, no modo como proporciona uma visão total e tridimensional de uma determinada área de uma habitação.

Lição nº 42

Perspetiva cónica linear de quadro inclinado

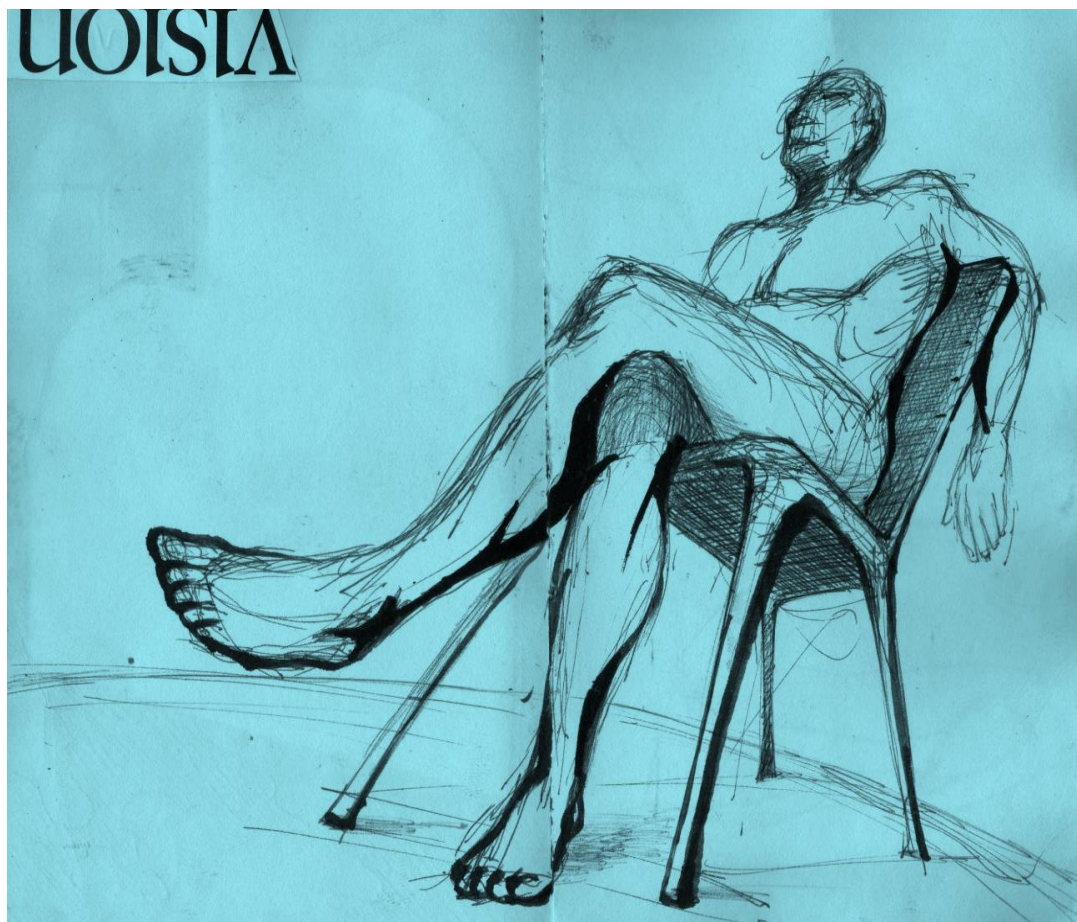


Figura 581: "vision", 2000, José Mário.

42.1. Nota prévia

Esta perspetiva é abordada por alguns docentes de desenho durante o ensino secundário. Não é contudo identificada com o processo que implica um plano do quadro inclinado relativamente ao motivo a ser desenhado, nessas aulas é normalmente identificada como a perspetiva dos três pontos de fuga.

42.2. Introdução. Caraterísticas Gerais

A perspetiva de plano do quadro inclinado só é utilizada em circunstâncias particulares pois resolve de modo satisfatório algumas situações mais complexas como por exemplo na representação de objetos de enormes proporções vistos de modos muito específicos. No caso, por exemplo, de um arranha-céus observado do alto, a partir de um helicóptero, obtemos uma visão panorâmica, que em português é normalmente denominada por “*perspetiva olho de pássaro*”. Pelo contrário quando a sua observação é feita de baixo, a partir do passeio, os ingleses chamam-lhe “*worm’s eye view perspective*”. Não existe em português qualquer termo que se lhe assemelhe, contudo, numa tradução mais ou menos à letra seria qualquer coisa como “perspetiva visão de verme”, ou seja, a visão que um verme teria do arranha-céus. Noutros países como por exemplo na Lituânia dão-lhe um outro nome que traduzido é algo como “*perspetiva visão de rã*” ou “*perspetiva olho de rã*”. Optamos por esta última versão nos nossos estudos.

Pode esta perspetiva ser ainda utilizada quando é pretendido um exagero, uma distorção controlada que produza um determinado efeito. Como nesta perspetiva as retas verticais não estão paralelas ao plano do quadro, não escapem à deformação perspética, convergindo para um ponto de fuga. Nestes casos há duas possibilidades, quando o observador olha de cima para baixo, o ponto de fuga das verticais é subterrâneo, quando o observador olha de baixo para cima o ponto de fuga das verticais é celeste.

42.3. O perspetógrafo

O perspetógrafo de quadro inclinado tem como elementos fundamentais o observador, o plano do quadro, o plano de terra, o plano do horizonte, o plano vertical principal, a linha de terra e a linha do horizonte. O observador é tal como em qualquer caso de perspetiva linear cónica, um ponto de vista perfeitamente definido a distância finita, é o vértice de um cone visual constituído pelo conjunto da totalidade os raios visuais. O plano do quadro é o plano de projeção que neste caso não é perpendicular nem paralelo ao plano de terra, faz com este qualquer ângulo α diferente de 90° ou 180° . O plano de terra ou plano geometral é um plano horizontal de cota zero, e por isso mesmo serve como plano de referência das alturas.

A linha de terra é a reta de intersecção do plano do quadro com o plano de terra. O plano do horizonte é um plano horizontal que contém o observador, por conseguinte, a distância entre o plano de terra e o plano do horizonte corresponde à altura do observador. A linha do horizonte é a reta de intersecção do plano do quadro com o plano do horizonte. O plano visual principal é um plano de perfil que contém o observador, e que serve de referente às larguras. O raio visual principal intersecta o plano do quadro no ponto principal. O raio visual principal sendo perpendicular ao plano do quadro não o intersecta sobre a linha do horizonte. A distância do observador ao plano do quadro é marcada na perpendicular ao plano do quadro, isto é, sobre o raio visual principal. Nesta perspetiva é necessário um plano de projeção lateral auxiliar, um plano de perfil, paralelo ao plano visual principal.

Não se faz referência quanto à posição do objeto relativamente ao espaço em que se situa, real, intermédio ou neutro, porque não simplifica a colocação dos dados, pelo contrário, só pode é complicar, pois, devido ao facto de o plano do quadro ser inclinado, esta divisão não é tão evidente como na perspetiva de quadro vertical.

Para um melhor entendimento do conjunto dos elementos do perspetógrafo que participam na execução de uma perspetiva cónica linear de quadro inclinado acrescentamos algumas ilustrações de carater panorâmico. Nestas o objetivo é o de explicar como se chega à representação do perspetógrafo na folha de desenho a partir dos dados de um enunciado.

A essas duas imagens segue-se a do perspetógrafo representado rigorosamente e preparado para receber as projeções do objeto a ser representado.

De um enunciado têm que constar os seguintes dados relativamente ao perspetógrafo:

- O ângulo α que o plano do quadro faz com o plano de terra ou plano geometral. Este ângulo vai definir qual é o traço lateral do plano do quadro PQ3;
- A altura do observador, e a sua distância ao plano do quadro. Estes dois dados permitem representar não só a projeção horizontal O_1 mas também a sua projeção lateral O_3 . Esta é só e ainda uma visão tridimensional do perspetógrafo.

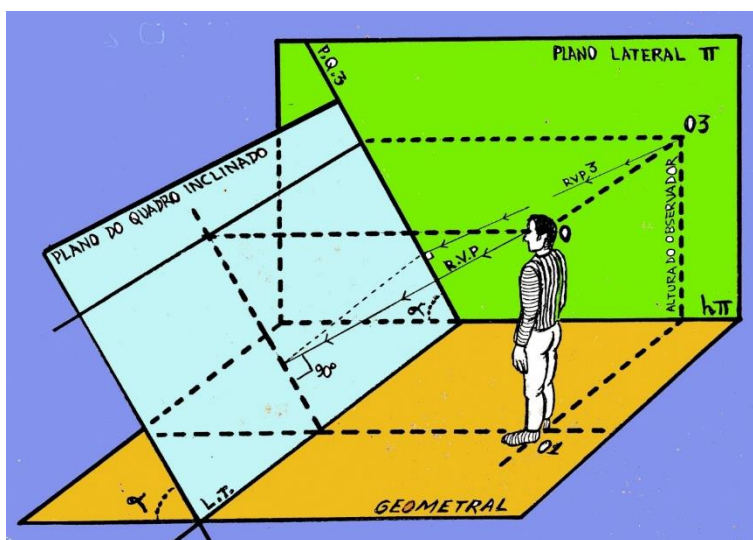


Figura 582: Visão panorâmica do perspetógrafo.

Como qualquer desenho é executado sobre um suporte bidimensional, é necessário rebater o plano lateral sobre o plano de terra ou plano geometral. Com esta operação rebate-se a projeção lateral do observador O_3 e o traço lateral do plano do quadro PQ3.

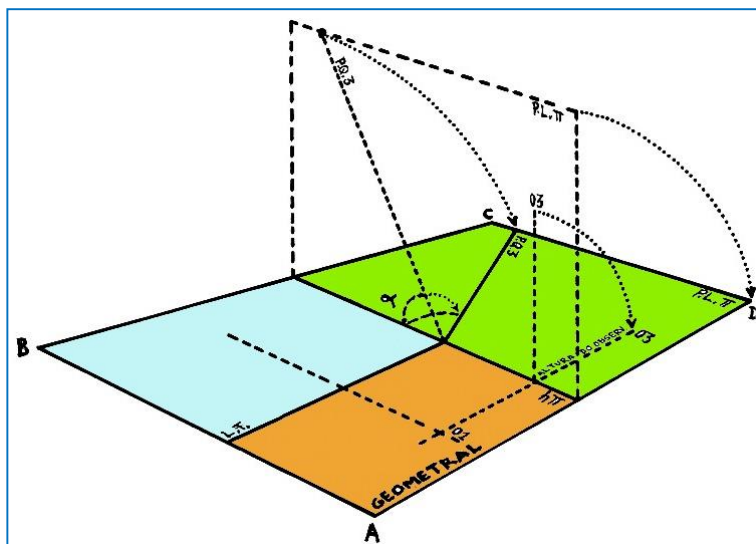


Figura 583: O rebatimento do plano lateral auxiliar.

Num último movimento, tendo como charneira a linha de terra, o plano de terra é rebatido sobre o plano do desenho.

Ficam assim colocados todos os elementos do perspetógrafo, tal como devem se representados na folha de desenho. Só falta acrescentar a projeção horizontal e a projeção lateral do objeto para se iniciar o processo de perspetivação.

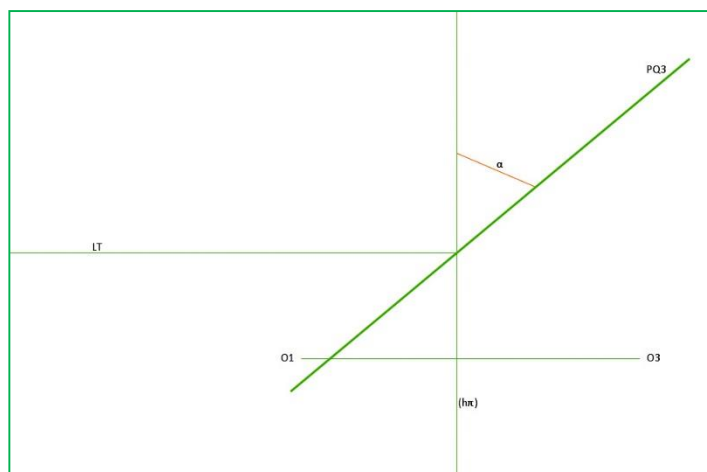


Figura 584: O perspectógrafo.

De igual modo, para proporcionar aos estudantes a compreensão do modo como se coloca objeto a ser perspectivado, juntamos duas ilustrações que pretendem dar uma imagem geral e tridimensional do procedimento. Aos dados já representados, projeção horizontal O_1 , projeção lateral do observador O_3 e o traço lateral do plano do quadro PQ_3 , acrescentamos a projeção horizontal e a projeção lateral do objeto.

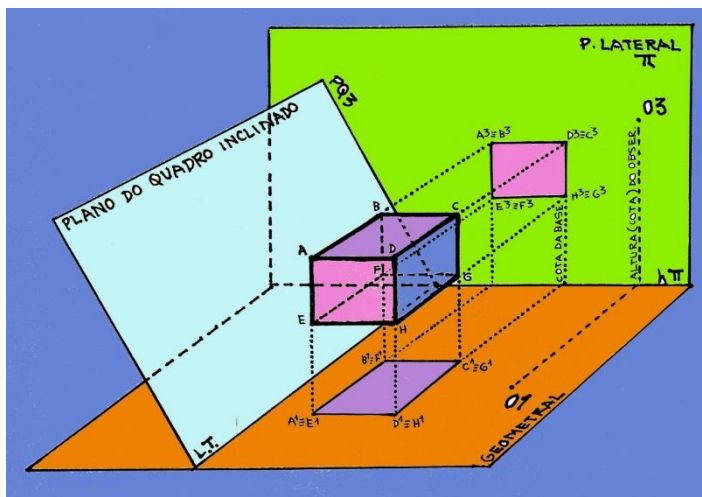


Figura 585: O perspectógrafo, o objeto e as suas projeções, horizontal e lateral.

A projeção lateral do objeto também é rebatida sobre o plano do geometral.

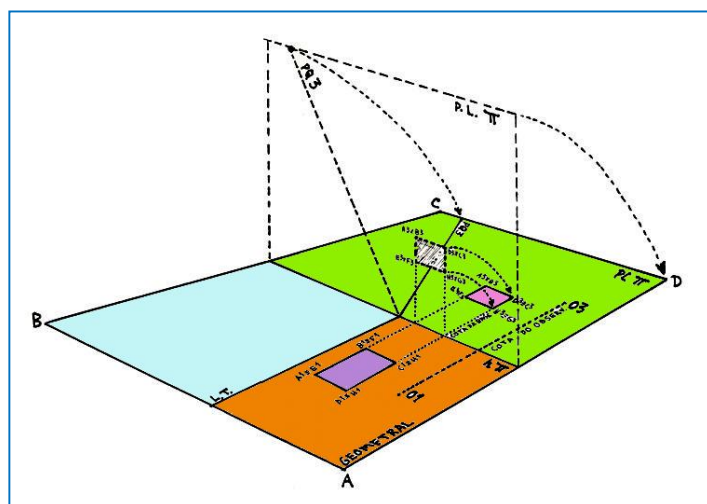


Figura 586: Com o rebatimento do plano lateral rebate-se também a projeção lateral do objeto.

The diagram shows a 2D coordinate system with a horizontal axis labeled LT and a vertical axis labeled $O3$. A green line, labeled $PO3$, passes through the origin. A red line segment is drawn perpendicular to the green line, with the angle between them labeled α . Two rectangles are shown: one in the third quadrant and one in the fourth quadrant.

42.4. Objeto e espaço/objeto e quadro

42.5. Leitura, interpretação e execução de desenhos em perspectiva cónica linear de quadro inclinado

- Objetos de tipo utilitário;
- Objetos lúdicos imaginários.
- Compreender os desenhos dados em dupla ou tripla projeção ortogonal e em perspectiva cilíndrica;
- Representá-los em perspectiva cônica linear de quadro inclinado.

A perspectiva cónica linear de quadro oblíquo é sempre resolvida pelo método misto com raios visuais e pontos de fuga.

42.6. Perspetiva cónica linear de quadro oblíquo, “olho de pássaro”, pelo método misto

1. A primeira linha a ser traçada é o traço horizontal (hfn) do plano de perfil de projeção lateral. É dada a amplitude do ângulo α que o plano do quadro faz com o plano de terra. No desenho esse ângulo é marcado em verdadeira grandeza em projeção lateral entre PQ_3 e (hfn). Traça-se a linha de terra LT , linha de interseção do plano do quadro com o plano de terra. Traça-se o plano vertical principal, PVP . Normalmente é dada aos estudantes medida da distância entre (hfn) e PVP . Representa-se o objeto. A sua posição é definida relativamente ao plano de terra, ao plano vertical principal e ao plano do quadro. Representa-se o observador em projeção lateral O_3 , e em projeção horizontal O_1 . A sua posição é definida relativamente ao plano de terra e ao plano do quadro. A sua altura (a) é medida no desenho a partir de (hfn). A sua distância ao plano do quadro (d), é no desenho medida na perpendicular a PQ_3 .

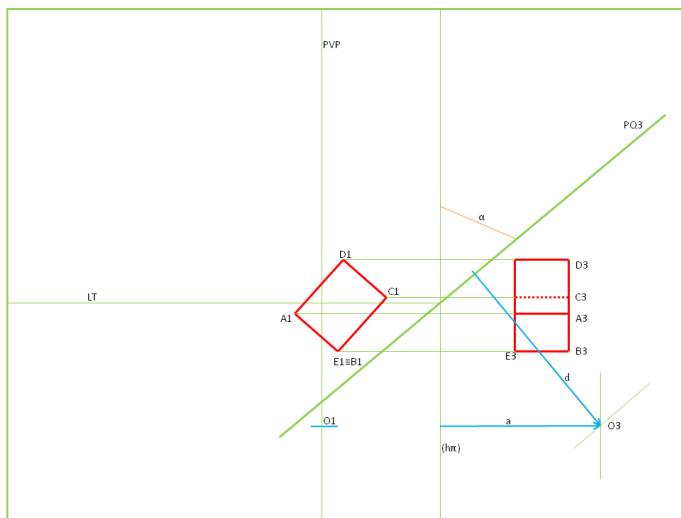


Figura 588: O perspetógrafo e o objeto.

3. Representa-se a linha do horizonte e determinam-se os pontos de fuga, das linhas de abertura à esquerda, das linhas de abertura à direita e das verticais, em projeção horizontal e lateral. F_{e1} ; F_{e3} ; F_{d1} ; F_{d3} ; F_{v1} ; F_{v3} .

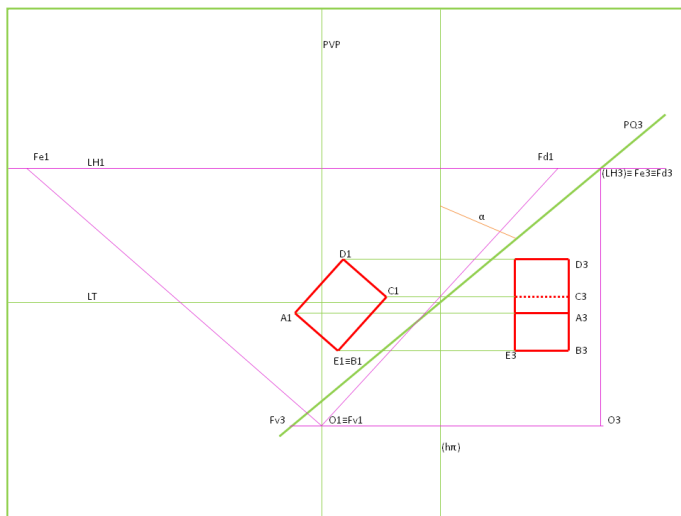
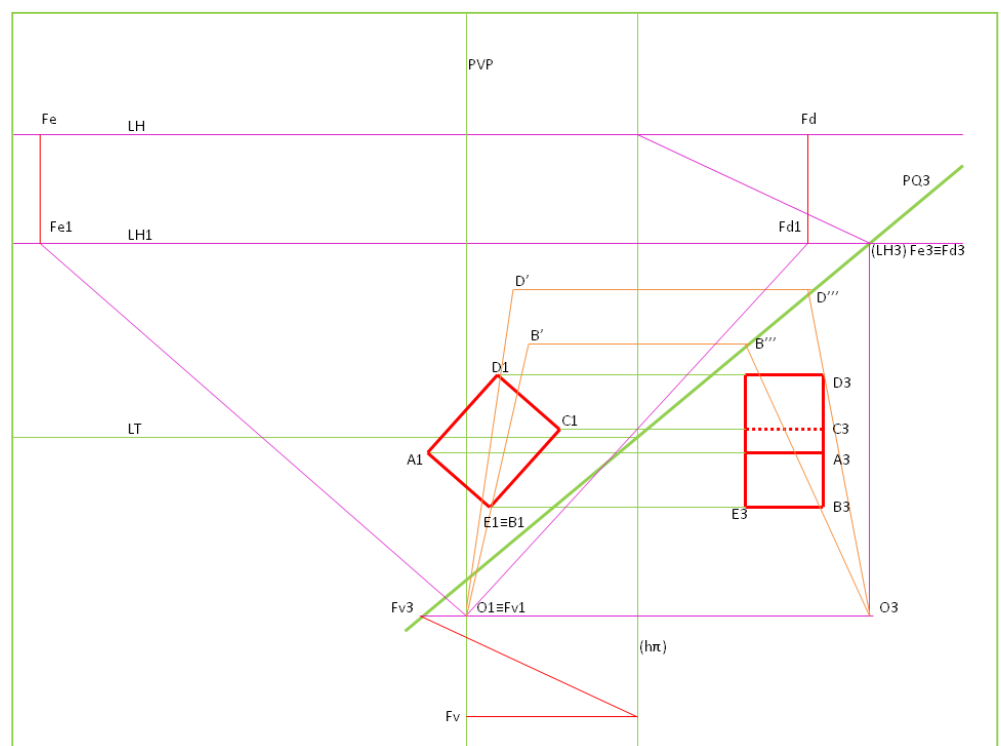


Figura 589: Determinação dos pontos de fuga em projeção horizontal e projeção lateral.

5. Recorrendo a raios visuais em projeção lateral e em projeção horizontal obtêm-se as perspectivas B''' e D''' em projeção lateral, e as perspectivas B' e D' em projeção horizontal.



381

6. Ao rebater o plano do quadro inclinado sobre o plano do desenho obtêm-se as perspectivas B e D.

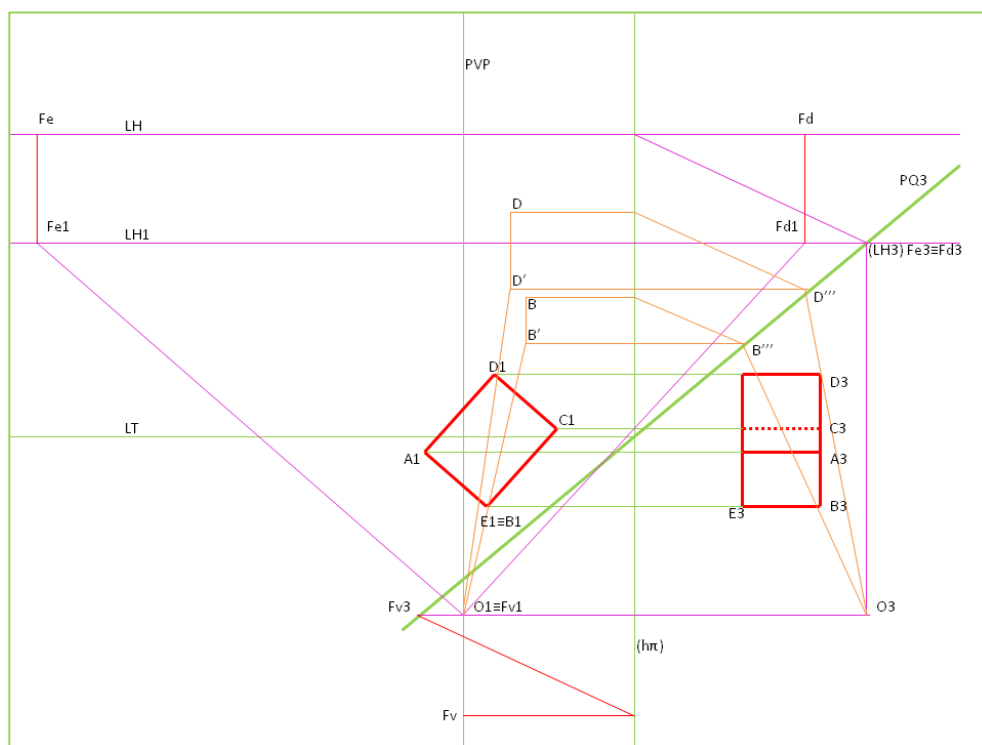


Figura 592: Determinação da perspectiva desses dois pontos após rebatimento do plano do quadro.

7. Unindo as perspectivas B e D aos pontos de fuga das horizontais Fe e Fd obtêm-se as perspectivas A e C.

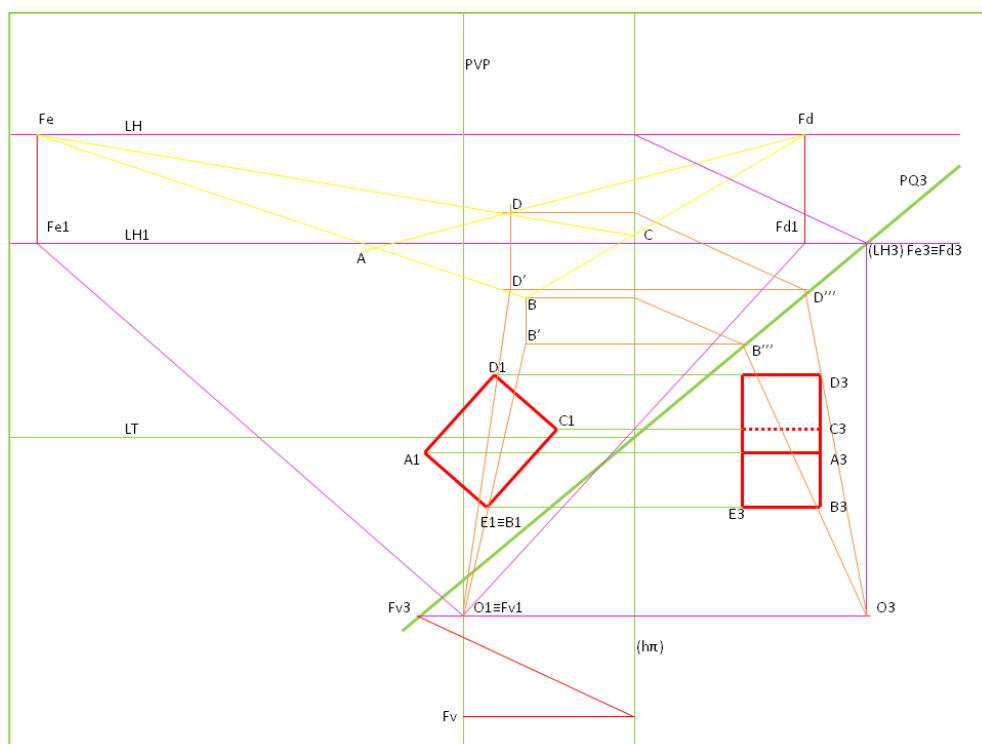
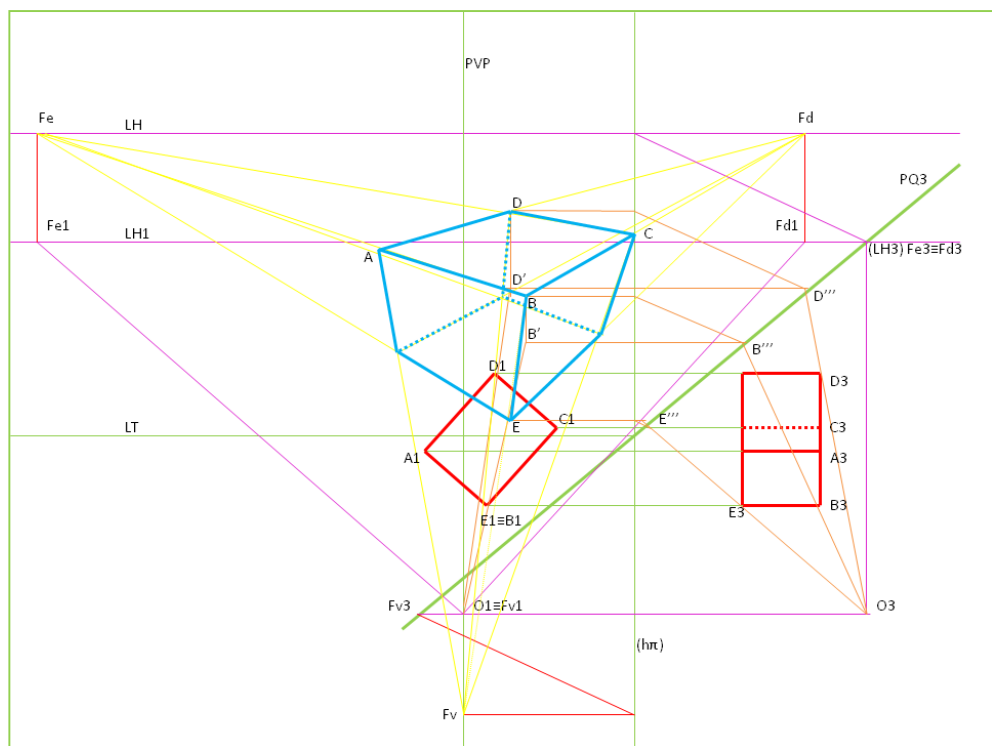


Figura 593: Recorrendo aos pontos de fuga das retas horizontais obtêm-se as perspectivas dos outros dois pontos da face superior do objeto.

9. Definem-se as arestas visíveis e invisíveis do objeto.



383

10. Finaliza-se o desenho eliminando todas as linhas desnecessárias de modo a que se destaque o objeto

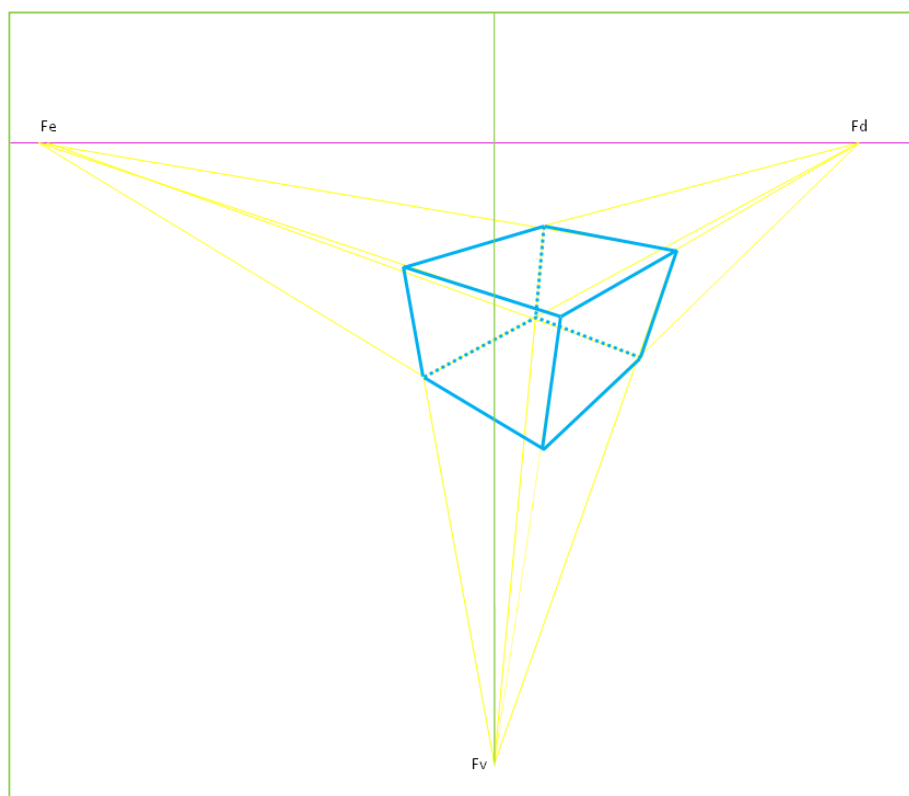


Figura 596: Representação final do objeto.

42.7. Perspetiva cónica linear de quadro oblíquo, “olho de rã”, pelo método misto.

O processo neste tipo de representação é absolutamente idêntico ao aplicado na perspetiva “olho de pássaro”.

1. Representa-se o perspetógrafo e as projeções horizontal e lateral do objeto

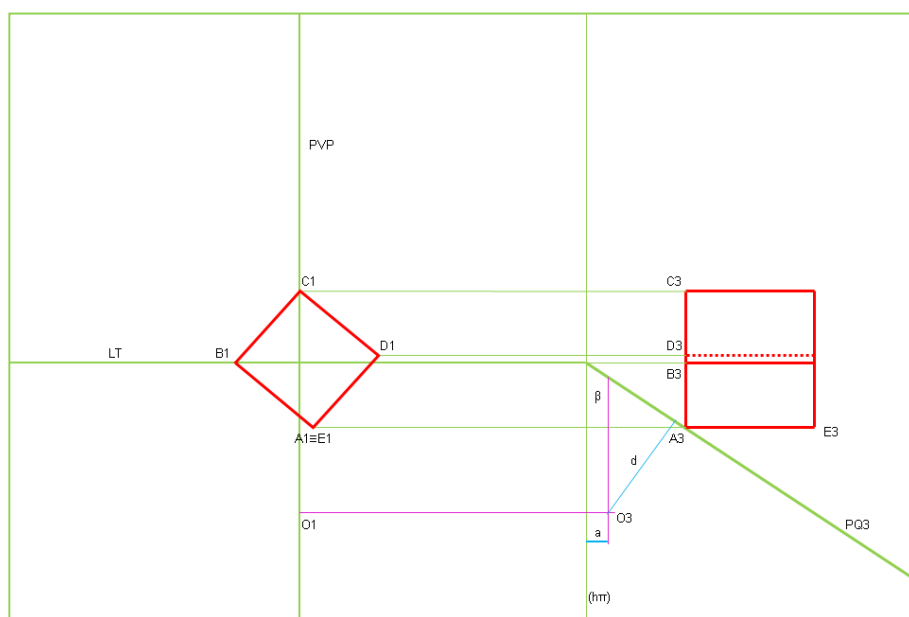
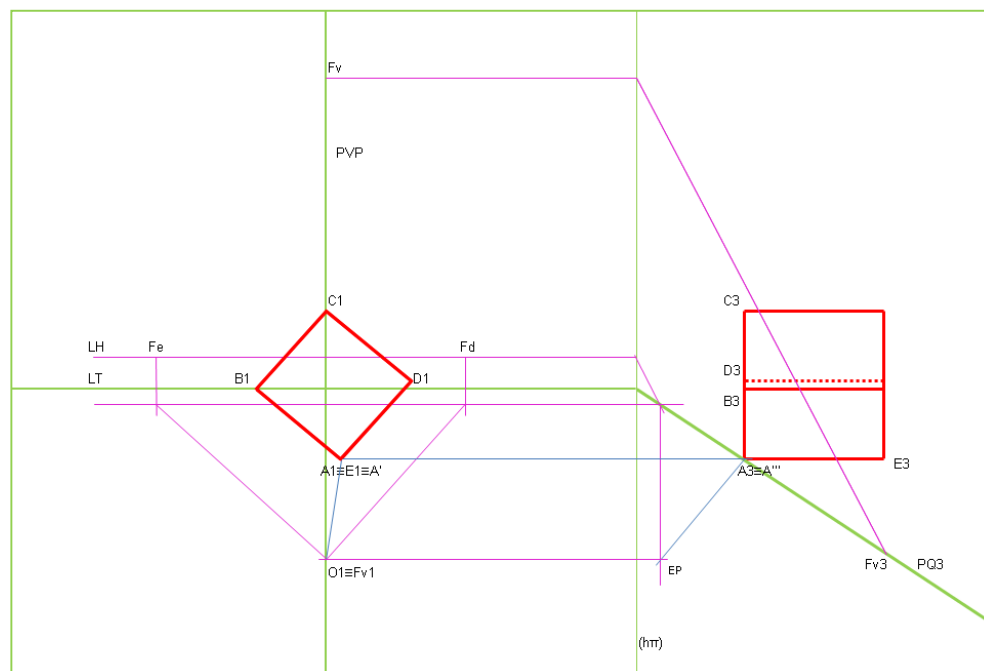


Figura 597: O perspetógrafo e o objeto.

3. Rebate-se o plano do quadro e determinam-se os pontos de fuga sobre o plano do desenho. Traçam-se as projeções horizontal e lateral do raio visual que passam por A_1 e A_3 . As perspectivas prévias A' e A''' coincidem com as suas projeções horizontal e lateral pelo facto do ponto pertencer ao plano do quadro.



4. Ao rebater o plano do quadro obtém-se a perspectiva A sobre o plano do desenho. Por um processo igual obtém-se C', C''' e a perspectiva C.

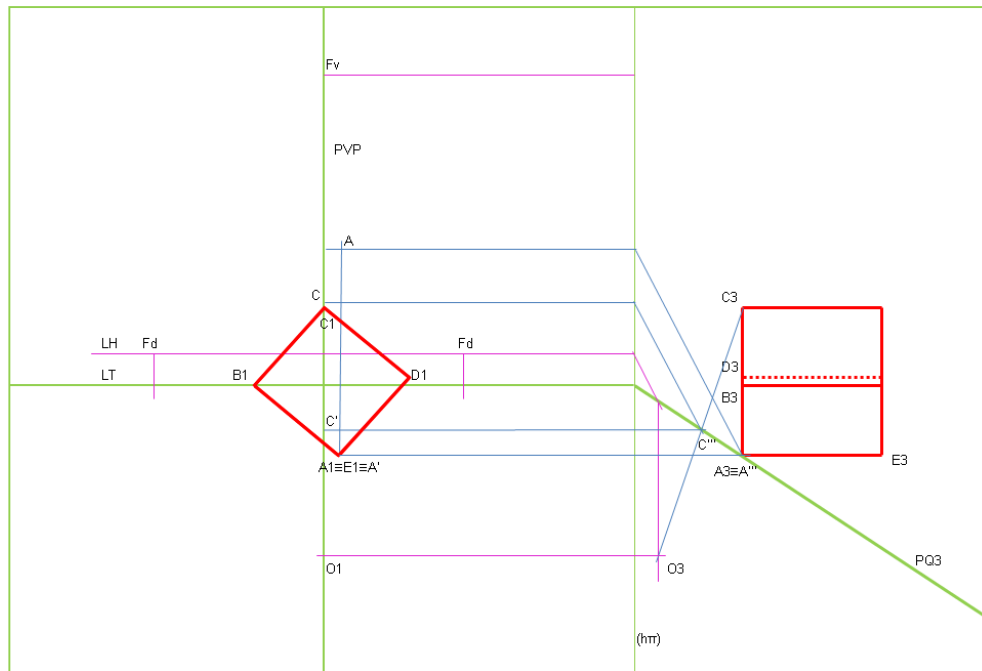


Figura 600: Obtenção das perspectivas A e C da face inferior do objeto.

5. A partir de A e de C, recorrendo aos pontos de fuga das retas horizontais obtêm-se as perspectivas dos outros dois pontos da face inferior.

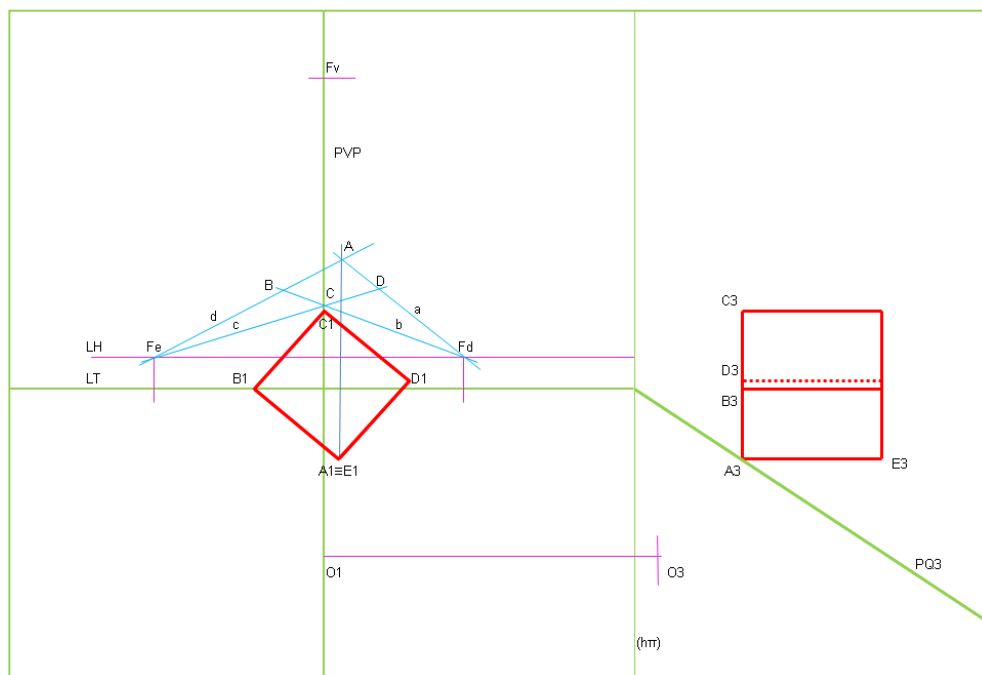


Figura 601: Perspetiva da face inferior do objeto.

6. Unem-se os quatro pontos da face inferior ao ponto de fuga das retas verticais. Recorrendo à projeção lateral do raio visual que passa em E_3 determina-se E'' . Rebatendo o plano do quadro determina-se a perspectiva E sobre a linha que une A ao ponto de fuga das verticais definindo deste modo a resta vertical AE.

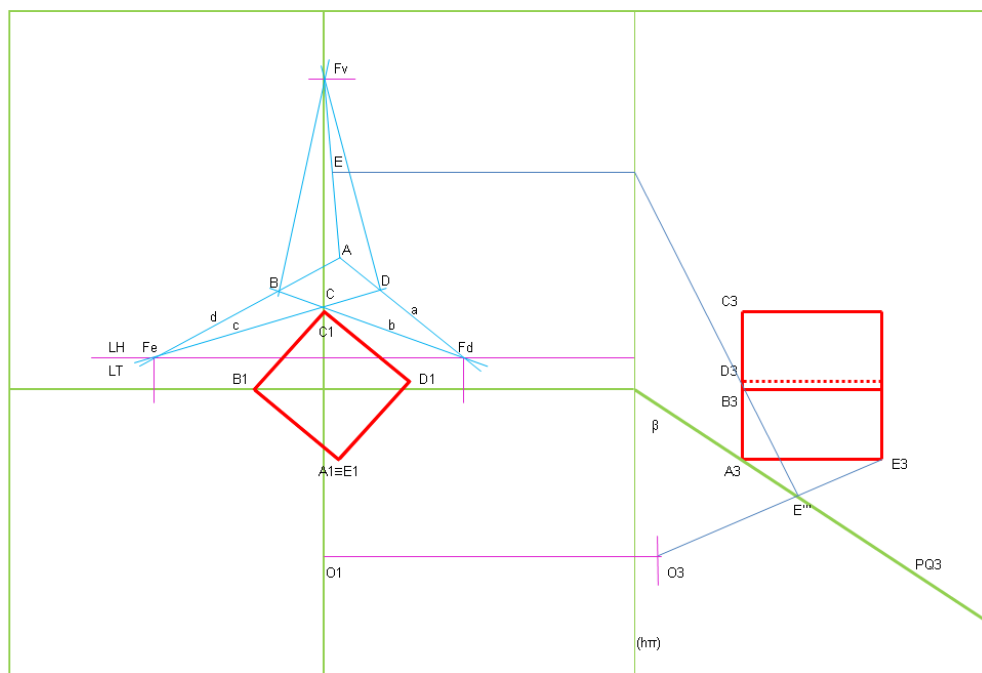


Figura 602: Determinação da perspectiva E da face superior do objeto.

7. Une-se E aos pontos de fuga das retas horizontais e determinam-se os quatro pontos da face superior, ficando deste modo definida a totalidade da estrutura tridimensional do objeto, as suas arestas visíveis e invisíveis.

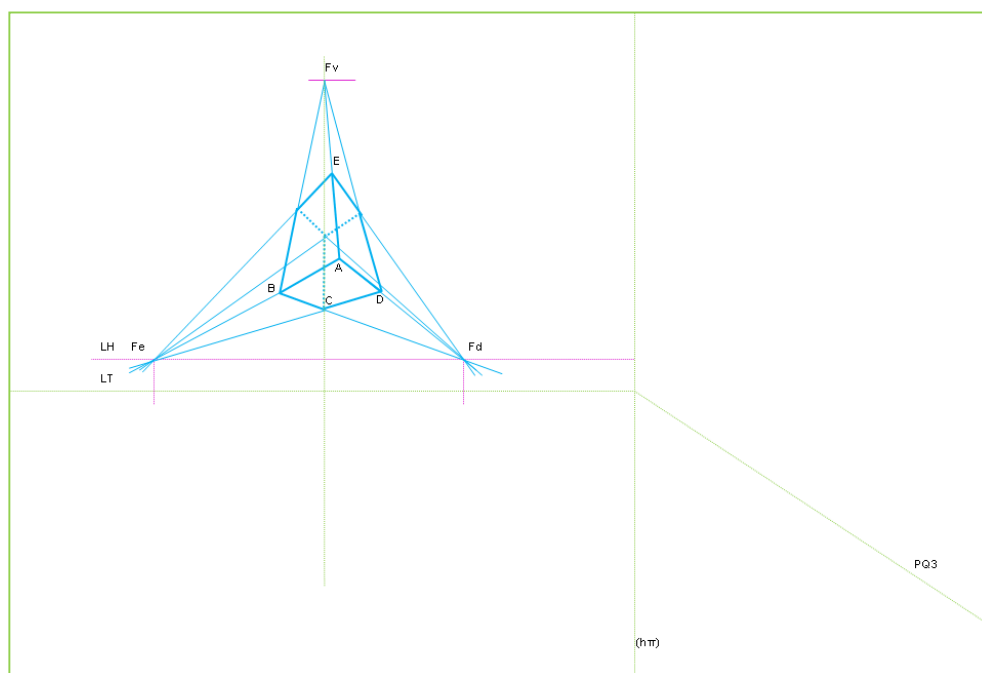


Figura 603: Determinação da estrutura tridimensional do objeto e definição das suas arestas visíveis e invisíveis.

8. Numa representação final, se assim se desejar, podem eliminar-se todas as linhas que fizeram parte do processo construtivo e deixar unicamente as linhas que definem as arestas do objeto.

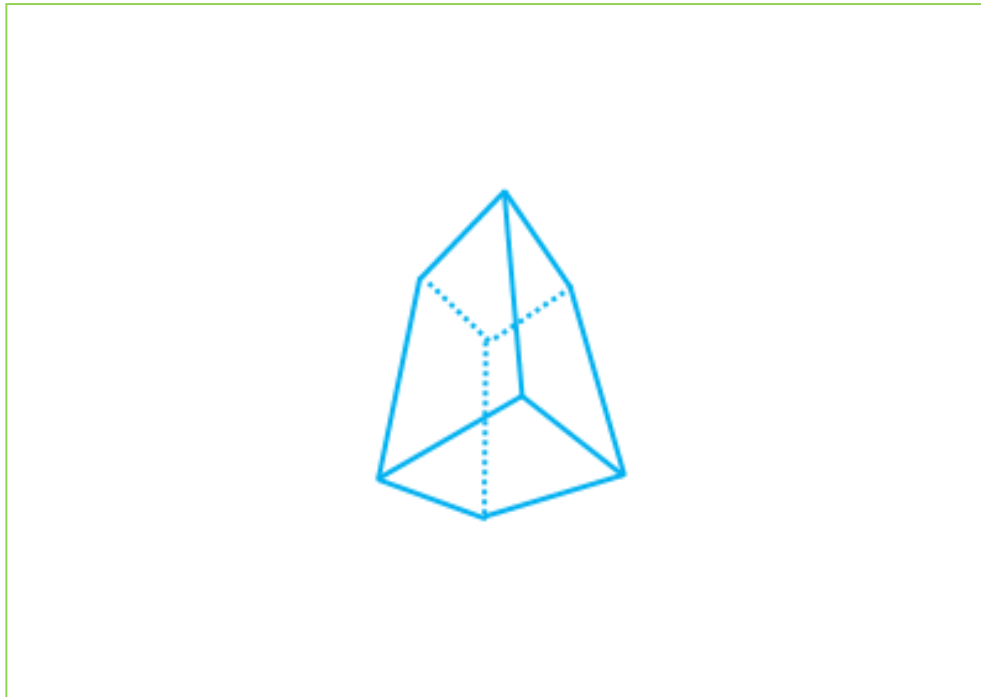


Figura 604: O objeto em perspectiva.

Série 44: Execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro inclinado

Para o desenvolvimento da capacidade de execução de desenhos em perspectiva cônica linear de quadro inclinado estão previstos exercícios “olho de pássaro” e “olho de rã”.

Para ambos os casos há duas tipologias de exercícios:

- No primeiro tipo estão já representados o perspetógrafo e a posição do objeto na folha de desenho;
- No segundo tipo de exercícios o estudante deve ser capaz de construir o perspetógrafo colocando o observador, o plano do quadro e a representação ortogonal do objeto conforme o enunciado.

O objetivo é que o estudante compreenda a representação do objeto dado em dupla ou tripla projeção ortogonal, e seja capaz de realizar uma perspectiva de quadro inclinado aplicando o método resolvente estudado.

Exercício 1

É dado um determinado espaço em dupla projeção ortogonal, a posição que ocupa relativamente ao plano do quadro, e a posição do observador relativamente ao plano do quadro e ao espaço a ser representado

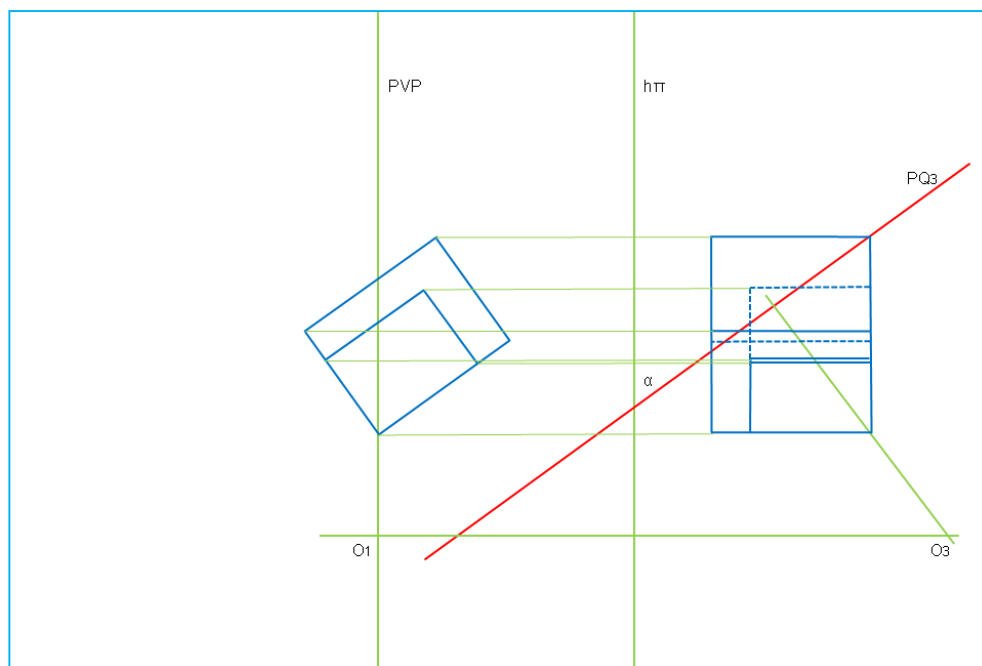


Figura 6o5: O perspetógrafo e o objeto.

Resolução apresentada por um estudante.

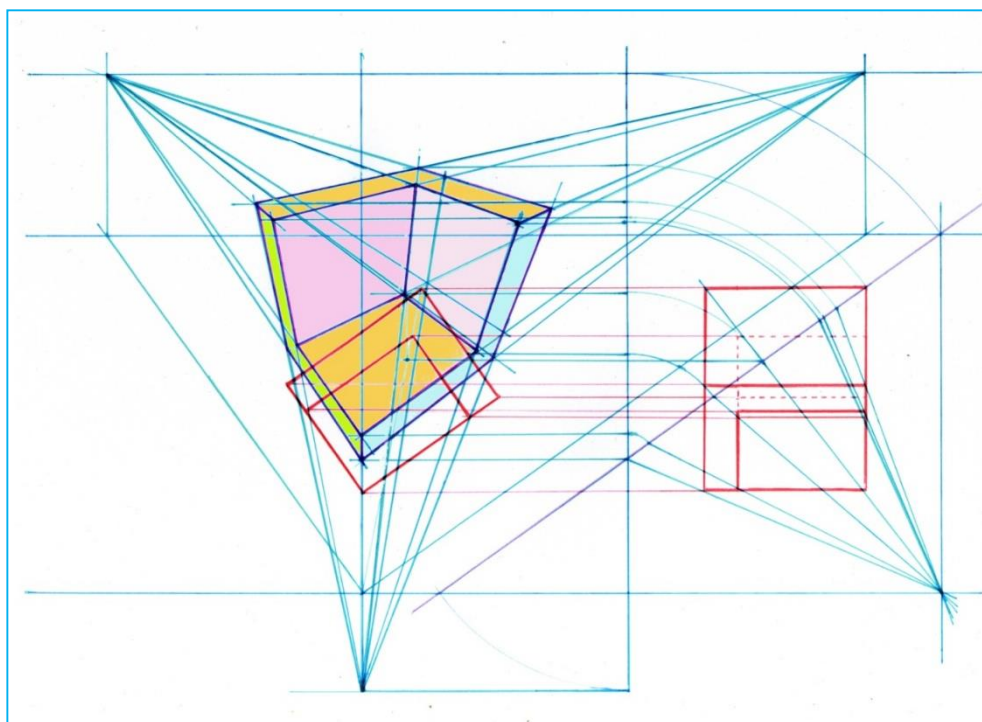


Figura 6o6: O objeto em perspetiva.

42.8. Perspetiva cónica linear de quadro inclinado. Nota final

É suposto que como resultado do processo de ensino aprendizagem o estudante seja capaz de:

1. Interpretar e compreender representações em perspectiva cônica linear de quadro inclinado;
2. Memorizar e compreender o método de realização de perspectiva cônica linear de quadro inclinado;
3. Saber pôr em prática esse método;
5. Analisar as suas características e aplicações;
6. Avaliar a sua eficácia na representação de objetos de grandes dimensões vistos de posições particulares, ora de uma posição muito elevada ora de uma posição muito baixa, explicando a sua tridimensionalidade com grande realismo.

Notas conclusivas



"juzee maarihu", 2010, José Mário.

Com este documento pretende-se estabelecer uma base de dados da qual se possa construir um livro didático, que sirva de suporte teórico-prático não só às aulas, mas também ao trabalho autónomo executado pelos estudantes fora das horas de contacto, um particular modelo de livro de geometria que, utopicamente, todos os estudantes gostariam de folhear, que lhes prendesse a atenção, com o qual todos pudessem aprender alguma coisa, e que, por isso mesmo, todos gostassem de revisitar.

Esta ideia começando por ser vaga, foi aos poucos tomando direção e forma, à custa de avanços e recuos, de construção, desconstrução e reconstrução, até ganhar a consistência suficiente para se apresentar como uma séria hipótese de se vir a materializar-se num livro. O conjunto de conhecimentos que possam vir a figurar nesse futuro compêndio, e que julgamos ser de interesse relevante para os estudantes dos cursos deste estabelecimento de ensino de artes e design, pretendem ser uma versão apurada do registo dos temas e conteúdos que fizeram parte de sucessivos programas do passado.

Este trabalho não pode nem deve ser entendido como um livro de geometria, mas sim como um *Manual de Instruções para a Construção de um Livro de Geometria* especialmente direcionado para os estudantes da ESAD. Enquanto manual de instruções, nele se indiciam e revelam já alguns princípios básicos que devem servir de modelo a um futuro livro:

- O primeiro é que a escolha relativa aos conteúdos do programa de geometria e os critérios que levaram a essa escolha e o modo como devem ser expostos tiveram em conta que está direcionado para estudantes da ESAD.

Os conteúdos programáticos abordam os métodos de representação do sistema de projeção paralela ou cilíndrica, concretamente a perspetiva cilíndrica e a projeção ortográfica, e também os métodos auxiliares ou complementares, os cortes e secções, a perspetiva explodida, as rotações, os reflexos, as sombras, as interseções e as planificações. Abordam ainda a perspetiva cónica linear nas suas vertentes de quadro vertical, de quadro horizontal e de quadro inclinado. Julgamos que os conhecimentos relativos a estes temas, devidamente adequados, devem fazer parte da formação dos estudantes da área das artes e design. Para todos estes conteúdos foram elaborados exercícios específicos, cujo grau de complexidade foi equacionado, de modo a estarem servirem os interesses dos estudantes.

- O segundo é que a linguagem a ser usada para expor, explicar e clarificar os conteúdos programáticos, os objetivos e as competências a adquirir relativamente a esses conteúdos seja clara e rigorosa, correndo inclusive o risco de se tornar ora complexa ora redundante no seu intuito de não deixar por explicar com precisão qualquer um dos assuntos que aborde.

A ideia é que este documento tenha peso teórico e linguagem verbal adequada, mas no qual deva predominar a linguagem das imagens o que para nós parece fazer todo o sentido pois é também nos domínios da imagem que se movimentam preferencialmente os nossos estudantes.

- O terceiro é o de que as ilustrações criadas para os modos de aplicação prática dos conteúdos teóricos do programa, sejam de tal modo que não haja qualquer tipo de ambiguidade ou confusão na leitura e interpretação das mesmas.

Decidimos que a linguagem gráfica possa ser mais expressiva ou mais artística, e pareceu-nos fazer todo o sentido que assim fosse num livro pensado para dar apoio a esta unidade curricular numa escola de artes e design, mas teria que ser simultaneamente suficientemente rigorosa ao ponto de todas as representações terem significado único, e não passíveis de múltiplas interpretações que variem conforme a subjetividade de cada um.

A questão das ilustrações mereceu-nos especial atenção pois é particularmente importante neste projeto visto que os estudantes vocacionados para a área das artes visuais, cuja natural tendência para o que é prático e figurável é notória, revelam um intuitivo e especial interesse por assuntos que possam ser maioritariamente explicados por imagens, em que o texto seja um complemento da imagem, e nunca o contrário.

O desenho é de facto a linguagem que neste específico ambiente escolar melhor funciona como veículo de transmissão de conhecimentos, que é a que os estudantes preferem pois é a que naturalmente os atrai, e que como tal, aquela que melhor entendem. No caso desta unidade curricular, pela necessidade do rigor, é o desenho operativo técnico em particular

que se destaca, mas não só, pois em muitas ocasiões utiliza-se um tipo de desenho menos elaborado ou mesmo esquemático à mão levantada, o esquisso, para explicar determinados assuntos.

- O quarto é o de que todas as outras ilustrações anexas ao texto, possam criar pela sua improbabilidade, a desordem que quebre um percurso normalmente expectável num livro de geometria e que de algum modo favoreça o interesse pela sua leitura.

Enquanto manual de instruções adverte ainda para questões paralelas, apresentando algumas notas introdutórias que se julgam de interesse para entender à partida a situação, em termos de conhecimentos, dos estudantes relativamente aos conteúdos em questão. Apresenta também comentários adicionais que de algum modo pretendem justificar algumas das opções tomadas, isto é, explicações julgadas importantes para que se compreenda porque foram tomadas essas mesmas opções, qual foi a ideia que esteve a montante e o que se pretendeu com essas opções.

Antecipando e ensaiando o que poderá vir a ser o formato do futuro livro, mas também e especialmente a organização dos tempos das próprias aulas, decidimos chamar neste presente trabalho lição a cada uma das unidades em que se desenvolve um determinado conteúdo ou sub-conteúdo programático.

Neste longo processo de construção, desconstrução e reconstrução, fazer, desfazer e refazer, este projeto, já conheceu mais de duas centenas de versões escritas. Foram pequenas e quase indetetáveis as alterações que se foram fazendo de uma anterior para a outra seguinte, contudo, se compararmos a primeira versão à mais atual, a diferença é abismal após as muitas e variadas reformulações. Mesmo esta versão atual só temporariamente é que é a última, pois a ideia aspira sempre a uma solução cada vez menos imperfeita.

O uso que já fizemos do termo construção pode parecer exagerado, mas é aplicado propositadamente pois a ideia do modelo de livro foi-se alterando sucessivamente, resultando de um constante processo de construção por tentativa e erro, que foram mais de 20 anos de docência. De certo modo, a ideia foi-se criando e recriando, ao longo do tempo num processo que, ousamos dizer-lo, por vezes ultrapassou o criador.

Inicialmente, esteve previsto que este documento fosse composto por 3 volumes: O primeiro volume seria basicamente muito semelhante, mas mais longo, ao presente trabalho, isto é, deveria conter a exposição e desenvolvimento de um programa de geometria, desde a escolha e explicação de conteúdos, aos resultados a alcançar, competências a adquirir e cada conteúdo, metodologias a adotar para alcançar as competências particulares para cada conteúdo, tipos de avaliação a fazer com a especificação dos critérios e parâmetros a adotar, exercícios para resolver ...

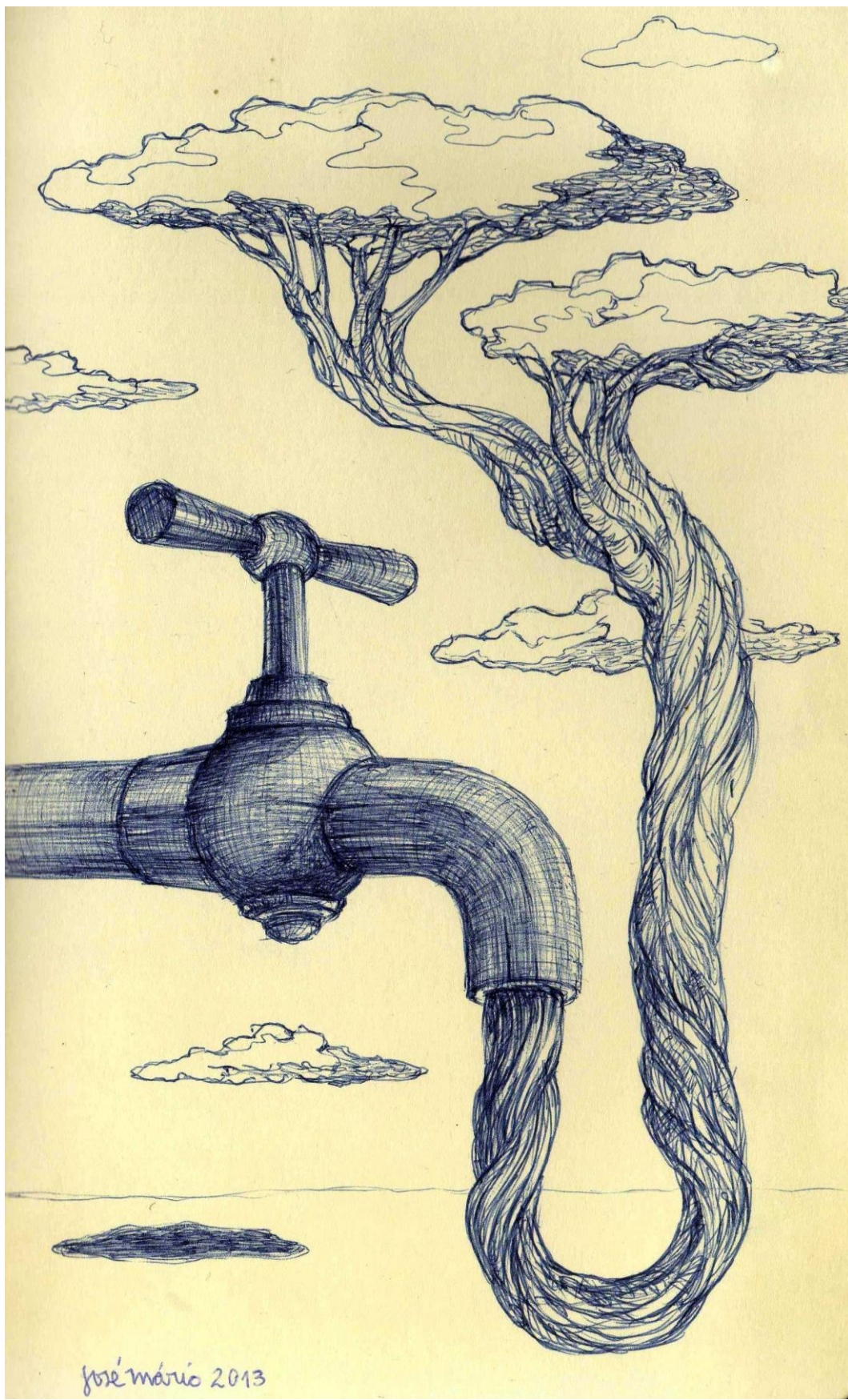
O segundo volume deveria conter todas as anotações e especulações relativas aos resultados de experimentações e simulações no sentido de chegar à forma física mais adequada para o livro. Ou seja, deveria ser constituído exclusivamente por uma série de reflexões sobre o corpo e aspeto do livro, sobre as questões puramente formais e dimensionais a ter em conta na elaboração de um livro didático de Geometria, tendo em conta que deve conter ilustrações, sobre a paginação, a estratégia comunicativa,...

O terceiro volume que seria o corolário das etapas anteriores, a concretização de todo o projeto com a realização do protótipo do próprio livro. Para esse protótipo seriam especificamente adaptadas imagens de um caderno de ilustrações de autoria do candidato intitulado de “brinCadeira”. A ideia era a de propor e explicar, através da viagem mais ou menos lúdica e mais ou menos surrealista de uma *Cadeira*, ao jeito de uma história em banda desenhada, todos os conteúdos programáticos, representados por diferentes universos, paisagens ou cenários, metamorfoseando-se de acordo com as circunstâncias. A ideia de ser uma cadeira é óbvia, pois joga-se com o duplo significado da palavra “cadeira”, por um lado o objeto onde podemos sentar-nos a repousar, divagar e sonhar, por outro lado a unidade curricular, a disciplina, a área do conhecimento científico.

Com o desenrolar do projeto chegou-se à conclusão que seria um projeto de proporções ciclópicas que por um lado ultrapassaria todos os limites de páginas imagináveis e aceitáveis para uma tese de mestrado e por outro lado exigiria uma enormíssima

disponibilidade de tempo. Deste modo e muito naturalmente tivemos que abdicar do segundo e do terceiro volume do projeto inicial, e ficamos com uma versão do primeiro volume ao qual decidimos acrescentar um ligeiro assomo do que estava previsto como objeto final.

Mesmo reduzido a um só volume nunca imaginamos que pudesse tornar-se tão longo, e contudo, apesar da sua quase excessiva quantidade de páginas, ficamos com a estranha sensação que há pormenores que ficaram por explicar, que alguns aspetos poderiam ter sido mais desenvolvidos, com explicações mais esclarecedoras e ilustrações mais pormenorizadas. Mas esta é uma outra questão, que poderá vir a ser revista quando de facto, este trabalho passar à fase seguinte, quando estiverem criadas as condições para poder vir a metamorfosear-se num compêndio de geometria para estudantes da ESAD.



"ciclo", 2013, José Mário.

Bibliografía

Abajo, F. J. R., Blanco A. R. (1991). *Geometria Descriptiva. Tomo 4. Sistema de Perspetiva Caballera*. San Sebastian: Ed. Donostiarra.

Abajo, F. Javier Rodriguez., Bengoa, Victor Avarez. (1995). *Geometria Descriptiva, tomo 3, Sistema de Perspetiva Axonométrica*. Editorial Donostiarra, S.A. San Sebastian.

Abajo, F. J. R., Bengoa V. A. (1997). *Geometria Descriptiva. Tomo III. Sistema Axonometrico*. San Sebastian: Ed. Donostiarra.

Abbot, P. "*Geometría*", Madrid: Ediciones Pirámide, S.A.

Asensi, F.I. (1997). *Geometria Descriptiva*. Madrid: Ed.Paraninfo.

Azevedo, G. Gomes, J. C. (1991). *Geometria descritiva 12º ano*. Lisboa: Texto Editora.

Berloquin, P. (1991). "*100 Jogos Geométricos*". Gradiva – Publicações Lda. Lisboa

Boursin, J-L. (1983). "*Dicionário Elementar de Matemáticas Modernas*", Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Cardoso, A. (1980). "*Sombras e Perspectivas*". Nova Biblioteca de Instrução Profissional Lisboa: Livraria Bertrand SARL.

Carvalho, B. (1986). "*Desenho Geométrico*". Ao Livro técnico, S/A. Indústria e Comércio. Rio de Janeiro. Brasil.

Clérigo Pérez,Z., Fernandez San Elias, G., Marcos Robles, J.L. Martín Puebla, A., Palacio Bango, M., Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Comar, P. (1993). "*La perspective en jeu*": Les dessous de l'image. Paris: Gallimard.

Costa, João (2005). "*Geometria Descritiva*". Areal Editores. Porto

Cunha, L. V. (1994). *Desenho técnico*. Lisboa: F.C.Gulbenkian.

Eco, Umberto. "*Opera Aperta*", 1962. Gruppo Editoriale Fabbri, Bompiani, Sonzogono, Etas,S.p.A. Itália

Falcão, A. (1994). *Desenho e geometria descritiva.11ºano*. Porto: Porto Editora.

Fernandez San Elias, G. (2002).*Geometria Descriptiva. Problemas y Aplicaciones Diédricas*. Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Fernandez San Elias, G. (2004).*Geometria Descriptiva. Sistema Acotado. Problemas y Aplicaciones*. Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Fernandez San Elias, G. (2009)."*Geometría Descriptiva. Sistema Diédrico. Teoría y Problemas*" Asociación de Investigación: Instituto de Automática y Fabricación. Unidad de Imgen, Edificio Tecnológico. Campus de Vegazana, s/n. León. España.

Furtado, A., Bensabat, F. (1990). "*Descritiva 1*". Edições Asa. Porto

Gill, R. W. (1986). "*Creative Perspective*", London: Thames and Hudson Ltd.

Goncalves, L. (1999). *Desenho e geometria descritiva A/B*. Porto: Porto Editora.

Goncalves, L. (1990). *Geometria descritiva : Livro de exercícios*. Porto: Empresa Literária Fluminense.

- Horril, P.J.F. (1986). "Maths A-Z" – "Dicionário de Matemática". Publicações Europa-América. Mira-Sintra. Mem Martins.
- Laburu, N. (1988). *Técnica del dibujo : Elementos de geometría plana. Sistemas de representación. Geometría descriptiva y trazado de perspectivas. Aplicaciones técnicas*. Madrid: Paraninfo.
- Locher, J.L. (1984). "The Infinite World of M.C.Escher". Abradale Press/Harry N. Abrams, Inc. New York. USA
- Lopes, M. Lopes, L. B. (1997). *Espaço visual*. Rio Tinto: Ed. Asa.
- Morais, J. M. S. (1981). *Desenho de construções : Desenho técnico básico* Porto: EA.
- Moreira de Sousa, M. (1991). "Desenho". Plátano Editora, SA. Lisboa
- Moreira de Sousa, M. (1997). "Desenho e Geometria Descritiva". Plátano Editora, SA. Lisboa
- Müller, M.J. (2014). "Manual de Geometria Descritiva". Porto Editora. Porto
- Portugal. M.D.E. ESR. (1997). *Guia de aprendizagem: Desenho e geometria descritiva*. Lisboa: ME-ESR.
- Santa-Rita, J. F. (1998). *Desenho e geometria descritiva A*. Lisboa: Texto Editora.
- Santa-Rita, J. F. (2000). *GD-A. Geometria descritiva - A. 11º ano*. Lisboa: Texto Editora.
- Santa-Rita, J. F. "GD-A. Geometria Descritiva. 10º ano". 2004. Texto Editora, Lda. Lisboa.
- Santos, P. (1997). "Desenho e Geometria Descritiva - Perspectiva Cónica". Porto: Porto Editora.
- Silva, A., Dias, J., Sousa, L. (2001). *Desenho técnico moderno*. Lidel- Edições técnicas Lda. Lisboa. Porto. Coimbra.
- Soares, Ó. e Carvalho, L. F. (1994). *Geometria Descritiva – A, 11º ano*. Lisboa: Texto Editora.
- Soares, Ó. Carvalho, L. F. (1998). *Desenho e geometria descritiva – B*. Lisboa: Texto Editora.
- Triadó, Juan-Ramon. (1989). "Las Claves de la Pintura. Cómo identificarla", pp. 38. España. Editorial planeta, SA.
- Stemp, R. (2007). "A Linguagem Secreta do Renascimento". Círculo de Leitores. Lisboa.
- Vero, R. (1980). *Understanding perspective*. New York: VNR.
- Smith, S. (1984). "Anatomy, Perspective and Composition, for the Artist". London: New Burlington Books.

SITES

- [http://en.wikipedia.org/wiki/william_Farish_\(chemist\)](http://en.wikipedia.org/wiki/william_Farish_(chemist))
- http://de.wikipedia.org/wiki/Julius_Weisbach
- http://it.wikipedia.org/wiki/Quintino_Sella
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Perspective_cavali%C3%A8re
- http://en.wikipedia.org/wiki/Oblique_projection
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Gaspard_Monge
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Philippe_Buache

http://en.wikipedia.org/wiki/Cutaway_drawing

http://www.maa.org/sites/default/files/images/cms_upload/0800809343079.jpg

http://en.wikipedia.org/wiki/Exploded_view_drawing

<http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/62353/2/3622.pdf>

<http://www.unicamp.br/chaa/eha/atas/2009/FURLAN,%20Annie%20Simoes%20Rozestraten%20-%20VEHA.pdf>

ABORDAGEM DA PERSPECTIVA NO TRATADO DE PIERO DELLA FRANCESCA
Annie Simões Rozestraten Furlan.

<http://www.rarebookroom.org/Control/duruwm/>

<http://www.izads.org/blog/article/o-caracter-demonstrativo-das-experiencias-de-brunelleschi-e-o-seu-impacto-na-concepcao-e-utilizacao-de-dispositivos-de-captura-entre-os-seculos-xv-e-xvii-5/>.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Perspectiva_do_arquiteto

<http://deniseludwig.blogspot.pt/2013/03/arte-em-pinturas-religiosas-entrada-de.html>

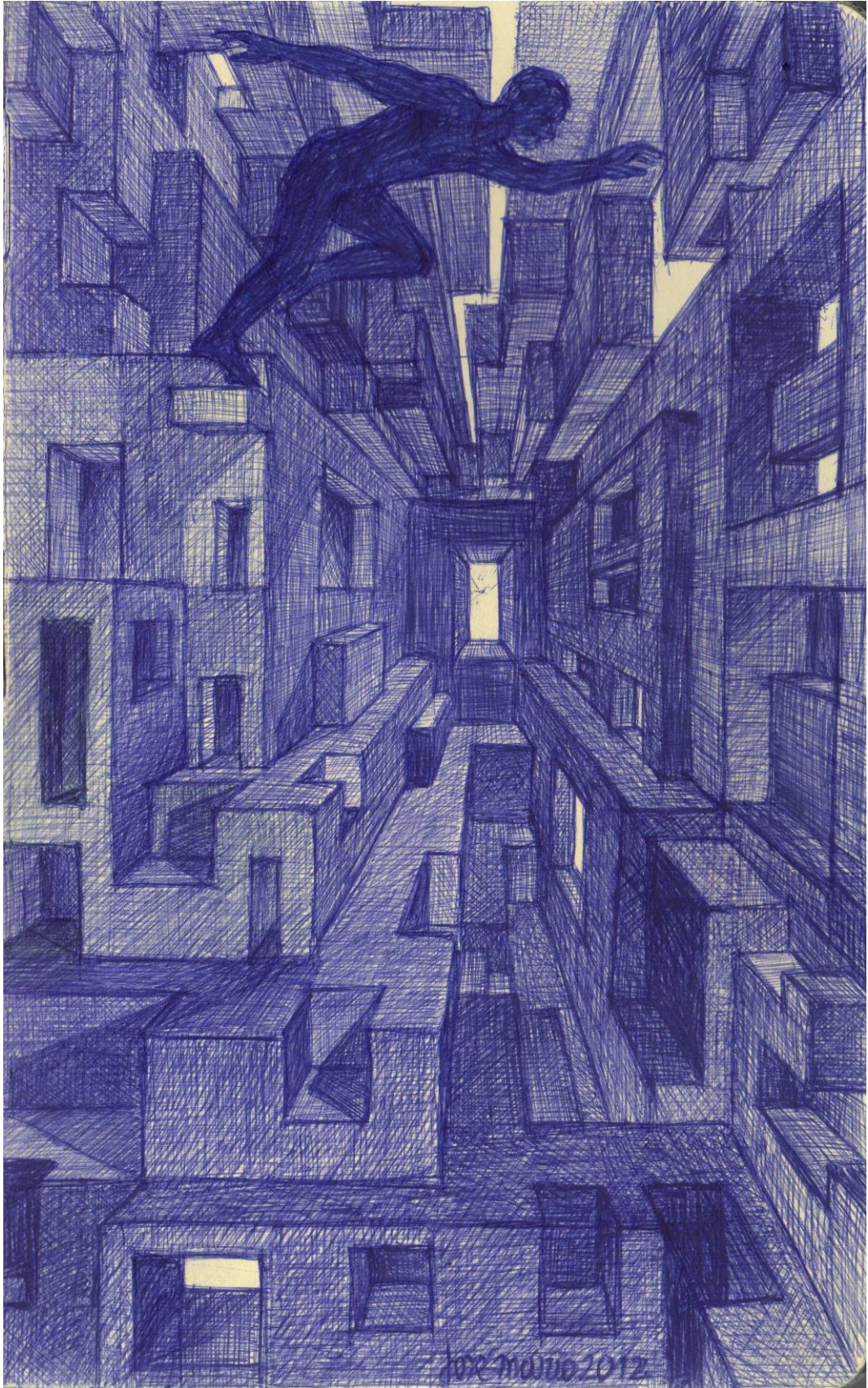
<http://ftp.icm.edu.pl/cgfa/francesc/p-france10.htm>

<http://www.paris-lavillette.archi.fr/uel6tr/Perspective.htm>

<http://www.istitutomaserati.it/prospettiva/Storia/Brunelleschi.html>

La scienza prospettica dal '400 al '500"

http://online.scuola.zanichelli.it/sammaronedisegno/files/2010/03/Zanichelli_Sammarone_Scienza_Prospettica.pdf



"a queda", 2012, José Mário.



"jardim clos", 2012, José Mário.

